



Christianus
B. de Wolff

Der
Anfangs = Gründe
aller
Mathematischen
Wissenschaften

Erster Theil,
^{Welcher}
Einen Unterricht

^{von der}
Mathematischen Lehr-Art, die Rechen-
Kunst, Geometrie, Trigonometrie
und Bau-Kunst in sich enthält,
Zu mehrerem Aufnehmen der Mathematick
so wohl auf hohen als niedrigen Schulen
aufgesetzt worden

^{von}
Christian Freyherrn von Wolff,

Seiner Königl. Majestät in Preussen Geheimen Rathe und
Cansler der Universität Halle, wie auch Professore Juris Naturæ &
Gentium ac Matheos daselbst, Professore honorario zu St. Petersburg,
der Königl. Academie der Wissenschaften zu Paris, wie auch der
Königl. Groß-Britannischen und der Königl. Preussl.
Societät der Wissenschaften Mitgliede.

Neue, verbesserte und vermehrte Auflage.

Mit Kaiserl. und Königl. Poln. und Chursächsl. PRIVILEGIIS.

Frankfurt und Leipzig,
Zufinden in der Rengerschen Buchhandlung.
A. M D C C L.

Dem
Hochgebornen Grafen
und Herrn,
H E R R N
Ferdinand Ernst,
Grafen von Herberstein,

ıc. ıc.

Seiner Kaiserlichen und Catholischen,
auch zu Hungarn und Böhmei Königlich
Majestät Hochansehnlichen Cammerherrn, des Hohen
Appellation- Gerichts im Königreiche Böhmei
Hochbestalltem Rathe und Referendario
in Lehnssachen,

Meinem gnadigen Herrn.

Hochgeborner Graf,

Gnädiger Herr,



ie gründliche Erkenntniß
der Dinge ist ein gewisses
Zeichen unserer Vollkom-
menheit. Daher entste-
het aus ihr ein süßes Ver-
gnügen, und dieses erreget ein inni-
ges Verlangen, daß jedermann wie
unser einer werden mögte. Wie tief
Euer Hochgräfliche Gnaden
die entferneten Wahrheiten eingese-
hen haben, liegt schon am Tage.
Wie groß Dero Vergnügen darüber
sey, kann man unter andern auch dar-
aus abnehmen, daß so viele hohe und
wicht-

wichtige Geschäfte Euer Hochgräfliche Gnaden von Erfindung neuer Wahrheiten nicht abhalten können, sondern Sie in dieser Bemühung eine angenehme Ruhe finden, wenn Sie durch jene ermüdet worden sind. Endlich, wie heftig das Verlangen nach dem Aufnehmen gründlicher Wissenschaften und nützlicher Künste sey; kann ich öffentlich zeugen, der ich bisher die Gnade gehabt habe, mehr als auf eine Art solches zuerkennen. Da ich nun unsern Deutschen in gegenwärtigen Anfangs-Gründen aller mathematischen Wissenschaften einen ebenen und geraden Weg zu einer gründlichen Erkenntniß bahne; so trage ich nicht den geringsten Zweifel, es werde niemand mehr als Euer Hochgräflichen Gnaden mein gegenwärtiges Vorhaben billigen, und demselben einen erwünschten Fortgang gönnen. Ich gedencke aber, das

a 3

leg-

letztere nicht besser zuerhalten, als
wenn Dero hohes Exempel jeder-
mann, welcher dieses Buch lesen
wird, in die Augen leuchtet. De-
rowegen habe ich mir die Freyheit ge-
nommen, Dero Hochgräflichen
Nahmen demselben vorzusetzen, und
dadurch zugleich bezeigen sollen, daß
ich sey,

Hochgeborner Graf,
Gnädiger Herr,
Ew. Hochgräfl. Gnaden

Halle, den 1. Aug.
1710.

unterthänigst ergebenster
Christian Wolff.



Vorrede.

Der große und vielfältige Nutzen hat in unsern Tagen die mathematischen Wissenschaften so beliebt gemacht, daß sie wol niemals in so hohem Werthe gewesen, und mit solchem Eifer getrieben worden sind. Und was ist es Wunder? So jemand über die Kräfte des menschlichen Verstandes sich erfreuet, der findet hier einen unvergleichlichen Schatz der herrlichsten Proben, wie weit man durch rechten Gebrauch derselben kommen kann. Die Algebra und höhere Geometrie zeigen, daß nichts so tief verborgen sey, welches man nicht ergründen könne. Die Astronomie und Geographie überführen uns, daß nichts von uns so weit entfernert sey, welches man nicht genau erkennen und ausmessen könne. Aus den Calendern und

Vorrede.

Ephemeridibus kann man ersehen, mit was vor Gewißheit die Stern Kündiger die Himmels-Begebenheiten vorher verkündigen können, ohnerachtet die Gesetze der Bewegung ihnen von niemanden geoffenbaret worden sind. Die mathematische Lehr-
Art giebt den rechten Gebrauch der Vernunft zuerkennen, wie man nemlich zu klaren, deutlichen und vollständigen Begriffen gelange, und daraus ohne Anstoß die übrigen Sachen herleite. Die Rechenkunst, Trigonometrie und Algebra halten die allgemeinen Maximen in sich, nach welchen der Verstand geleitet wird, wenn er durch eigenes Nachsinnen die verborgene Wahrheit erfinden will, und wie es anzugreifen sey, daß die Sinnen und Imagination in dem Nachdenken nicht hinderlich fallen, sondern vielmehr die saure Arbeit dem Verstande versüßen helfen. Ja die letztere giebt uns ein Muster der vollkommensten Manier, eins aus dem andern zuzuschließen, zu welcher der menschliche Verstand gelangen kann, wenn er den höchsten Gipfel der Vollkommenheit erstiegen hat. Die Optick und zum Theil die Astronomie weisen einen klaren Unterscheid zwischen der Erkenntniß des Verstandes und der
Vor-

Vorrede.

Vorstellung der Dinge in den Sinnen und der Imagination. Derowegen ist kein gewisserer Weg, zur Erkenntniß der Kräfte des menschlichen Verstandes gelangen, als wenn man mit Ernst die mathematischen Wissenschaften treibt, und weil man eine Fertigkeit nicht anders als durch stete Übung erhalten kann, so ist dieses zugleich das sicherste Mittel, zu dem hurtigen Gebrauche der Vernunft, so wohl in Erfindung der noch verborgenen, als in Beurtheilung der bereits erfundenen Wahrheit gelangen, und sich von der schädlichen Herrschaft der Imagination zu befreyen, das ist, alle Irrthümer und Vorurtheile glücklich zu vermeiden. Und aus dieser Absicht ließen die alten Griechen niemanden studiren, er hatte denn zuvor die Rechen-Kunst und Geometrie inne: welchem löblichen Exempel heut zu Tage die Franzosen und Engländer rühmlich und mit großem Nutzen nachfolgen.

Wer die Geheimnisse der Natur zu erforschen Lust hat, und sich darüber vergnügt, wenn er die unermessliche Weisheit und Macht des allein weisen und allmächtigen Schöpfers und Erhalters der

Vorrede.

Welt nicht aus Unwissenheit, sondern mit Verstande in seinen herrlichen Wercken bewundern, und die Creatur so wohl sich, als andern zu seinem Dienste, nach dem Befehle des HErrn, unterthänig machen kann; der wird durch Hülfe der Mathematic in kurzem in dieser Arbeit weiter kommen, als er jemals möglich zusehn erschachtet hätte; hingegen ohne ihren Bestand nur immer anfangen und nichts vollenden, ja wenn er es weit bringt, den Schatten für das Wesen halten, ich will sagen, mit leeren Worten der Kräfte, Seelen und Geister sich und andere Unverständige bethören, solalich so wohl von einer deutlichen Erkenntniß der Macht und Weisheit Gottes, als von der Herrschaft über die Creatur weit entfernt bleiben. Zeit und Ort wollen es nicht leiden, daß ich solches aus der Beschaffenheit der natürlichen Dinge erweisen kann. Derowegen will ich dieses bis zu anderer Gelegenheit versparen, und begnüge mich jetzt, das Zeugniß des berühmten Boyle anzuführen, welcher in der experimental-Philosophie und Chymie mehr gethan hat als andere, und mehr darauf verwendet hat, als viel mit einander, selten ver-

Vorrede.

verwenden werden. Er schreibt aber in seinen *Considerationibus circa utilitatem Philosophiæ naturalis experimentalis Exercitat. 6. §. 2. p. m. 483.* also: Unerachtet ich mich vor diesem bemühet habe, *Keplers* und anderer neueren *Astronomorum* ungereimte Meinung zu behaupten, daß die Mathematick einen gar nicht geschickter mache, die Erkenntniß der natürlichen Dinge leichter zuerlangen; so muß ich doch aufrichtig gestehen, daß, nachdem mir meine Experimente, insbesondere die mechanischen, den großen Nutzen der Mathematick in der *Physick* handgreiflich zuerkennen gegeben, ich schon öfters gewünscht habe, daß ich auf die Theorie in der Geometrie und auf die Algebra, welche ich noch als ein Knabe erlernet habe, den größten Theil der Zeit und des Fleißes gewendet hätte, welchen ich mit der Planimetrie und Fortification (wovon ich einen ganzen Tractat selbst geschrieben) und mit andern practischen Theilen der Mathematick zugebracht habe. Und in der Vorrede über seine *nova experimenta de vi aëris elastica* lesen wir folgende Worte: Ich besorge, daß ich die
in

Vorrede.

in der Mathematick erfahrenen Leser werde um Verzeihung bitten müssen, daß ich einige Dinge nicht so genau abgehandelt habe, als geschehen wäre, wenn ich die Mathematick besser verstanden hätte. Allein was braucht es weiter Zeugniß, da die Sachen selbst reden? Hat man nicht durch die Mathematick die Structur des großen Welt-Gebäudes, die ewigen Geseze der Bewegung der großen Welt-Cörper, die wahre Beschaffenheit und Eigenschaften derselben und die Ursachen ihrer Bewegung in der Astronomie erfunden, und dadurch erhalten, daß sie uns zu Zeugen der unaussprechlichen Majestät des großen Gottes und untrügliche Zeichen der Zeit in der Chronologie dienen müssen, wozu sie von dem HErrn gesetzt worden sind? Hat man nicht durch die Mathematick die Natur des Lichts und der Farben, und die unveränderlichen Geseze des Sehens in den optischen Wissenschaften heraus gebracht, und dadurch die wahre Beschaffenheit aller Empfindung deutlich erläutert, auch die Natur so glücklich beherrscht, daß sie uns muß sehen lassen, was sie vor uns versteckt hatte? Hat man nicht durch die
Mathe

Vorrede.

Mathematick in der Mechanick und Hydraulick die Geseze der Bewegung; in der Hydrostatick die Geseze der Schwebhre erforschen? Und wer ist in den Schriften der Physicorum so wenig erfahren, daß er nicht wüste, was diese Wissenschaften zu der Erkenntniß der natürlichen Dinge beitragen, und wie sie es unvermerckt lichte machen, da andere in einer Egyptischen Finsterniß sitzen? Habe ich nicht in meinen Elementis Aërometriæ gewiesen, mit was für Nutzen man die Mathematick auf die Experimente applicire, und wie daher allein die völlige Gewißheit in der Physick komme? Mit einem Worte, es wird niemand leugnen, daß die Mathematick der Schlüssel zu den fest verwahrten Schätzen der Natur sey, als welcher noch nichts damit aufgeschlossen hat.

Frägt einer nach Wissenschaften, welche in dem menschlichen Leben großen Nutzen haben; so trage ich kein Bedenken, die mathematischen zunennen. Wäre mir vergönnet, weitläufig zusehn, so wolte ich zeigen, wie die Rechnung haus halten hilft, und mit der Geometrie viele Vortheile zeigt, welche man in der Haus-
hal-

Vorrede.

haltung öfters übersehen würde; wie die Arithmetick, Geometrie, Bau-Kunst, Mechanick und Hydraulick einen jeden Haus-Vater vorsichtig macht; wie die meisten mathematischen Wissenschaften, als die Arithmetick, die Bau-Kunst, Mechanick, Hydraulick, Hydrostatick, Optick und Astronomie kein Reisender entrathen kann, wo er nicht der größten Unmuth und des meisten Nutzens, welchen er von dem Reisen haben kann, sich unverantwortlich berauben will; was für Nutzen Cammer-Räthe großer Herren, Juristen in den Facultäten, Personen in dem Rathe und andern Gerichten, ingleichen alle Künstler von einigen mathematischen Disciplinen zugewarten haben; mit einem Worte: wie der größte Theil der irdischen Glückseligkeit auf die Mathematick erbauet sey, und ohne sie keine Republik wohl bestellt werden kann. Allein weil diese Dinge größten Theils einem jeden, welcher sich umsieht, in die Augen fallen, so habe ich um so viel weniger nöthig, viel Worte davon zumachen.

Weil nun die mathematischen Wissenschaften von so vielfältigem Nutzen sind,
ich

Vorrede.

ich aber die Zeit über, da ich in Leipzig und Halle dieselben der studirenden Jugend erkläret, aus eigener Erfahrung befunden habe, daß es an einem solchen Buche fehle, durch welches man ohne Umwege allen Lernenden nach ihren ganz verschiedenen Absichten ein Gnügen thun, auch ihnen die Repetition, so viel möglich, erleichtern könnte; so habe ich desto lieber diesen Mangel durch meine Arbeit zuerfüllen getrachtet, je mehr mich andere dazu aufgemuntert und sich einigen Nutzen davon versprochen haben. Damit aber dieses Werk mit rechten Augen angesehen werde, so muß ich etwas wenig von dessen Einrichtung erinnern. Denenjenigen zu Liebe, welche die Mathematick zuerlernen gedencken, wie sie in dem menschlichen Leben, und auf Reisen genuset werden kan, habe ich alle practischen Theile ausführlicher abgehandelt, als bisher in keiner Anleitung vor Anfänger geschehen ist. Und da jeder Gedanke seinen besondern Mahmen führet; so werden diejenigen leicht sehen, was sie zuübergehen haben, welche bloß auf die Ausübung sehen. Sie werden sich nemlich in der Arithmetick mit den Erklärungen und Aufgaben, in der Geometrie
b mit

Vorrede.

mit den Erklärungen, einigen Lehr: Sätzen und Aufgaben ohne ihren Beweis, in der Trigonometrie mit den Erklärungen und wenigen Aufgaben begnügen können. In der Bau: Kunst und Artillerie wird nichts nöthig zuübergehen seyn. In der Fortification können sie die trigonometrischen Rechnungen weglassen. In der Mechanick und Hydrostatick den Beweis einiger Lehrsätze. Die Aerometrie und Hydraulick enthält nichts schwehres. Aus der Optick und Astronomie, ingleichen der Geographie, erwählen sie nur dasjenige, was ohne die Trigonometrie und geometrische Theorie erkannt werden kan. Die Chronologie und Gnomonick ist durchgehens von schwehren Beweisen frey. Die sphärische Trigonometrie und Algebra haben sie nicht nöthig. Ich rede aber jetzt nur von Leuten, welche wenige Gedult haben: denn sonst dürfen sie nichts als die Algebra und die astronomischen Rechnungen mit der sphärischen Trigonometrie übergehen. Die nun aber durch die Mathematick zu hurtigem Gebrauche ihrer Vernunft gelangen wollen, und nach gründlicher Erkenntniß der Natur und Kunst trachten; werden in diesen Anfangs:Gründen

Vorrede.

den einen ebenen Weg dazu finden. Nur müssen sie alles in der Ordnung durchgehen und öfters überdenken, ohne daß sie die Bau: Kunst, Artillerie und Fortification weglassen können, wenn sie dazu keine Lust haben. Absonderlich aber ist neben der Arithmetick, Geometrie und Trigonometrie, ihnen die Algebra und geometrische Astronomie nöthig. Ich habe die mathematische Lehr: Art so viel möglich observiret, und mich einig und allein an die Ordnung gebunden, wie die Sachen am leichtesten aus einander fließen. Die Theorie ist mit der Praxi beständig verknüpft worden, damit sie nicht unangenehm würde. In der Geometrie ist der Kern von allen Lehrsätzen enthalten, damit man überall auskommen kan, wenn man es gleich weit zubringen gedencket. Die meisten Beweise sind aus den drey Lehr: Sätzen von der Gleichheit der Triangel hergeleitet, daß es dannenhero denen Anfängern nicht schwer fallen kan, derselben zugewohnen, zumal, wenn entweder der Lehrer, oder sie selbst alles durch die gebrauchten Zeichen vor sich schreiben, was in den angenommenen Bedingungen der Lehr: Sätze, oder in den Auflösungen der

Vorrede.

Aufgaben enthalten, und woraus durch vorhergehende Lehr: Sätze geschlossen wird. In den Auflösungen habe ich alles, was zuthun ist, hinter einander gleichsam an den Fingern hergezehlet, und die Exempel in Rechnungen ganz mit hinein drucken lassen, auch durch verschiedenen Druck die verschiedenen Sachen von einander unterschieden, damit die Imagination nicht geirret, und dadurch der Verstand in dem Nachdenken gestöret werde. Ich habe diese Anfangs: Gründe Teutsch geschrieben, weil sie unsern Teutschen zu Dienste stehen sollen. Die Kunst: Wörter habe ich nach dem Exempel der Franzosen, Engländer und anderer Ausländer behalten, und ihnen nur unserer Mund: Art gemäße Endungen gegeben. Gott aber gebe seinen Seegen, damit man von meiner wenigen Arbeit den Nutzen habe, welchen ich jeden von Herzen wünsche! Halle, den 1 August 1710.

Erin:



Erinnerung,
wegen der andern, dritten und
vierten Auflage.

In der andern Auflage hat man sich vor allen Dingen beflissen, daß die vielen Druckfehler, welche in die erste eingeschlichen waren, vermieden würden: wie ich denn auch der Hoffnung lebe, daß man keinen antreffen werde, welcher einen Ungeübten aufhalten könnte. Was aber davon noch zurücke geblieben ist, oder sich von neuem eingeschlichen hat, ist bey der dritten und vierten corrigirt worden. Nächst diesem hat man in den letztern Auflagen Sorge getragen,

b 3

Erinnerung, wegen der andern,

tragen, daß die Beweise, welche in der ersten Auflage zuweitläufig gerathen sind, kürzer und leichter gemacht würden. Ein merckliches Exempel findet man in den beyden schwehresten Aufgaben der Trigonometrie, wie man nemlich aus zwey Seiten eines schiefwincklichten Triangels nebst dem Winckel, welchen sie einschliessen, die übrigen Winckel, und aus dreyen Seiten alle drey Winckel finden soll. Es sind auch hin und wieder viel nützliche Sachen dazu gekommen, und einige verbessert worden: welches alles hier zu erzählen, viel zuweitläufig fallen würde. Absonderlich hat die Perspectiv, die sphärische Trigonometrie, die Astronomie, die Gnomonick, die Algebra und der Unterricht von den mathematischen Schriften eine große Veränderung erlitten. Die Perspectiv ist so vollständig geworden, als sie ein Anfänger verlangen kan, da in der ersten Auflage nur die ersten Linten davon zu finden waren. In der sphärischen Trigonometrie habe ich meine allgemeine Regel erklärt, und dadurch ihren Gebrauch sehr erleichtert. In dem ersten
Theile

Dritten und vierten Auflage.

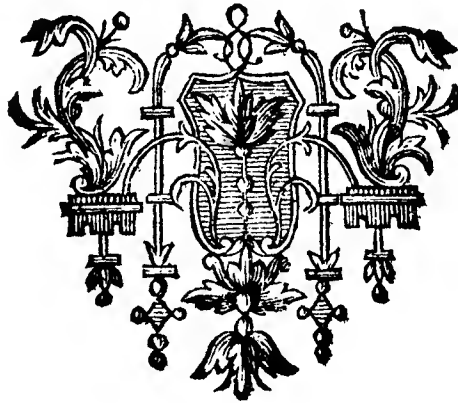
Theile der Astronomie habe ich nicht allein bey einer jeden Aufgabe den Gebrauch der Himmels : Kugel zugleich mit gezeigt, damit diejenigen, welche zu trigonometrischen Rechnungen nicht Lust haben, keine davon übergehen dürfen; sondern auch zugleich die trigonometrischen Auflösungen durch meine universal : Regel sehr erleichtert. In dem andern Theile ist absonderlich die Rechnung der Sonn : und Mond : Finsternisse ausführlich gezeigt worden, von welcher nur etwas unvollkommenes in der ersten Auflage angetroffen wird. In der Gnomonick sind nicht allein die Beweise, sondern auch neue Aufgaben, nebst einigen andern nützlichen Erinnerungen dazu gekommen. An der allgemeinen Algebra habe ich nicht allein geschickte Constructiones der geometrischen Aufgaben hinzu gesetzt; sondern auch die Lehre von den geometrischen Vertern und ihren Gebrauch in den Constructionibus der höhern Gleichungen viel allgemeiner, leichter und gründlicher, als vorhin, gezeigt: andere Sachen zugeschwiegen, welche in den letztern Auflagen noch mit ein-

b 4

gerücket

Erinner. wegen der 2. 3. u. 4. Auflage.

gerücktet worden sind. Die Nachricht von den Büchern ist viel ausführlicher als die vorige, und in der That bis auf unsere Zeit fortgeführt worden. In den Kupfern kan man den Unterschied gleich wahrnehmen, wenn man die neuen gegen die Alten zuhalten, sich belieben läßt. Marburg, den 30 May 1731.



Wir

P R I V I L E G I U M.

Sir Carl der Siebende
von Gottes Gnaden,
erwählter Römischer Kaysers, zu
allen Zeiten Mehrer des Reichs,
in Germanien und Böhheim König,
in Ober- und Nieder-Bayern,
auch der Ober-Pfalz Herzog,
Pfalz-Grav bey Rhein, Erzherzog
zu Oesterreich, und Landgraf zu
Leuchtenberg ꝛ. ꝛ. Bekennen öf-
fentlich mit diesem Briese, und thun
kund allermänniglich, daß Uns die
Kengerische Erben und Vicz, Buch-
händler zu Halle im Herzogthum
Magdeburg unterthänigst zu ver-
nehmen gegeben, was Gestalten

P R I V I L E G I U M.

von Unserm nächsten Herrn Vorfahrer
am Reich, weyland Kayser Carl dem
Sechsten Majestät und Liebden Glor-
würdigsten Gedächtnisses sie ein an-
derweites Kayserl. Privilegium Im-
pressorium auf fünf Jahr unterm fünf-
ten Septembris Siebenzehnhundert
Acht und Dreißig über des Professo-
ris', Christian Wolffens Anfangs-
Gründe und dessen Auszug aus denen
Anfangs-Gründen aller mathemati-
schen Wissenschaften in Octavo er-
halten hätten, mit gehorsamster Bit-
te, daß weilen sothanen Privilegium
allgemag zu Ende zu gehen beginne,
sie

P R I V I L E G I U M.

sie aber durch einen andertwärtigen Nachdruck dieses Wercks, in Schaden und Verlust, wegen ihrer darauf gewendten Mühe, Arbeit und Unkosten gerathen könnten, Wir gnädigst gerubeten, ihnen Unser Kaysersliches Privilegium Impressorium auf andere zehen Jahre allermildest zu ertheilen. Wann nun Wir denen Supplicanten in dieser ihrer unterthänigsten Bitte, in mildester Betrachtung der zu solchem Druck erforderlichen Mühe, Arbeit und Unkosten gnädigst willfahrt haben, und dahero ihnen Kengerischen Erben und Wic die

P R I V I L E G I U M.

die Gnade gethan und Freyheit gegeben ; thun auch solches hiermit in Krafft dieses Briefs also und dergestalt , daß sie vorgedachtes Werck , Christian Wolffens Anfangs-Gründe und Auszug derer mathematischen Wissenschaften in Octavo in offenen Druck ausgehen , hin und wieder ausgeben , feil haben und verkauffen lassen , auch ihnen solches niemand , ohne ihren Consens und Wissen innerhalb zehen Jahren , von Verfließung derer dem vor in Kayserslichen Privilegio einverleibten , anzurechnen , weder im Heil. Römischen Reich ,
noch

P R I V I L E G I U M.

noch auch in Unfern Erblanden nachdrucken oder verkauffen lassen solle und möge. Als gebieten Wir darauf allen und jeden Unfern und des Heil. Römischen Reichs, auch Unfern Erblanden, Unterthanen und getreuen, insonderheit aber allen Buchdruckern, Buchführern und Buchhändlern, bey Vermeidung fünf Marck löthigen Goldes, die ein jeder, so oft er freventlich hierwieder thäte, Uns halb in Unser Käyserl. Cammer und den andern halben Theil vorerwehnten Rengerischen Erben und Vici ohnnachlässlich zu bezahlen verfallen seyn solle,

P R I V I L E G I U M.

solle, hiermit ernstlich und wollen,
daß Ihr noch einiger aus Euch selbst
sten, oder jemand von Eurentwegen
oben geregtes Werck innerhalb denen
obbestimten zehn Jahren in keinerley
Format, weder mit noch ohne Ku-
pfer, noch unter einem andern Titel
nachdrucket, noch also nachgedruck-
ter distrahiret oder feil habet, um-
traget oder verkauffet, noch dieß
andern zu thun gestattet, in keine
Weise noch Wege, alles bey Ver-
meidung unserer Kayserslichen Un-
gnade, obbestimmter Poen und Ver-
lierung desselben euren Druckes, den
Sie

P R I V I L E G I U M.

Sie Rengerische Erben und Viciß,
oder derer Befehlshabere mit Hülffe
und Zuthun eines jeden Orts Obrig-
keit, wo sie dergleichen bey einem je-
den finden werden, also gleich aus
eigener Gewalt, ohne Verhinderung
männiglich zu sich nehmen und damit
nach ihren Gefallen handeln und thun
mögen und können. Jedoch sollen Sie
Rengerischen Erben und Viciß schuldig
seyn, von diesem Werck die gewöhn-
lichen fünf Exemplaria zu Unserm
Kaiserl. Reichs-Hof-Rath, bey
Verlust dieses Privilegii zu liefern,
und dasselbe, andern zur Nachricht
und

P R I V I L E G I U M.

und Warnung, dem Buch vordrucken zu lassen. Mit Urfund dieses Briefs besiegelt mit Unserm Kayserlichen aufgedruckten Secret-Insiegel, der geben ist zu Franckfurt am Mayn den achten Aprilis, Anno Siebenzehnhundert Drey und Vierzig, Unserer Reiche des Römisch- und Böhemischen im Zwenten

Carl



Vt. Johann Georg Graf
von Königsfeld

ad Mandatum Sacrae Caesaræ
Majestatis proprium.

Matth. Wilhelm Haan.

Kurzer

Kurzer
Unterricht,
von der
Mathematischen
Methode,
oder
Lehrart.

Vorrede.

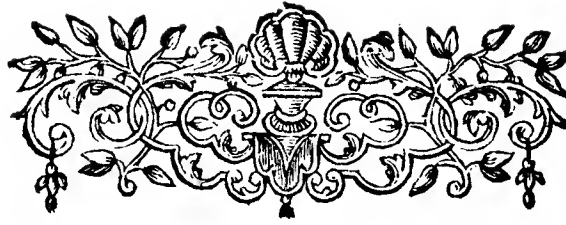
Es ist viel daran gelegen, daß man die mathematische Lehrart wohl verstehe. Denn wenn man weiß, was sie zu sagen hat; giebt man nicht allein auf die Lehren, die vorgetragen werden, genau acht, und erkennet die Ursache ihrer unwidersprechlichen Gewißheit, sondern man lernet auch dieselbe desto hurtiger in anderen Wissenschaften anbringen. Dieser Nutzen aber ist allein zulänglich, alle und jede, die sich auf das Studiren legen, zu Erlernung der Mathematick zu verbinden, wenn sie gleich sonst ihre Wahrheiten die ganze Zeit ihres Lebens zu nichts brauchen würden. Und aus dieser Absicht pflegen auch alle verständige mit sonderbarem Eifer die Mathematick den Studirenden zu recommendiren. Ich begnüge mich jetzt, nur den Locke in seinem Tractat von der Leitung des menschlichen Verstandes p. 30. (welcher nebst einigen seiner anderen Werke nach seinem Tode zu London 1706. heraus kommen,) den Malebranche in seinem Werke von der Erfindung der Wahrheit (lib. 6. c. 4. & 5.) und den Herrn von Tschirnhausen in seiner Einleitung zur Mathesi und Physica, darinnen er den Nutzen dieser beyden Wissenschaften vorstelllet, und die Art, selbige zu studiren, beschreibet, anzuführe. Und

A 2

zwar

zwar führe ich diese drey Männer vor allen andern darum an, weil sie vor die besten Kenner des menschlichen Verstandes gehalten werden. Die mathematische Lehrart habe ich in meinem Buche von den Kräften des menschlichen Verstandes ausführlich erkläret, und ihren vielfältigen Nutzen gezeiget. Doch weil diese kürzere Nachricht damals in diesen Anfangs-Gründen der mathematischen Wissenschaften ihren Platz gefunden, ehe jenes heraus kam; so wollen wir sie auch jetzt in dieser wiederholten Auflage nicht daraus vertreiben. Es hat sonst der Herr von Tschirnhausen die mathematische Lehrart in vielen Stücken gar geschickt in seiner *Medicina mentis* erläutert: welches Buch alle mit Bedacht durchlesen sollen, die den Gebrauch der Kräfte ihres Verstandes erlernen wollen. Doch wird in diesem kurzen Berichte der geneigte Leser vielleicht noch eines und das andere finden, welches er auch in dem angeführten vortreflichen Werke vergebens suchet. Und darf ich ohne Scheu sagen, wer diesen kleinen Unterricht zuvor gelesen, wird des Herrn von Tschirnhausens *Medicinam mentis* viel besser und leichter, als sonst, verstehen können: Welches ich einem jeden Liebhaber der Wahrheit von Herzen wünsche.

Kurzer



Kurzer
 Unterricht,
 von der
Mathematischen
 Lehrart.

§. 1.

Die Lehrart der Mathematicorum, das ist, die Ordnung, deren sie sich in ihrem Vortrage bedienen, fänget an von den Erklärungen, gehet fort zu den Grundsätzen, und hiervon weiter zu den Lehrsätzen und Aufgaben: überall aber werden Zusätze und Anmerkungen nach Gelegenheit angehängt.

Ordnung
 der mathematischen
 Lehrart.

§. 2. Die Erklärungen (*definitiones*) sind deutliche Begriffe, dadurch die Sachen von einander unterschieden werden, und daraus man das übrige herleitet, was man von ihnen erkennet. Es sind aber dieselben zweyerley: Entweder Erklärungen der Wörter

Was Erklärungen
 sind.

(*definitiones nominales*), oder Erklärungen der Sachen (*definitiones reales*).

Was Erklärungen der Wörter sind.

§. 3. Die Erklärungen der Wörter geben einige Kennzeichen an, daraus die Sache erkannt werden kan, die einen gegebenen Namen führet. Als wenn in der Geometrie gesagt wird, ein Quadrat sey eine Figur, welche vier gleiche Seiten und gleiche Winkel hat. Denn durch die Zahl der Seiten wird das Quadrat von allen übrigen Figuren, die keine Vierecke sind, durch die Gleichheit der Seiten und Winkel aber von allen übrigen Vierecken unterschieden. Und also reichen die angegebene Kennzeichen zu, diese Figur von allen übrigen zu unterscheiden.

Was Erklärungen der Sachen sind.

§. 4. Die Erklärungen der Sachen sind ein klarer und deutlicher Begriff von der Art und Weise, wie die Sache möglich ist, als wenn in der Geometrie gesagt wird: Ein Circul werde beschrieben, wenn sich eine gerade Linie um einen festen Punct bewegt. Denn hieraus begreift man, daß ein Circul möglich ist. Was man wirklich machen kan, muß auch möglich seyn.

Was ein Begriff ist.

§. 5. Wir nennen einen Begriff eine jede Vorstellung einer Sache in dem Verstande.

Was ein klarer Begriff ist.

§. 6. Es ist aber mein Begriff klar, wenn ich aus meinen Gedancken die Sache erkennen kan, so bald sie mir vorkommet, als z. E.
daß

daß ich weiß, es sey diejenige Figur, welche man einen Triangel nennet.

§. 7. Hingegen ist der Begriff dunkel, wenn meine Gedancken nicht zulangen, die Sache, so mir vorkommet, zu erkennen, als wenn mir eine Pflanze gezeiget wird, und ich bin zweifelhaft, ob es eben dieselbige sey, die ich zu anderer Zeit gesehen, und die diesen oder jenen Namen führet. Was ein dunkeler Begriff ist.

§. 8. Der klare Begriff ist deutlich, wenn ich einem sagen kan, aus was vor Merckmahlen ich die vorkommende Sache erkenne, als wenn ich sage, ein Circul sey eine in eine in sich selbst laufende krumme Linie eingeschlossene Figur, deren jeder Punct von dem Mittelpuncte desselben gleich weit weg ist. Es gehöret auch hieher das Exempel von dem Quadrate (§. 3.). Was ein deutlicher Begriff ist.

§. 9. Ein klarer Begriff aber ist undeutlich, wenn man einem die Merckmahle nicht sagen kan, daraus man die vorkommende Sache erkennet: dergleichen ist der Begriff, den man von der rothen Farbe hat. Was ein undeutlicher Begriff ist.

§. 10. Es ist ein deutlicher Begriff vollständig, wenn man auch von den Merckmahlen, die er einschliet, deutliche Begriffe hat. Als wenn man in der angegebenen Erklärung des Circuls (§. 4.) auch einen deutlichen Begriff von der geraden Linie, von Was ein vollständiger Begriff ist.

dem Puncte , von einem festen Puncte und von der Bewegung um denselben hat.

Was ein unvollständiger Begriff ist.

§. 11. Hingegen ist er unvollständig, wenn man von den Merckmahlen, die er in sich fasset, keine deutliche Begriffe hat.

Was vor Begriffe in der Rhetorik gelten.

§. 12. In den mathematischen Wissenschaften beflisset man sich vor allen Dingen auf deutliche und vollständige Begriffe, so wohl in den Erklärungen der Sachen, als in den Erklärungen der Wörter, so weit als es nöthig ist, wenn man die Behrsätze völlig erweisen will.

Beschaffenheit ihrer Erklärungen.

§. 13. Daher findet man in folgenden Erklärungen keine Wörter, welche nicht entweder schon in den vorhergehenden erklärt worden, oder anders woher als bekant angenommen werden können.

Wenn man mit einem undeutlichen Begriffe zufrieden.

§. 14. Ja wenn man in einigen Fällen mit einem undeutlichen Begriffe vergnügt seyn kan, so muß er so beschaffen seyn, daß man zu ihm bald ohne Mühe gelangen kan, und dannenhero von einer Sache, um deren Gegenwart man sich nicht sonderlich zu bemühen hat.

Die erste Art Erklärungen zu finden.

§. 15. Man gelanget zu den Erklärungen der Wörter auf verschiedene Weise. Der erste Weg ist, wenn man die Sache gegenwärtig wahrnimmet. Auf solche Weise erkennet man, daß einemonds-Finsterniß eine Beraubung des Lichts im Vollmond sey.

§. 16.

§. 16. Soll unsere Wort Erklärung ein Ausü-
deutlicher Begriff werden, so müssen wir bung der:
mit gutem Bedacht alles von einander un- selben.
terscheiden, was sich unterscheiden läßt,
anf jedes anfangs ins besondere acht haben,
und nach dem alles gegen einander halten.

§. 17. Wenn man die nach vorgeschrie- Die ander-
bener Art gefundene Erklärungen betrach- re Art.
tet, findet man zuweilen gewisse Umstände,
die man weglassen kan; so bekommt man
durch Weglassung derselben eine neue Er-
klärung, die mehreren Dingen, als die er-
ste, zukommet. Z. E. Ich setze, ihr habet
auf mehr gemeldte Weise den Begriff eines
Dreyeckes bekommen, daß es ein Raum
sey, der in drey Linien eingeschlossen ist.
Lasset den besondern Umstand, daß drey
derselben Linien seyn sollen, weg; so bleibet
der Begriff einer Figur übrig, der in Linien
eingeschlossen ist.

§. 18. Wenn man Erklärungen, sie mö- Die dritte
gen gefunden worden seyn, wie sie wollen, Art.
dergestalt überleget, daß man auf die beson-
dern Umstände, dadurch die Sache in ihrer
Art determiniret wird, acht hat; so kan man
durch Nachahmung andere ähnliche Umstän-
de erdencken, und dadurch andere Sachen
in ihrer Art determiniren. Und solcherge-
stalt findet ihr abermals neue Erklärungen.
Z. E. Wenn ihr bedencket, daß eine Figur
A 5 ein

ein Dreieck sey, rühre von dem besondern Umstande her, daß sie drey Seiten hat; so könnet ihr den Begriff in einen anderen verwandeln, und z. E. setzen, der Raum sey in vier, oder in fünf, oder in sechs Seiten u. s. w. eingeschlossen. Alsdenn habt ihr neue Erklärungen der Vierecke, Fünfecke, Sechsecke u. s. w.

Die vierte
Art.

§. 19. Ja, wie ihr in der andern Art einige Umstände weglasset, so könnet ihr im Gegentheile auch neue hinzufügen, welche die Sache in denen Dingen determiniren, so in der vorigen Sache noch undeterminirt sind. Z. E. Wenn ihr die Erklärung eines Dreieckes überdencket, so findet ihr, daß in demselben nicht determinirt worden, ob die Linien gerade oder krumm, noch auch, ob sie gleich, oder ungleich seyn sollen. Setzet demnach erstlich, sie sollen gerade seyn: so habet ihr die Erklärung eines geraden Dreieckes. Setzet ferner, sie sollen alle drey einander gleich seyn: so habet ihr die Erklärung eines gleichseitigen Dreieckes, u. s. w.

Die Mög-
lichkeit der
Erklärun-
gen.

§. 20. Wenn ihr die Erklärungen auf die erste Weise gefunden, so seyd ihr gewiß, daß sie möglich sind. Denn, wer wolte zweifeln, daß dieses seyn könnte, welches ihr wirklich antreffet? Eben so sind diejenigen möglich, welche ihr nach der andern Art von möglichen absondert. Hingegen wenn

wenn ihr sie von den Erklärungen absondert, deren Möglichkeit ihr noch nicht erkannt habt; so wiſſet ihr auch nicht, ob dieſelben möglich ſind, oder nicht. Z. E. Wenn ihr wirklich wahrgenommen, daß ein Raum in drey gerade Linien eingeſchloſſen ſey, ſo habt ihr keinen Zweifel darüber, ob ein Raum in drey gerade Linien könne eingeſchloſſen werden, oder nicht, das iſt, ob die Erklärung des geradelinichten Dreyeckes möglich ſey, oder nicht. Wenn ihr nun den Begriff einer Figur davon absondert, daß ſie ein Raum ſey, der in Linien eingeſchloſſen iſt; ſo iſt gleichfalls gewiß genug, daß ein Raum in Linien eingeſchloſſen werden kan. Derowegen könnet ihr dieſe Erklärungen als unwiedersprechliche Gründe der Erkenntniß annehmen, und verſichert ſeyn, alles dasjenige, was durch richtige Schlüſſe aus ihnen hergeleitet wird, ſey gleichfalls möglich.

§. 21. Hingegen verhält es ſich ganz anders mit den Erklärungen, welche nach der dritten und vierten Manier ausgeſonnen werden. Denn wenn ihr nach der dritten Manier (§. 18.) die beſonderen Umſtände, dadurch die Sache in ihrer Art determiniret wird, in andere ähnliche verwandelt: ſo könnet ihr nicht wiſſen, ob es möglich ſey, daß durch die willkührlich angenommene Umſtände

Wenn ſie unterſuchet werden muß.

Umstände eine Sache determiniret werden kan. Z. E. Wenn ihr wißet, ein Raum kan in drey Linien eingeschlossen werden; so ist daraus noch nicht klar, daß er auch in vier, in fünf und in sechs Linien eingeschlossen werden kan. Eben so ist euch in der vierten Manier unbekant, ob die willkührlich hinzugesetzten Umstände, dadurch ihr eine Sache genauer zu determiniren gesucht, möglich sind. Denn, wenn gleich ein Raum z. E. in drey gerade Linien eingeschlossen werden kan; so folget daraus noch nicht, daß alle drey Linien einander gleich seyn können. Denn in beyden Fällen kan euer Willkühr nichts möglich machen; sondern die Möglichkeit beruhet auf der Natur und Beschaffenheit der Sachen. Und derowegen müßet ihr aus dieser dieselbe zu erweisen euch bemühen, woferne ihr auch diese Erklärungen als unwidersprechliche Gründe der Erkenntniß annehmen wollet. Dannenhero als *Euclides* die Erklärung des gleichseitigen Dreyeckes nach der vierten Manier gefunden hatte; zeigte er bald in der ersten Aufgabe, wie ein gleichseitiges Dreyecke auf einer jeden angegebenen Linie construirt werde, um die Möglichkeit desselben unter andern mit darzuthun.

Was bey
den Er-
klärun-
gen der

§. 22. Was die Erklärungen der Sachen betrifft, so zeigen dieselbigen, wie eine Sache möglich ist, das ist, auf was für Art und Weise

Weise sie entstehen kan (§. 4.). Und dero= Sachen zu wegen hat man bey ihnen auf zweyerley zu bedencken. sehen, nemlich auf diejenigen Dinge, welche zu ihrer Möglichkeit etwas beytragen. 3. E. Wenn ein Circul erkläret wird, daß er entstehe, wenn sich eine gerade Linie um einen festen Punct herum beweget; so erfordert man zu seiner Möglichkeit einen Punct und eine gerade Linie, der Punct soll unbeweglich seyn, und also die Bewegung der Linie reguliren, die gerade Linie aber soll sich dergestalt bewegen, daß sie wieder an den Ort kommet, wo die Bewegung sich anfangen.

§. 23. Es werden aber die Erklärungen Erster der Sache auf viererley Weise gefunden. Weg, Erst Einmahl geschieht solches, wenn man viele Erklärungen mögliche Dinge, die man erkannt hat, der Sachen zu mit einander verknüpft, und dadurch was finden. neues heraus bringet, als wenn man die einfachen Maschinen mit einander verknüpft, damit eine andere zusammengesetzte heraus kommet, davon man zuvor gar keinen Begriff hatte. Und hier hat man öfters dem blinden Glücke vieles zu danken.

§. 24. Es gehet schwehrer her, wenn man Der anders aus der Wort-Erklärung die Erklärung der re Weg. Sache finden soll: in welchem Falle man vonnöthen hat, von allem demjenigen deutliche Begriffe zu suchen, was in der Wort-Erklä-

Erklärung enthalten ist, und sich auf alles zu besinnen, was man sonst von diesen Dingen erkannt hat. Als wenn in der Astronomie gesagt wird, die Mond-Finsterniß sey eine Beraubung des Lichtes im Vollmond; so hat man zu überlegen, was man von dem Lichte und dem Monden weiß. Wenn man sich nun erinnert, daß das Licht nach geraden Linien fortgehet, und zur Zeit des Vollmonds, da eine Finsterniß geschieht, die Erde zwischen der Sonne und dem Mond stehet, und das Licht, welches in den Mond fallen soll, auffänget; so wird man ohne Mühe erkennen, daß die Monds-Finsterniß entstehe, wenn der Mond in den Schatten der Erde kommet. Nämlich hier wird aus demjenigen, was in der Wort-Erklärung angenommen wird, vermittelt anderer erkannten Wahrheiten durch Vernunft-Schlüsse herausgebracht, wie sie möglich ist, auf eben die Art und Weise, wie man in dem Beweise eines Lehrsatzes, durch Vernunft-Schlüsse aus dem, was man von ihr annimmt, vermittelt dessen, was man vorhin erkannt, herausbringt, was in dem Sake unter der angenommenen Bedingung der Sache bengelegt wird.

Der dritte
und vierte
Weg.

§. 25. Viel leichter kan man zu den Erklärungen der Sachen gelangen, wenn man entweder gegenwärtig ist, und acht giebet, indem eine Sache formiret wird. Z. E. Wenn ein

ein Circul beschrieben wird: oder wenn man zusammengesetzte Dinge in ihre Theile zergliedert, z. E. eine Uhr zerleget.

§. 26. Wenn nun die Erklärungen der Sachen ihre Richtigkeit haben, oder möglich seyn sollen, so muß man versichert seyn, daß dergleichen Dinge seyn können, als darzu erfordert werden, und daß auch von ihnen herrühren kan, was ihnen bengelegt wird. z. E. Will man versichert seyn, daß ein Circul durch die Bewegung um einen festen Punct könne beschrieben werden; so muß man gewiß seyn, daß eine Linie in einem unbeweglichen Puncte könne befestiget und doch um denselben bewegt werden.

Wie ihre
Möglich-
keit zu un-
tersuchen.

§. 27. Zu dieser Gewißheit gelanget man entweder durch die Erfahrung, oder durch die Erinnerung desjenigen, was man vorhin durch richtige Schlüsse gefunden. z. E. Aus der Erfahrung ist ohne vieles Nachsinnen klar, daß eine Linie an einem Puncte dergestalt befestiget werden kan, daß sie sich um ihn bewegen läßt. Hingegen, wenn ich ein dreyeckichtes Prisma beschreibe, daß es entstehe, wenn sich ein Dreyecke an einer Linie herunter bewegt; wird durch richtige Schlüsse ausgemacht, daß drey Linien einen Raum einschließen können. Denn weil man von jedem Puncte zu jedem Puncte eine gerade Linie ziehen kan, so kan ein jeder Winckel durch eine gerade Linie geschlossen werden. Nun
hat

Weitere
Ausfüh-
rung des
vorigen.

hat der Winkel zwey gerade Linien zu seinen Schenkeln: wenn er nun noch durch eine geschlossen wird, so ist der Raum nothwendig von drey geraden Linien eingeschlossen.

Wie sie in
der Geom-
etrie zu
finden.

§. 28. In der Geometrie fällt es nicht schwer, die Erklärung der Sachen zu finden. Denn die Bewegung der Puncte geben Linien; die Bewegung der Linien Flächen; die Bewegung der Flächen Körper. Wenn man also die Puncte, Linien und Flächen auf alle ersinnliche Art combiniret, und ihnen nach und nach alle mögliche Arten der Bewegung zueignet, so kommen die verlangten Erklärungen heraus, wie *Barrow* in seinen *Lectionibus geometricis* zeigt.

Was
Grundsätze
sind.

§. 29. Die Erklärungen so wohl der Wörter, als der Sachen, können entweder vor sich insbesondere erwogen, oder mit andern verglichen werden. Betrachtet ihr dasjenige, was in den Erklärungen enthalten ist, und schließet etwas unmittelbar daraus; so nennen wir solches einen Grundsatz. Z. E. Wenn ihr bey der Erklärung des Circuls bedencket, daß die Linie, welche sich um den Mittelpunct herum bewegt, immer einerley Länge behält; so werdet ihr bald begreifen, daß alle Linien, welche aus dem Mittelpuncte an die Peripherie gezogen werden, einander gleich sind. Diese Wahrheit nun ist ein Grundsatz.

§. 30.

§. 30. Diese Grundsätze zeigen entweder, *Ihr Un-*
daß etwas sey, oder daß etwas könne ge- *terscheid.*
than werden. Ein Grundsatz von der erstern
Art ist, den wir erst aus der Erklärung des
Circuls hergeleitet, daß nemlich alle Linien,
die aus dem Mittelpuncte an die Periphe-
rie gezogen werden, einander gleich sind.
Hingegen ein Grundsatz von der andern
Art ist, der aus der Erklärung der geraden
Linie fließet, daß nemlich von einem jeden
Puncte zu jedem Puncte eine gerade Linie
können gezogen werden. Im Lateinischen
nennet man die Grundsätze der erstern Art
Axiomata; die Grundsätze aber der andern
Art *Postulata*.

§. 31. Weil nun die Grundsätze unmittel- *Warum*
bar aus den Erklärungen gezogen wer- *sie keinen*
den, haben sie keines Beweises nöthig, son- *Beweis*
dern ihre Wahrheit erhellet, so bald man *erfordern.*
die Erklärungen ansiehet, daraus sie fließ-
sen. Man kan demnach nicht eher versichert
seyn, ob der Grundsatz wahr sey oder nicht,
bis man die Möglichkeit der Erklärungen
untersüchet hat. Sonst weiß man nichts,
als daß die Grundsätze richtig sind, wofern
die Erklärungen richtig sind.

§. 32. Weil die Grundsätze keinen beson- *Wiß-*
dern Beweis erfordern; so pfeget man ins- *brauch der*
gemein Grundsätze zu nennen, was so klar *Grund-*
zu seyn scheint, daß man es ohne Beweis *sätze.*
annehmen kan. Und in diesem Verstande
(*Wolfs Mathes. Tom. I.*) *B* muß

muß man das Wort nehmen, wenn man von den Grundsätzen *Euclidis* und anderer *Geometrarum* urtheilen will. Es entstehet aber daher ein großer Mißbrauch der Grundsätze, von welchem sich alle Unge-
 wissheit in alle übrige Erkenntniß einschle-
 chet. Jedoch wenn man die Sache genauer
 ansiehet, so nennet *Euclides* solche Sätze
Axiomata, denen ein gemeiner Begriff zu-
 kommet, welcher dadurch deutlich ausge-
 sprochen wird. Dergleichen sind in der *Arith-*
metick der andere, siebente und achte (§. 28.
 35. 36. *Arithm.*).

Was Er-
 fahrungs-
 gen sind.

§. 33. Mit den Grundsätzen werden auch unterweilen die Erfahrungen vermenget. Man nennet aber eine Erfahrung, was man erkennet, wenn man auf seine Em-
 pfindungen acht hat. Z. E. Ich sehe, daß,
 wenn ein Licht angezündet wird, alle Din-
 ge um mich sichtbar werden: diese Erkennt-
 niß wird eine Erfahrung genennet.

Von was
 vor Sa-
 chen sie
 handeln.

§. 34 Die Erfahrungen sind demnach Sätze von einzelnen Dingen, weil man nichts als einzelne Dinge empfinden kan. Darnachhero wer sich auf die Erfahrung beru-
 fet, ist verbunden, einen besonderen Fall anzufüh-
 ren, wenn sie nicht so beschaffen ist, daß
 man entweder dieselbe bald haben kan, wenn
 man sie verlanger, oder sich bald darauf be-
 sinnet, weil man sie schon öfters gehabt.
 Dieses

Dieses nimmet man in der Mathematick genau in acht. Denn wenn man z. E. in der Astronomie von der Bewegung der Sonne redet, führet man keinen besondern Fall an, daß die Sonne auf- und untergehet, indem es ein jeder alle Tage siehet. Hingegen, wenn man von der scheinbaren Grösse der Sonne redet, führet man besondere Fälle an, wie groß nemlich ihr Diameter zu dieser und einer andern Zeit von diesem und jenem Astronomo durch Hülfe der dazu gehörigen Instrumente sey gefunden worden, weil diese Erfahrung nicht ein jeder haben kan, noch zu aller Zeit, wenn er sie verlanget.

§. 35. Auch findet man, daß die Mathematici die Erfahrung von demjenigen, was daraus geschlossen wird, genau unterscheiden: welches hingegen von anderen nicht geschieht. Z. E. Es wird ein Licht angezündet, so fange ich an, um mich zu sehen, was für meinen Augen vorher ganz verdeckt und verborgen war. Dieses ist die Erfahrung. Hingegen, wenn ich bedencke, daß das Licht die Ursache sey, warum die Sachen gesehen werden, die im Finstern unsichtbahr waren, und dabey überlege, daß die natürlichen Dinge unter einerley Umständen immer einerley Würckung haben; so ist bey mir kein Zweifel übrig, daß, wenn auch

zu anderer Zeit an einem anderen Orte im Finstern ein anderes Licht werde aufgesteckt werden, man gleichfalls sehen werde, was im Finstern verborgen lag. Und dannhero schliesse ich: Das Licht macht alles sichtbar, was es erleuchtet. Dieser allgemeine Satz ist nicht die Erfahrung selbst, sondern durch einen richtigen Schluß aus der Erfahrung hergeleitet worden.

Wenn
man die
Erfah-
rung selbst
nicht an-
führen
darf.

§. 36. Wenn die Art und Weise bekannt ist, nach welcher aus der Erfahrung dergleichen Sätze hergeleitet worden, kan man diese ohne jene beybringen. Z. E. den größten Abstand der Sonne von dem Äquatore kan man nicht unmittelbahr selbst messen, sondern man leitet ihn her aus der vorher gefundenen Höhe des Äquatoris und der im Mittage des Solsticii observirten Höhe der Sonne. Wenn ich nun hiervon meine Erfahrung beybringen will, so ist eben nicht nöthig, daß ich die Mittags-Höhe der Sonne, die ich observiret, mit angebe; sondern wenn bekannt ist, wie groß ich des Äquatoris Höhe annehme, darf ich nur bald sagen, wie groß ich den gemeldeten Abstand der Sonne von dem Äquatore gefunden. Als denn weiß auch ein jeder, wie groß die Mittags-Höhe der Sonne gewesen. Kan man aber nicht aus dem angeführten Satze errathen, wie ihn einer aus seiner Erfahrung

nung hergeleitet; so ist er allerdings schuldig, dieselbe in ihrem besonderen Falle anzuführen, damit man urtheilen kan, ob er durch richtige Schlüsse auf seinen Satz kommen sey, oder nicht. Denn daß einer etwas durch den Einfall der äußerlichen Dinge in unsere Sinnen empfunden, kan er nicht erweisen, sondern er fordert mit Recht, daß man es ihm glaube. Hingegen wie er geschlossen, muß durch den Verstand beurtheilet werden, und demnach kan keiner mit Recht fordern, daß man ihm dieses glaube.

§. 37. Wenn man verschiedene Erklärungen gegen einander hält und daraus schließt, was durch einzelne Betrachtung zu erkennen, unmöglich war, so nennet man solches einen **Lehrsatz** (Theorema). Z. E. Wenn man in der Geometrie einen Triangel mit einem Parallelogrammo vergleicht, welches mit ihm einerley Grundlinie und Höhe hat, und in dieser Vergleichung theils unmittelbar aus den Erklärungen dieser beyden Flächen, theils aus andern Eigenschaften derselben, die aus ihren Erklärungen schon vorher gefunden worden, schließt, daß der Triangel nur halb so groß ist, als das Parallelogrammum: wird dieser Satz, der Triangel ist die Helfte eines Parallelogrammi, welches mit ihm einer-

ley Grund-Linie und Höhe hat, ein Lehr-Satz genennet.

Was bey
einem
Lehrsatz
zu bedens-
ten.

§. 38. Es ist aber bey jedem Lehr-Satz auf zweyerley zu sehen, nemlich einmal auf den Satz, darnach auf den Beweis. Zener saget aus, was einer Sache unter gewissen Bedingungen oder demjenigen, was von ihr angenommen wird, zukommen könne, oder nicht: dieser aber zeigt, wie unser Verstand dazu gebracht wird, daß er sich solches von der Sache gedencken kan.

Theile des
Satzes.

§. 39. Nichts ist schlechterdinges möglich, ausser das Selbst-ständige Wesen; sondern alles hat seinen Grund, warum es ist. Derwegen muß ein richtiger Satz keinen von den Umständen auslassen, unter welchen dasjenige möglich ist, was in ihm bekräftiget wird, das ist, man muß von der Sache, von welcher man etwas bekräftiget, dasjenige annehmen, um deswillen von ihr dieses bekräftiget werden muß. Z. E. Der Triangel ist die Helfte eines Parallelogrammi, wenn beyde Figuren einerley Höhe und Grund-Linien haben. Soll nun der Satz richtig seyn, so muß er die Bedingung von der Gleichheit so wohl der Grund-Linien, als der Höhen, nothwendig in sich fassen. Und solchergestalt kan man jeden Satz in zwey Theile zerthei-

zertheilen, nemlich in die Bedingung, unter welcher etwas bekräftiget oder verneinet wird, und in die Aussage, welche dasjenige in sich begreift, so bekräftiget oder verneinet wird. Jene pflegen wir im Lateinischen Hypothesin; diese aber Thesin zu nennen. Z. E. In dem angezogenen Satze ist die Bedingung, wenn ein Triangel und Parallelogrammum einerley Grundlinie und Höhe haben; die Aussage aber, so ist der Triangel die Helfte des Parallelogrammi.

§. 40. Demnach zeigt mir jederzeit die Nutzen Bedingung, in welchem Falle die Aussage der Bedingung, so statt findet, und machet, daß ich niemals den Satz unricht anbringen kan. Und in jedem Satze enthalten. Dannenhero hat man einen jeden Satz in diese zwey Theile zu zerlegen. Es ist aber zu mercken, daß zuweilen die Bedingung nicht deutlich ausgedruckt wird, wenn sie nemlich in der Erklärung der Sache enthalten ist. Z. E. Wenn ich sage: Alle drey Winckel in einem Triangel zusammen genommen, machen 180 Grad; so scheint keine dergleichen Bedingung in dem Satze enthalten zu seyn. Setzet aber an statt des Wortes Triangel nur seine Erklärung hin; so werdet ihr bald die Bedingung wahrnehmen. Der Satz wird also lauten: Wenn eine Figur in drey gerade Linien eingeschlossen

sen ist, so machen ihre drey Winkel zusammen genommen, 180 Grad. Hier ist also die Bedingung, unter welcher etwas ausgesaget wird, diese, daß der Raum in drey gerade Linien eingeschlossen seyn soll. Nämlich alsdann wird von der Sache angenommen, was in ihrer Erklärung enthalten ist.

Beschaffenheit der Aussage.

§. 41. Die Aussage nun findet unter der Bedingung, so im Satz enthalten, bey der Sache bloß statt. Denn, weil bey einer Sache dasjenige anzutreffen ist, was die Bedingung in sich faßt; so kommet ihr auch das andere zu, welches die Aussage von ihr bekräftiget, oder es kan ihr nicht zugeeignet werden, was dieselbe von ihr verneinet. Solchergestalt ist klar, daß man bey jedem Lehr-Satz sich zweyerley von einer Sache gedencket, und zwar das andere um des ersten willen, oder auch, daß man sich das andere von einer Sache nicht gedencken kan, gesetzt, man dencke sich das erste von ihr. Z. E. Wenn ich den Lehr-Satz vor mir habe, ein Triangel, der mit einem Parallelogrammo einerley Grund-Linie und Höhe hat, ist die Helfte desselben; so gedencke ich mir erstlich von dem Triangel, er habe einerley Grund-Linie und Höhe mit einem Parallelogrammo: darnach, er sey die Helfte desselben. Das letztere gedencke ich mir um des ersten willen.

§. 42.

§. 42. Soll nun der Satz richtig seyn, Beschaf-
 so muß sich eine nothwendige Verknüpfung senheit des
 meiner Gedancken finden, so daß, wenn Beweis.
 ich mir gedencke, was die Bedingung in
 der Sache erfordert, es mir unmöglich fäl-
 let, das Gegentheil dessen von ihr zu ge-
 dencken, was in der Aussage bekräftiget
 wird. Oder auch, wenn ich mir gedencke,
 was die Bedingung in der Sache sezet,
 muß ich mir unmöglich von ihr gedenccken
 können, was in der Aussage von ihr ver-
 neinet wird. Der Beweis nun entdecket
 in dem erstern Falle die nothwendige, in dem
 andern aber die unmögliche Verknüpfung
 meiner Gedancken.

§. 43. Solchergestalt sind die Gründe Gründe
 des Beweises theils die Erklärungen derje- des Be-
 nigen Wörter und Sachen, die so wohl weises.
 in der Bedingung als in der Aussage ent-
 halten sind, theils die aus gedachten Er-
 klärungen von eben diesen Sachen schon
 vorhin hergeleitete, oder durch die Erfah-
 rung bekante Sätze. Weil man nun in
 der Mathematick nichts zu Gründen an-
 nehmen läßt, als was entweder in den vor-
 hergesetzten Erklärungen, oder daher gelei-
 teten Grund- und Lehr-Sätzen enthalten;
 so pfleget man die Erklärungen und Lehr-
 Sätze jederzeit anzuführen, auf welche man
 den Beweis gründet, theils, damit ein je-
 der

der siehet, daß die angenommene Gründe des Beweises ihre Richtigkeit haben; theils damit diejenigen, welche die Gründe noch nicht erkannt oder auch wol wieder vergessen haben, nachschlagen und sich ihrer Gewißheit versichern können.

Nutzen
der cita-
tionum.

§. 44. Es hat aber die Anführung der Erklärungen, Grund- und Lehr-Sätze, aus welchen der Beweis geführet wird, grossen Nutzen, und geschieht dannenhero nicht ohne Ursache, daß man in der Mathematick jedem Gedancken seinen besondern Nahmen giebet, diesen eine Erklärung, einen andern einen Grund- und Lehr-Satz, noch einen andern eine Zugabe nennet. Denn, wenn mich der Beweis von der Richtigkeit des Satzes völlig überzeugen soll, so darf ich keinen Zweifel an seinen Gründen haben, sondern muß vielmehr von ihrer Richtigkeit völlig überführet seyn. Dannenhero zeigen mir die citationes, was man bey demjenigen als bekant voraussetzen muß, den ich von der Richtigkeit eines jeden Lehrsatzes überführen will. Und weil die Erklärungen die ersten Gedancken sind, die Grund-Sätze aus ihnen unmittelbahr fließen, hingegen die Lehr-Sätze entweder unmittelbahr oder mittelbahr aus ihnen hergeleitet werden; so siehet man bald aus der Anführung der Nahmen von jeder Wahr-
heit,

heit, die zum Grunde des Beweises gelegt wird, ob man viel oder wenig voraus setzen muß, und in was für einer Ordnung man es anfänget, damit die Ueberführung statt finden kann. Ja, weil auch besondere Kunst-Griffe sind, dadurch man einen von der Richtigkeit der Erklärungen; besondere, wodurch man ihn von der Richtigkeit der Grundsätze, und besondere, wodurch man ihn von der Richtigkeit der Lehrsätze überführt; so geben mir die angeführte Nahmen der Gründe des Beweises zugleich Gelegenheit, an die gehörige Manier zu gedencken, dadurch ich einen von der Richtigkeit der angenommenen Gründe des Beweises überzeugen kan.

§. 45. Die Art und Weise, aus den gesetzten Gründen zu schliessen, ist keine andere, als die längst in allen Büchern von der Logica oder Vernunft-Kunst beschrieben worden. Es sind die Beweise oder Demonstrationes der Mathematicorum nichts anders, als ein Haufen nach den Regeln der Vernunft = Kunst zusammengefügter Schlüsse. Daß demnach in denselben alles durch die so genannten Syllogismos geschlossen wird, nur, daß man zuweilen, oder wol meistens, einen von den Fördersätzen wegläßet, weil er entweder dem Leser, der sich den Beweis zu gedencken bemühet, vor sich

Art aus
den Grün
den zu
schliessen.

sich einfället, oder aus der beygefügtten Citation sich leicht errathen läffet.

Erläuterung des vorigen.

§. 46. Unerachtet es mir nicht schwehre fallen würde, zu behaupten, daß kein überführender Beweis anders geführet werden kan, als wenn unsere Gedanken nach den syllogistischen Regeln auf einander folgen; so ist doch hier diese Weitläufigkeit unnöthig: denn, da die Frage allein von dem ist, was geschiehet; dürfen wir uns nur auf Exempel berufen. Es hat aber nicht allein *Clavius* solches an dem Beweise des ersten Lehrsatzes in denen *Elementis Euclidis*; sondern auch *Herlinus* und *Dusipodius* durch einige Bücher dieser Elementorum, und *Henischius* durch die ganze Rechenkunst gewiesen.

Was Aufgaben sind.

§. 47. Die Aufgaben handeln von etwas, so gethan oder gemacht werden soll, und werden in drey Theile eingetheilet, in den Satz, die Auflösung und den Beweis. In dem Satze geschiehet der Vortrag von dem, was gemacht werden soll. Die Auflösung erzehlet alles, was man thun muß, und wie man eines nach dem anderen zu verrichten hat, damit geschehe, was man verlangt. Endlich der Beweis führet aus, wenn das geschiehet, was in der Auflösung vorgeschrieben wird; so müsse man auch nothwendig erhalten, was man in dem Satze

Satz verlangte. Solchergehalt wird jede Aufgabe in einen Lehrsatz verwandelt, wenn sie bewiesen werden soll, in welchem die Auflösung die Bedingung, der Satz aber die Aussage giebet. Es heisset nemlich überhaupt: wenn man alles thut, wie es die Auflösung erfordert, so geschieht, was man thun sollte. Dannenhero ist nicht nöthig, von den Aufgaben besonders weitläufig zu handeln.

§. 48. Zuweilen geschieht es, daß man um besonderer Ursachen willen einen Satz auf einen besonderen Fall appliciret, oder auch aus ihm durch Schlüsse einen anderen Satz herleitet, indem man um deswillen, was in dem Satz der Sache beigeleget wird, ihr noch weiter etwas zueignet. Der gleichen Arten der Wahrheiten werden Zusätze (corollaria) genennet.

§. 49. Die erstere Art der Zusätze erfordert keinen Beweis. Denn was überhaupt von allen Fällen erwiesen worden, darf nicht insbesondere von einem von neuem dargethan werden. Z. E. Wenn man von einem jeden Triangel erwiesen, daß alle drey Winkel zusammen genommen, zwey rechten Winkeln gleich seyn: so darf man nicht erst besonders von einem rechtwinklichten Triangel erweisen, daß auch seine drey Winkel zusammen genommen, zweyen rechten Winkeln gleich sind. Hingegen die andere Art

Art der Zusätze hat einen Beweis nöthig. Denn, wenn etwas aus anderen Sätzen hergeleitet wird, so muß man zeigen, auf was für Art eines aus dem anderen geschlossen wird. Z. E. Wenn einer zu dem gemeldeten Lehrsatze diesen Zusatz sehet: In einem rechtwinklichten Triangel kan nicht mehr als ein Winkel ein rechter Winkel seyn; so hat er nöthig zu zeigen, wie dieser Zusatz aus dem Lehrsatze fließet. Nämlich weil die drey Winkel zusammen zwey rechte Winkel sind, so bliebe vor den dritten nichts übrig, wenn zwey würcklich rechte Winkel wären.

Was Anmerckungen sind.

§. 50. Endlich in den Anmerckungen, die so wohl den Erklärungen, als Grund- und Lehr-Sätzen, ingleichen den Aufgaben beygefüget werden, pfleget man dasjenige, was noch dunkel seyn mögte, zu erläutern, den Nutzen der vorgetragenen Lehren anzudeuten, die Historie der Erfindung bezubringen, und was etwan sonst nützlich zu wissen vorfället.

Die mathematische Lehrart ist allgemein.

§. 51. Wer die bisher erläuterte Methode oder Lehrart betrachtet, wird ohne Mühe inne werden, daß sie allgemein ist, und in allen Wissenschaften gebraucht werden soll, wenn man anders richtige Erkenntniß der Dinge verlangt. Man nennet sie aber die mathematische, zuweilen auch gar die geometri-

metrische Methode oder Lehrart, weil bisher fast die Mathematici allein, sonderlich in der Geometrie, sich derselben in allem auf das genaueste bedienen.

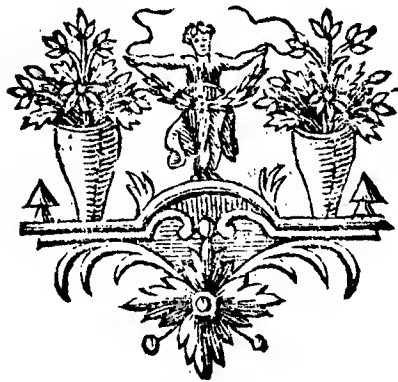
§. 52. Und darum, weil in der Mathe- Nutzen
matick diese Lehrart auf das allergegenaueste der Mas-
in acht genommen wird, rühmet man von thematic.
ihr, daß sie den Verstand des Menschen
schärfe, das ist, geschickt mache, alle Din-
ge, die er erkennen lernet, tiefer und rich-
tiger einzusehen, als ein anderer. Denn
unerachtet eine richtige Logick oder Ver-
nunft-Kunst keine andere Regeln mitthei-
let, als die in der mathematischen Lehrart
beobachtet werden, wie man aus meinen
Gedanken von den Kräften des Verstan-
des ersehen kan; so kan uns doch dieselbe
nicht den Nutzen gewehren, den wir von
der Mathematick haben, wenn wir sie mit
Ernst treiben. Denn diese gewehret uns
das Vermögen, die Regeln einer richtigen
Logick auszuüben, als welches nicht anders
als durch viele Uebung, wie alle Fertigkeit
des Verstandes, erreicht wird.

§. 53. Es werden also dieses vortrefli- Wer des-
chen Nutzens diejenigen nicht theilhaftig, selben
welche bloß einige mathematische Aufgaben nicht theil-
und andere im menschlichen Leben zwar haftig
nützliche, aber vor und an sich selbst zur wird.
Mathe-

32 Kurz. Unterr. v. d. mathem. Lehrart.

Mathematick eigentlich nicht gehörige Sachen lernen, oder auch von den mathematischen Wahrheiten nur eine gemeine Erkenntniß erlangen. Wie man aber die Mathematick tractiren müsse, damit man diesen Nutzen gewiß erreicht, habe ich in meiner Ratione Prælectionum und noch ausführlicher in dem fünften Theile meiner Elementorum Matheseos gezeigt.

END E des Unterrichts von der Lehrart.



Anfangs = Gründe
der
Rechen-Kunst.

(Wolfs Mathef. Tom. I.)

©

Berl.



Vorrede.

Geehrter Leser,

Die meisten, welche von der Rechenkunst geschrieben, haben den Beweis der Regeln weggelassen. Einige, als *Dechales* in seinem *Mundo Mathematico*, und *Tacquet* in seiner *Theoria & Praxi Arithmetice*, haben die Regeln zwar richtig erwiesen: allein sie sind unterweilen durch Umwege gegangen, und haben in der Weite gesucht, was sie in der Nähe viel leichter hätten haben können. Ich habe mich bemühet, den wahren Grund zu zeigen, indem ich alles aus dem wesentlichen Begriffe der Sachen hergeleitet, welcher ihre Möglichkeit deutlich vor Augen leget, und bringe dannenhero die Liebhaber

der Wahrheit auf die rechte Spur, welcher die ersten Erfinder gefolget sind. Ob ich gleich aber nur auf die Dinge gedacht, welche ihren gewissen Nutzen haben; so zweifelte ich doch nicht, es werden einige vermeinen, als wenn ich zuweilen etwas unnöthiges mit eingerückt hätte. Diese aber will ich freundlich gebeten haben, sie wollen nicht eher ihr Urtheil fällen, bis sie darthun können, daß etwas vorkomme, welches in den folgenden Theilen der Mathematick nicht wieder angewendet wird. Denn solchergestalt bin ich versichert, sie werden dergleichen Urtheil gar unterlassen. Von dem Nutzen der Rechen-Kunst ist nicht nöthig zu reden. Jedermann empfindet denselben, und wird ihn noch mehr verspüren, wenn er die mathematischen Wissenschaften studiret. Daß aber die Rechen-Kunst auch einige Regeln, zu Leitung des Verstandes in Erfindung und Untersuchung der Wahrheit, an die Hand gebe, ist in dem Werke selbst erinnert worden. Ich mache von ihr den Anfang, weil alle übrigen Theile der Mathematick ihre Erkenntniß voraus setzen.

An.

Anfangs-Gründe der Rechen-Kunst.

Die 1. Erklärung.

Die Rechen-Kunst ist eine Wissenschaft zu rechnen, das ist, aus einigen gegebenen Zahlen andere zu finden, von denen eine Eigenschaft, in Ansehung der gegebenen Zahlen, bekannt gemacht wird. Z. E. Man soll eine Zahl finden, die so groß ist, wie 6 und 8 zusammen genommen

Der 1. Zusatz.

2. Weil die Wissenschaft eine Fertigkeit andeutet, alles dasjenige, was man von einer Sache behauptet, aus unumstößlichen Gründen unwidersprechlich darzuthun; so muß man nicht allein in Erklärung der Rechen-Kunst die Regeln zeigen, nach welchen man die verlangten Zahlen finden kan, sondern man muß auch deutlich begreifen, warum durch dieselben Regeln die verlangten Zahlen können gefunden werden.

Der 2. Zusatz.

3. Die Rechen-Kunst ist ein besonderer Theil der Erfindungs-Kunst, und kan man demnach durch reifes Ueberlegen von ihren

Regeln die allgemeinen Maximen der Kunst, verborgene Dinge zu erfinden, absondern.

Anmerkung.

4. Der gleichen haben in etwas gethan *des Cartes* in seinem Buche *de Methodo*, und *Malebranche* in seinem Werke von Erfindung der Wahrheit, so er in Französischer Sprache unter dem Titul: *la Recherche de la Verité*, herausgegeben. Auch gehöret hiez her meistentheils, was der erstere von Leitung des Gemüths in Erfindung der Wahrheit, geschrieben, so unter seinen Wercken, die nach seinem Tode herauskommen, befindlich. Etwas umständlicher zeige ich solches in den Lateinischen *Elementis Arithmeticae* §. 125.

Die 2. Erklärung.

5. Wenn man viele einzelne Dinge von einer Art zusammen nimmet, entsteht daraus eine Zahl. Und daher erkläret *Euclides* die Zahl durch eine Menge der Einheiten. Z. E. Wenn man zu einer Kugel noch eine andere leget, so hat man zwei Kugeln. Leget man noch eine dazu, so hat man derselben drey, u. s. w.

Der 1. Zusatz.

6. Zehlen heißet demnach so viel, als andeuten, wie viel Sachen von einer Art beyammen sind.

Der 2. Zusatz.

7. Jede Sache, in so weit sie vor sich angesehen wird, macht Eines aus, und in so weit sie zu einer Zahl Anlaß geben soll, muß sie durch gewisse Eigenschaften dem Verstande vor-

vorgeſtellt werden. Denn alle dieſe Dinge, bey denen man ſolche Merckmahle findet, machen gleichfalls Eines aus, und dieſe Einheiten zuſammen genommen, geben eine Zahl. 3. E. Eine Kugel hat dieſe Eigenschaft, daraus ſie erkannt wird, daß alle Punkte in ihrer Fläche von dem innern Mittelpuncte gleich weit abſtehen. Wenn man nun dieſe Eigenschaft zum Merckmahle der Eines machet, ſo werden alle Körper, die eben dergleichen Eigenschaft haben, zu einer ſolchen Eines. Und eben dieſe Eigenschaft dienet mir zum Merckmahle, daraus ich erkennen kan, wie viel dergleichen Einheiten in einem gegebenen Orte anzutreffen, das iſt, wie viel Kugeln vorhanden ſind.

Der 3. Zuſatz.

8. Alſo erfordert jede Zahl eine gewiſſe Einheit, und laſſen ſich keine Zahlen mit einander vergleichen, noch zuſammensetzen, welche nicht aus einerley Einheiten entſtanden.

Der 4. Zuſatz.

9. Doch, weil das Weſen der Zahl bloß darinnen beſtehet, daß man einerley Einheiten etliche mal zuſammen nimmet (S. 5.); ſo hat man in Erwegung der Zahlen überhaupt, keinesweges auf die Merckmahle der Einheiten zu ſehen, die ſich das Gemüthe in Zählung gewiſſer Dinge vorſtellt: denn man ſtellet ſich alsdenn dieſelben bloß vor als Dinge von einer Art.

Der 5. Zusatz.

10. Eine Zahl wird grösser gemacht oder vermehrt, wenn man andere Zahlen von ihrer Art hinzusetzt. Hingegen wird sie vermindert, wenn man eine oder mehrere Zahlen von ihrer Art wegnimmt. Und weiter kan man keine Veränderung mit den Zahlen vornehmen (§. 5.).

Der 6. Zusatz.

11. Wenn eine Zahl vermehrt wird, sind die Zahlen, so zu ihr gesetzt werden, entweder alle vor sich, derselben gleich, oder sie sind grösser und kleiner als dieselbe. Und dannhero sind zwey verschiedene Arten, eine Zahl zu vermehren.

Der 7. Zusatz.

12. Eben so ist klar, daß, wenn eine Zahl vermindert wird, man entweder eine, oder mehrere kleinere Zahlen nach einander von ihr wegnimmt, oder auch nur eine Zahl so viel mal von ihr wegthut, als man kan. Und demnach sind zwey verschiedene Arten, eine Zahl zu vermindern.

Der 8. Zusatz.

13. Da nun keine andere Veränderung mit den Zahlen vorgenommen werden kan, als daß sie vermehrt oder vermindert werden (§. 10.); nicht aber mehr als zwey Arten der Vermehrung (§. 11.) und zwey Arten der Verminderung (§. 12.) möglich sind; so
kön-

können auch aus gegebenen Zahlen keine andere gefunden werden, als durch diese Arten der Vermehrung und Verminderung. Nämlich, man kan eine Zahl finden, die so groß ist, wie verschiedene andere zusammen genommen, oder wie eine Zahl etliche mal genommen (§. 11.): ingleichen eine Zahl, welche mit einer gegebenen Zahl eine andere gegebene ausmacht, oder auch eine Zahl, welche andeutet, wie viel mal man eine gegebene Zahl von einer andern wegnehmen kan (§. 12.).

Anmerkung.

14. Diese vier Rechnungs-Arten werden mit besondern Nahmen Addiren, Subtrahiren, Multipliciren und Dividiren genennet, um eine von der andern zu unterscheiden: Welche Nahmen hier ferner zu erklären sind, damit wir nicht allein kurz von ihnen reden können, sondern auch gewisse Merckmahle haben, daraus wir zu urtheilen vermögend sind, welcher man sich in jedem vorkommenden Falle zu bedienen hat.

Die 3. Erklärung.

15. Addiren heisset eine Zahl finden, welche verschiedenen Zahlen zusammen genommen, gleich ist. Die gegebenen Zahlen werden die Summirenden; die gefundene aber wird die Summe oder das Aggregat genennet.

Zusatz.

16. Weil eine jede Zahl von vielen Einheiten zusammengesetzt ist (§. 1.), so geschie-

E 5

het

het das Addiren, wenn man zu der einen gegebenen Zahl die Einheiten der andern nach und nach zehlet

Anmerkung.

17. Die Einheiten der Zahlen stellet man sich anfangs durch die Finger vor, und verrichtet das zum Addiren nöthige Zehlen so lange durch die Finger, bis man in dem Gedächtnisse behalten, wie viel eine jede kleine Zahl, zu einer andern Zahl genommen, ausmachet, z. E. daß zwey und drey fünfe; sechs und achte aber vierzehn ist

Die 4. Erklärung.

18. Subtrahiren oder Abziehen ist so viel, als eine Zahl finden, welche, mit einer gegebenen Zahl zusammen genommen, einer andern gegebenen Zahl gleich ist. Die Zahl, welche durch Subtrahiren gefunden wird, heisset die Differenz oder der Unterschied der gegebenen Zahlen.

Zusatz.

19. Weil eine jede Zahl aus vielen Einheiten bestehet (§. 5.); so geschieht das Subtrahiren, wenn man von der einen gegebenen Zahl die Einheiten der andern nach und nach wegnimmt.

Anmerkung.

20. Was in der Anmerkung über die vorhergehende Erklärung von dem Addiren (§. 17.) erinnert worden, findet auch hier bey dem Subtrahiren statt.

Die 5. Erklärung.

21. Multipliciren ist eine Zahl finden aus zwey gegebenen Zahlen, in welcher die

die eine von den gegebenen so viel mal enthalten ist, als die andere von ihnen eines in sich begreift. Die Zahl, so gefunden wird, heisset das Product, oder *FACTUM*: Die gegebenen Zahlen werden die *FACTORES* genennet.

Anmerkung.

22. Wenn man multipliciret, findet man eine Zahl, die so groß ist, wie eine andere etliche mal genommen (§. 13.). Also muß nothwendig die Zahl, welche etliche mal genommen werden soll, so viel mal in der gefundenen Zahl enthalten seyn, als diejenige, welche andeutet, wie viel mal man die eine gegebene nehmen soll. Eines in sich begreift.

Zusatz.

23. Multipliciren ist also nichts anders, als eine Zahl etliche mal zu sich selbst addiren (§. 15.).

Die 6. Erklärung.

24. Dividiren ist eine Zahl finden aus zwei gegebenen Zahlen, welche andeutet, wie viel mal die eine von den gegebenen in der andern enthalten ist, und dannenhero Quorus oder der Quotient genennet wird.

Der 1. Zusatz.

25. Also ist Dividiren nichts anders, als eine Zahl von einer andern so viel mal subtrahiren, als möglich ist (§. 18.).

Der 2. Zusatz.

26. Und wie viel mal die eine gegebene Zahl

Zahl (welche *Divisor* genennet wird) in der andern (die man den *Dividendum* nennet) enthalten ist, so viel mal muß Eines in dem Quotienten enthalten seyn.

Der 1. Grundsatz.

27. Eine jede Zahl und Größe ist ihr selber gleich.

Anmerkung.

28. Man saget, daß zwei Zahlen einander gleich sind, wenn eine so viel Einheiten in sich hält, als die andere. Derowegen, weil jede Zahl aus ihren gehörigen Einheiten bestehet (§. 5. 8.), und nicht mehr dieselbe Zahl bleibet, wenn man eine hinzuthut, oder davon nimmet (§. 10. 13.); so ist nothwendig jede Zahl ihr selber gleich. Es hat aber dieser Grundsatz seinen Nutzen, weil man eine Zahl ansehen kan, wie sie durch verschiedene Zusammensetzungen oder Veränderungen anderer Zahlen heraus kommet. Z. E. Sechs entsteht, wenn ich 4 und 2 addire; wenn ich 3 durch 2 multiplicire; wenn ich 2 von 8 subtrahire; wenn ich 12 durch 2 dividire. Also sind vermöge unsers Grundsatzes die Summe von 4 und 2, das Product aus 3 in 2, die Differenz zwischen 2 und 8, der Quotient aus 12 und 2, einander gleich. Anfänger verstehen diesen Nutzen nicht, der sich hauptsächlich im Erfinden und daher auch in der Algebra zeigt.

Der 2. Grundsatz.

29. Wenn zwei Zahlen oder Größen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

Anmerkung.

30. Ich habe z. E. drey Haufen Geld. In dem ersten sind so viel Thaler, als wol in dem andern; in dem dritten gleichfalls so viel, als in dem andern.
Also

Also müssen auch so viel in dem dritten, als in dem ersten, seyn.

Der 3. Grundsatz.

31 Wenn man gleiches zu gleichem addiret, so kommen gleiche Summen heraus. Wenn man aber gleiches zu dem grösseren und zu dem kleineren addiret, so ist die Summe in dem erstern Falle grösser, als in dem andern (§. 15.).

Der 4. Grundsatz.

32 Wenn man gleiches von gleichem subtrahiret, so bleibt gleiches übrig. Wenn man aber gleiches von dem grösseren und kleineren subtrahiret, so bleiben in dem erstern Falle mehr übrig, als in dem andern (§. 18.).

Der 5. Grundsatz.

33 Wenn man gleiches durch gleiches multipliciret, so kommen gleiche Producte heraus. Wenn man aber das grössere und das kleinere durch gleiches multipliciret; so ist das Product in dem erstern Falle grösser, als in dem andern (§. 21.).

Der 6. Grundsatz.

34 Wenn man gleiches durch gleiches dividiret, so sind die Quotienten einander gleich. Wenn man aber das grössere und das kleinere durch gleiches dividiret; so ist der Quotient in dem erstern Falle grösser, als in dem andern (§. 24.).

Zu

Zusatz.

35. Daher, wenn zweien ein Exempel rechnen, und keiner von beyden fehlet; muß einerley herauskommen; so sie aber verschiedenes herausbringen, muß wenigstens einer von beyden gekehlet haben.

Der 7. Grundsatz.

36. Was grösser ist als eine von zwey gleichen Grössen, das ist auch grösser als die andere von ihnen.

Der 8. Grundsatz.

37. Das Ganze ist seinen Theilen zusammen genommen gleich, und daher grösser, als ein jeder von seinen Theilen.

Der 1. willkührliche Satz.

38. Man gehe im Zehlen nicht weiter fort, als bis zehen. Wenn man bis zehen gezehlet, so fange man wieder von neuem an, nur daß man jederzeit darzu setze, wie viel mal man schon zehen gezehlet.

Anmerkung.

39. Dieses ist das allgemeine Gesetz, darnach man sich im Zehlen richtet: und weil wir desselben von Jugend auf so gewohnet sind, scheint es eine Nothwendigkeit zu haben. Allein es hat nicht allein Weigelius in seiner *Arithmetica practica* gewiesen, daß man nur bis auf viere zählen könne; sondern der vortrefliche Leibnitz hat auch eine *Arithmetica binariam* oder *dyadicam* erfunden, welche nicht über zwey zehlet, und den Gelehrten, die verborgene Eigenschaften der Zahlen zu untersuchen, dienen kan, indem sie dieselbe in ihre erste Elemente 0 und 1 auflöset (S. 5.). *Vid. Memoires*

moires de l'Academie Royale des Sciences A. 1703. p. 105. & seqq. Die Ursache aber, warum man nur bis auf zehn zehlet, ist sonder Zweifel daher zu holen, weil die Menschen die Sachen an ihren Fingern zu zehlen pflegen, ehe sie sich im Rechnen geübet (§. 17.).

Zusatz.

40. Also hat man vor jede von den zehn Zahlen einen besonderen Nahmen vonnöthen, und wiederum andere Nahmen, dadurch die Vielheit der Zehener bemercket wird. Jene sind eines, zwey, drey, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun, zehn; diese aber zwanzig, dreyßig, vierzig, funfzig, sechzig, siebenzig, achzig, neunzig, hundert.

Der 2. willkührliche Satz.

41. Gleichwie man zehn mal zehn hundert nennet; also nenne man ferner zehn mal hundert tausend; tausend mal tausend eine Million; tausend mal tausend Millionen eine Billion, oder Doppel-Million; tausend mal tausend Billionen eine Trillion, oder dreysfache Million, u. s. w.

Anmerkung.

42. Diese Benennung geschieht bloß zu dem Ende, damit man sich in grossen Zahlen nicht verwirret; sondern von jedem Theile derselben einen deutlichen Begriff formiren kan: woraus der Nutzen der Kunstwörter erhellet.

Der 3. willkührliche Satz.

43. Die neun Zahlen bemercke man mit fol.

folgenden Zeichen: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. damit man aber auch die Zehener, Hunderte, Tausende, u. s. w. dadurch andeuten kan, so gebe man ihnen ihre Bedeutung von der Stelle, in welcher sie stehen. Nämlich wenn sie entweder allein, oder in der ersten Stelle zur Rechten anzutreffen sind, sollen sie Einer bedeuten; in der anderen Zehener, in der dritten Hunderte, in der vierten Tausende, u. s. w. Die leeren Stellen werden mit der Null (\circ) vollgefüllet, welche nemlich andeutet, daß in denselben keine Zahl anzutreffen.

Die I. Aufgabe.

44. Eine geschriebene Zahl auszusprechen, das ist, einem jeden Zeichen in derselben seinen Werth zuzueignen.

Auflösung.

1. Theilet die gegebene Zahl in Classen von der Rechten an gegen die Lincke zu, vermittelst kleiner Strichlein, und eignet jeder Classe drey Stellen zu. Am Ende gegen die Lincke mögen drey oder weniger übrig bleiben.
2. Ueber die Zahl, welche nach dem andern Strichlein kommet, machet einen Punct, und über die, so nach dem vierten folget, zween Puncte, u. s. w.
3. Sprechet ein blosses Strichlein durch Tausend aus, einen Punct durch Million, zween Puncte durch Billion, u. s. w. Hingegen die erste Zahl gegen die Lincke in einer Classe

Classe durch Hunderte, die mittlere durch Zehener, und die letzte durch Einer. So ist geschehen, was man verlangte. Z. E. wenn ihr folgende Zahl aussprechen wollet: 2^{'''}, 125, 473^{''}, 613, 578['], 432, 597. so saget: Zwo Trillionen, hundert und fünf und zwanzig tausend, vierhundert und drey und siebenzig Billionen, sechs hundert und dreyzehn tausend, fünf hundert und acht und siebenzig Millionen, vierhundert und zwey und dreißig tausend, fünfhundert und sieben und neunzig.

Bezeiĝ.

Es ist alles klar aus den vorhergesetzten willkührlichen Sätzen (§. 38. 41. 43.).

Die 2. Aufgabe.

45. Verschiedene Zahlen zu addiren.

Auflösung.

1. Schreibet die gegebenen Zahlen dergestalt unter einander, daß die einfachen unter die einfachen, die Zehener unter die Zehener, die Hunderte unter die Hunderte, u. s. w. zu stehen kommen (§. 8.).
2. Ziehet unter den geschriebenen Zahlen einen Strich, und
3. Zehlet besonders zusammen die Einer, (§. 17.) und schreibet unter sie ihre Summe. Enthält die etliche Zehener in sich, so zehlet dieselben zugleich mit den gegebenen Zehenern zusammen, und sehet ihre

(Wolfs Mathef. Tom. I.) D Summe

Summe gleichfalls unter die Reihe der Zehener. Wenn ihr so fortfahret, werdet ihr endlich die verlangte Summe aller Zahlen heraus bekommen.

Oder: Streichet in jeder Reihe so viel mal zehen weg, als ihr könnet, und zehlet stets so viel Einheiten zu der folgenden, wie viel mal ihr zehen weggestrichen. Was übrig bleibt, setzet unter den Strich an seinen gehörigen Ort, wie vorhin.

Z. E. wenn ihr folgende Zahlen addiren sollet,

$$\begin{array}{r} 3578 \\ 524 \\ 63 \\ \hline 4165 \end{array}$$

so sprecht: 3 und 4 sind 7, noch 8 dazu sind 15. Setzet 5 unter die Einer; den 1 Zehener aber zehlet zu den gegebenen Zehenern, und sprecht ferner: 1 (nemlich Zehener) und 6 sind 7 (Zehener), noch 2 dazu sind 9, noch 7 dazu sind 16 (Zehener). Setzet die 6 Zehener unter die Zehener der gegebenen Zahlen und die übrigen 10 Zehener, das ist 1 Hundert zehlet zu den Hunderten der gegebenen Zahlen. Sprechet demnach: 1 und 5 sind 6, noch 5 dazu sind 11 (nemlich Hunderte). Setzet 1 unter die Hunderte der gegebenen Zahlen, und die übrigen 10 Hunderte, das ist 1 Tausend zehlet zu den Tausenden der gegebenen Zahlen. Sprechet also endlich: 1 und 3 sind

3 sind 4 (nemlich Tausend) und sehet die 4 unter die Tausende der gegebenen Zahlen; so habet ihr die verlangte Summe 4165. Oder sprecht: 8 und 2 ist 10, so gehet 1 hin- über 2 und 3 sind 5. Sehet 5 unter die Einer, und den 1 Zehener zehlet zu der folgenden Reihe. Saget nemlich: 7 und 1 sind 8, noch 2 dazu sind 10. Sehet die übrigen 6 unter die Zehener, und 1 zehlet zu den Hunderten. Saget ferner: 5 und 5 ist 10, und zehlet da- vor 1 zu den 3 Tausenden; so bekommet ihr endlich 4 in die Stelle der Tausende.

Beweis.

Vermöge der geschehenen Rechnung ent- hält die gefundene Zahl in sich alle Einer, alle Zehener, alle Hunderte, alle Tausende u.s.w. der vorgegebenen Zahlen, das ist, alle ihre Theile (§. 38. 41. 43.). Und also ist sie so groß, wie alle gegebenen zusammen genommen (§. 37.): folgendes sind die gegebenen Zahlen zusammen addiret worden. (§. 15.). W. Z. E.

Die 1. Anmerkung.

46. Wenn ihr alle Theile der gegebenen Zahlen als lauter Einer ansehet, so werdet ihr wahrnehmen, daß ihr in die Summe nur allezeit den Ueberschuß der summirten Zahlen über 9 schreibet. Denn an statt funfzehn schreibet ihr die Zahlen 1 und 5, welche 6 machen, wenn man sie beyde für Einer hält, und als so der Ueberschuß der Zahl funfzehn über neune sind. Eben so schreibet ihr an statt sechzehn, unter die Reihe der Zehener 6, und unter die Hunderte 1, welche beyde Zahlen zusammen genommen, 7 ausma- chen, wenn man sie für Einer ansehet, und demnach

der Ueberschuß von sechzehn über neune sind. u. s. w. Hieraus ist klar, daß man bey Summirung der Zahlen bey jeder Reihe so viel Neunen wegläßet, als man Einheiten zu der folgenden Reihe zehlet.

Die 2. Anmerkung.

48. Wollet ihr demnach wissen, ob die gefundene Zahl so groß sey, wie die gegebenen zusammen genommen, so (1.) mercket die besagten Einheiten auf der Seite, und nach vollbrachter Rechnung zehlet sie zusammen, damit ihr sehet, wie vielmal 9 im Summiren weggelassen worden. (2.) Werfet über dieses noch aus der Summe so vielmal 9 weg, als ihr könnet, und zehlet die im Summiren weggelassenen mit darzu: die Zahl aber, so übrig bleibt, mercket so wohl, als die Anzahl der weggeworfenen Neunen. (3.) Endlich gebet auch acht, wie viel mal ihr aus den gegebenen Zahlen 9 wegwerfen könnet, und was zuletzt vor eine Zahl übrig bleibt. Denn, so die Anzahl der weggeworfenen Neunen beyderseits gleich ist, auch einerley Zahl beyderseits übrig bleibt; so ist die gefundene Zahl so groß, wie die gegebenen zusammen genommen. (§. 32.). Und ihr seyd daher gewiß, daß ihr nach der Regel richtig verfahren. Als in dem vorigen Exempel sind wehrend der Rechnung drey Neunen weggelassen worden, und eine läßt sich noch von der gefundenen Summe wegwerfen, worauf 7 übrig bleiben. Wenn man aber aus den gegebenen Zahlen, die über der Linie stehen, gleichfalls 4 mal 9 austreichet, so bleiben auch 7 übrig. Demnach ist recht addiret worden. Diese Probe kan niemals trügen, ausser, wenn man in einer Stelle eben so viel zu viel zehlet, als man in einer andern zu wenig gezehlet: welchen Fehler man im Rechnen nicht leicht begehet. Man kan sich auch der Richtigkeit im Rechnen versichern, wenn man ein Exempel auf verschiedene Art rechnet, entweder auf beyde vorgeschriebene Manieren, oder, daß man einmal von

von unten hinauf, das andere mal von oben her unter die Zahlen in einer Reihe zusammen zehlet.

Die 3. Anmerkung.

48. Die Mathematici haben ein besonderes Zeichen, womit sie die Addition andeuten, nemlich das Zeichen $+$, welches sie durch mehr aussprechen. Demnach schreiben sie die Summe zweier Zahlen, als 3 und 7 also: $3 + 7$.

Die 4. Anmerkung.

49. In genannten Zahlen streicht man, wie in der andern Art zu addiren (§. 45.), so viele aus, als zusammen ein ganzes von der grösseren Art ausmachen, und setzt davor eins zu der folgenden Reihe, z. E. von den Pfennigen streicht man so viel mal 12 aus, als man kan, und setzt davor jedesmal 1 zu den Groschen, weil 12 Pfennige einen Groschen machen. Von den Groschen wirft man auf einmal 24 weg, und schreibt davor 1 zu den Thalern, weil 24 Groschen einen Thaler machen. Und auf eine gleiche Art verföhret man in andern Fällen. Als:

15 Ehl. 20 gl. 10 pf.

28 14 2

30 16 6

75 Ehl. 3 gl. 6 pf.

Und diese Manier zu addiren zeigt, daß das Addiren eine Aehnlichkeit mit dem Geld-Zehlen hat, und daher dieses zu der Erfindung des andern Anlaß gegeben, oder wenigstens geben kan. Und dieser Nutzen bleibt noch einem jeden übrig, wenn er die Regeln der Addition vergessen hat, und sie vor sich wieder finden will.

Die 3. Aufgabe.

50. Eine kleinere Zahl von einer grössern zu subtrahiren.

2 3

Auf.

Auflösung.

1. Schreibet die kleinere Zahl unter die grössere auf die Art, wie im Addiren geschehen (§. 45.).
2. Zieheth unter die geschriebenen Zahlen einen Strich.
3. Subtrahiret besonders die Einer von den Einern, die Zehener von den Zehenern, die Hunderte von den Hunderten, u. s. w. (§. 20.) und sethet allezeit die Zahl, so übrig bleibt, an ihren gehörigen Ort unter den Strich: nemlich was bey den Einern übrig bleibt, unter die Einer, was bey den Zehenern übrig bleibt, unter die Zehener, u. s. w.
4. Geschiehet es aber, daß eine grössere Zahl von der kleineren weggenommen werden soll, so nehmet aus der folgenden Reihe eins weg, und sethet es in die vorhergehende, wo es zehen gilt (§. 43.). Also kan von der um zehen vermehrten Zahl die Subtraction geschehen; die Zahl aber in der folgenden Stelle ist um eins kleiner worden, welches durch einen Punct bemercket wird.
5. Endlich, wenn in der folgenden Stelle zur Linken 0 stehet, so gehet so weit fort gegen die Lincke, bis ihr eine Zahl antreffet, und nehmet von ihr 1 weg, so ist es eben so viel, als wenn ihr in alle leeren Stellen 9, und in die, wo man nicht subtrahiren konte, 10 sethet (§. 43.).

Nach

Nach diesen Regeln kan man eine jede gegebene Zahl subtrahiren. W. Z. E.

Z. E. Wenn ihr folgende Zahlen von einander subtrahiren sollet,

$$\begin{array}{r} 9\ 8.\ 0.\ 0.\ 4.\ 0.\ 3\ 4.\ 5\ 9 \\ 4\ 7\ 4\ 3\ 8\ 6\ 5\ 2\ 6\ 3 \\ \hline 5\ 0\ 5\ 6\ 5\ 3\ 8\ 1\ 9\ 6 \end{array}$$

so sprecht: 3 von 9 läffet 6, und schreibet 6 unter den Strich in die Stelle der Einer. Sprechet ferner: 6 (nemlich Zehener) von 5 kan ich nicht (wegnehmen). Vorget demnach 1 von 4 in der folgenden Stelle, so bleiben in derselben 3, und ihr habt 15 an statt der 5 (§. 43.). Nehmet 6 von 15, so bleiben 9 übrig, welche ihr wiederum unter den Strich, in die Stelle der Zehener, schreibet. Hierauf fahret fort und sprecht: 2 von 3 läffet 1, 5 von 3 kan ich nicht (subtrahiren), dero wegen borge ich 1 von 4 und setze es in die leere Stelle, so habe ich in derselben 10. Davon nehme ich 1 weg, so bleiben daselbst 9, und an statt 3 bekomme ich 13. Nun nehmet 5 von 13, so bleiben 8 übrig, und 6 von 9 läffet 3. Weil 8 von 3 wieder nicht angethet, so nehmet 1 von 8 und setzet es in die erste leere Stelle, so habt ihr daselbst 10, und dorten noch 7. Von den 10 nehmet 1 weg, und setzet es in die andere leere Stelle gegen die rechte, so bleiben an statt 10 noch 9, und in dieser habt ihr 10. Davon nehmet wieder

D 4

1 weg,

1 weg, so bleiben in derselben noch 9, und anstatt 3 bekommt ihr 13. Sprechet nun: 8 von 13 läßt 5; 3 von 9 läßt 6; 4 von 9 läßt 5; 7 von 7 läßt 0; 4 von 9 läßt 5. Wenn ihr nun das übrige allezeit unter den Strich an seinen gehörigen Ort schreibet; so habt ihr die verlangte Zahl gefunden.

Beweis.

Bermöge der geschehenen Rechnung hält die gefundene Zahl in sich den Rest aller Einer, aller Zehener, aller Hunderte, aller Tausende, u. s. w. das ist, den Rest aller Theile. Da nun der Rest aller Theile zusammen dem ganzen Reste gleich ist (§. 37.); so ist die gefundene Zahl der Rest, welcher übrig bleibt, wenn man eine Zahl von der andern wegnimmt, und folgendes mit der weggenommenen Zahl zusammen, der andern gegebenen Zahl gleich. Derwegen geschieht durch die gegebenen Regeln die Subtraction, (§. 18.). W. Z. E.

Die 1. Anmerkung.

51. Wollet ihr wissen, ob ihr recht gerechnet habt, so addiret nach der 2 Aufgabe (§. 45.) die gefundene Zahl zu der kleinern von den gegebenen. Die Summe ist die grössere (§. 18.).

$$\begin{array}{r}
 9800403459 \\
 4743865263 \\
 \hline
 5056538196 \\
 \hline
 8800403459
 \end{array}$$

Die

Die 2. Anmerkung.

52. Das Zeichen der Subtraction ist —, welches man durch weniger ausdrückt; daher schreibt man den Unterschied zweier Zahlen, als 8 und 5 also: $8 - 5$: hingegen den Unterschied zwischen 5 und 8 also $5 - 8$, oder -3 .

Die 3. Anmerkung.

53. In genannten Zahlen ist die Subtraction von der vorigen nur darinnen unterschieden, daß die von einer größern Art geborgte Zahl nicht 10, sondern so viel gilt, als die grössere die kleinere in sich begreift, z. E. 1 von denen Groschen geborget, gilt in der Stelle der Pfennige 12; hingegen 1 von den Thalern geborget, in der Stelle der Groschen 24; 1 von den Pfunden geborgt in der Stelle der Lothe 32, als:

von	12 Thl.	18 gl.	4 pf.
abgezogen	8	20	6

bleiben 3 Thl. 21 gl. 10 pf.

Und hieraus siehet man, daß das Subtrahiren eine Verwandniß mit dem Geld-Ausgeben hat, wo man eine grössere Sorte wechselt, wenn man nicht so viel kleine Münze hat, als man ausgeben soll. Es gilt auch hier von Erfindung der Subtraction, was vorhin (§. 49.) von Erfindung der Addition erinnert worden.

Die 4. Aufgabe.

54. Das Ein mal Eins aufsetzen, das ist, eine Tabelle verfertigen, in welcher alle Producte zu finden sind, die heraus kommen, wenn man die Einer durcheinander multipliciret.

Auflösung.

1. Theilet die Seite eines Quadrats in 9
D 5
gleiche

gleiche Theile, und zerschneidet es durch Querstrieche in lauter kleine Fächer.

2. Oben in der ersten Reihe und zur Linken schreibet die Zahlen von 1 bis 9 in ihrer natürlichen Ordnung.
3. Addiret 2 zu sich selbst, und sehet das Product 4 unter die 2: dazu addiret noch 2, so ist 6 das Product aus 3 in 2: zu 6 addiret noch einmal 2, so habt ihr 8 das Product aus 2 in 4.
4. Wenn ihr nun auf gleiche Weise die übrigen Zahlen findet, und in ihre gehörigen Fächer einschreibet; so ist das Ein mal Eins fertig, welches man machen sollte.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Anmerkung.

55. Das Ein mal Eins muß man auswendig lernen, wenn man im multipliciren und dividiren hurtig fortkommen will. So lange man es aber noch

noch nicht inne hat, muß es jederzeit, wenn man multipliciret, oder dividiret, bey der Hand seyn.

Die 5. Aufgabe.

56. Eine gegebene Zahl durch eine andere Zahl zu multipliciren.

Auflösung.

1. Schreibet die eine Zahl dergestalt unter die andere, wie in der Addition geschehen (§. 45.).
 2. Unter die geschriebenen Zahlen ziehet einen Strich.
 3. Schreibet aus dem Ein mal Eins das unter alle Producte aus jedem Theile der untern Zahl in jeden von der oberen, und zwar, der Kürze halber, dergestalt, daß ihr allezeit die Zehener von einem Producte zum folgenden Producte um eine Stelle weiter hinein rückt (§. 43.).
 4. Endlich addiret (§. 45.) diese Producte zusammen; so ist ihre Summe das Product, welches man finden sollte.
- B. E. wenn ihr 38476 durch 35 multipliciret, so schreibet die Zahlen folgender gestalt unter einander,

$$\begin{array}{r}
 38476 \\
 35 \\
 \hline
 192380 \\
 115428 \\
 \hline
 1346660,
 \end{array}$$

und sprecht: 5 mal 6 sind 30. Schreibet die 0 un-

o unter die 5 und sprecht weiter: 5 mal 7 sind 35, 3 dazu (so euch zuvor überblieben) sind 38. Schreibt 8 neben o gegen die Lincke, und sprecht ferner: 4 mal 5 sind 20, und 3 dazu 23. Schreibt 3 neben 8 und saget: 5 mal 8 sind 40, 2 dazu sind 42. Schreibt 2 neben 3 und saget abermal: 5 mal 3 sind 15, und 4 dazu 19. Schreibt 19 neben 2, so habt ihr die obere Zahl 5 mal genommen (§. 42. 54.). Verfahret nun auf gleiche Weise mit 3, und saget: 3 mal 6 sind 18. Schreibt 8 um eine Stelle weiter hinein gegen die Lincke (§. 43.), und sprecht ferner: 3 mal 7 sind 21, und 1 dazu 22. Schreibt 2 neben die 8 gegen die Lincke, u. s. w. so bekommt ihr die obere Zahl 30 mal. Endlich addiret die beyden gefundenen Zahlen: so ist die Summe 1346660 das gesuchte Product.

Beweis.

Vermöge der geschehenen Rechnung und des Lin mal Lins (§. 54.) begreiffet die erste Reihe der Zahlen, die addiret werden, die obere Zahl so viel mal in sich, als die erstere von der unteren gegen die Rechte Lins in sich enthält. Und weil die folgenden Reihen immer um eine Stelle weiter hineingerückt werden, so begreift jede von ihnen die obere Zahl so viel mal in sich, als jede von den folgenden der unteren Lins in sich enthält (§. 43.). Derowegen, wenn man alle Reihen zusammen addiret; so muß die

Summe

Summe die obere Zahl so viel mal in sich enthalten, als die untere Eins in sich begreift (§. 15.). Folglich hat man die obere Zahl durch die untere multipliciret (§. 21.) B. Z. E.

Anmerkung.

57. Wenn an einer Zahl Nullen hangen, so darf man sie nur hinten an das Product der übrigen Zahlen nach einander anhängen (§. 43.), wie aus beygesetzem Exempel zu sehen:

$$\begin{array}{r} 368 \\ 200 \\ \hline 73600, \end{array} \quad \begin{array}{r} 4750 \\ 300 \\ \hline 1425000. \end{array}$$

Sonst ist noch zu mercken, daß das Zeichen der Multiplication ein bloßes (.) ist. Z. E. wenn ich bloß andeuten will, daß 3 durch 4 multipliciret werden soll; so schreibe ich: 3. 4, welches so viel heisset, als 3 durch 4 multipliciret.

Die 6. Aufgabe

58. Ohne das Einmal Eins zu multipliciren.

Auflösung.

Wenn ihr nur dupliren und halbiren könnet, so könnet ihr das übrige ohne das Ein mal Eins multipliciren. Denn, addiret das Einfache und Zweyfache, so habt ihr das Dreyfache. Dupliret das Zweyfache, so habt ihr das Viersfache. Halbiret das Zehenfache, das ist, die zu multiplicirende Zahl an welcher eine Nulle hängt; so habt ihr das Fünfffache. Addiret

diret dazu das Einfache, so habt ihr das Sechsfache. Addiret zum halben Zehenfachen das Zweyfache, so habt ihr das Siebenfache. Ziehet ab vom Zehenfachen das Zweyfache, so habt ihr das Achtfache. Endlich, ziehet das Einfache von dem Zehenfachen ab, so habet ihr das Neunfache.

NOMENCLATURA

1. Simplum.	1 Simplum.
2. Duplum.	2 Duplum.
3. Triplum.	1 \div 2 Duplum & Simplum.
4. Quadruplum.	2. 2 Dupli duplum.
5. Quintuplum.	$\frac{10}{2}$ Decupli dimidium.
6. Sextuplum.	$\frac{10}{2}$ \div 1 Decupli dimidium & Simplum.
7. Septuplum.	$\frac{10}{2}$ \div 2 Decupli dimidium & duplum.
8. Octuplum.	$\frac{10}{2}$ \div 2 \div 1 Decupli dimidium, duplum & simplum, seu decuplum sine duplo.
9. Noncuplum.	10 — 1 Decuplum sine simplo.

Exempel.

$\begin{array}{r} 3894 \\ 3) \overline{) 7788} \\ \hline 11682, \end{array}$	$\begin{array}{r} 3894 \\ 4) \overline{) 7788} \\ \hline 15576, \end{array}$	$\begin{array}{r} 3894 \\ 5) \overline{) 19470,} \\ \hline 3894 \end{array}$
--	--	--

$$\begin{array}{r}
 6) \overline{3894} \\
 19470 \\
 \hline
 23364,
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 7) \overline{3894} \\
 19470 \\
 7788 \\
 \hline
 27258,
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 8) \overline{3894} \\
 7788 \\
 19470 \\
 \hline
 31152,
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 9) \overline{3894} \\
 35046.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3789296 \\
 673 \\
 \hline
 7578592 \quad \text{duplum,} \\
 18946480 \quad \text{decupli dimidium.} \\
 \hline
 11367888 \quad \text{duplum \& simplum.} \\
 26525072 \quad \text{dec. dim. \& duplum.} \\
 22735776 \quad \text{dec. dim. \& simpl.} \\
 \hline
 2550196208. \\
 5832794 \\
 472589 \\
 \hline
 11665588 \quad \text{duplum} \\
 29163970 \quad \text{decupli dimidium} \\
 \hline
 52495146 \quad \text{dec. sine simplo f. noncuplum.} \\
 46662352 \quad \text{dec. sine duplo. f. octuplum.} \\
 29163970 \quad \text{decupli dimid. f. quintuplum.} \\
 11665588 \quad \text{duplum.} \\
 40829558 \quad \text{duplum \& quintuplum.} \\
 23331176 \quad \text{octupli dimidium.} \\
 \hline
 2756514283666.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 472836 \\
 356 \\
 \hline
 945672 \quad \text{duplum.} \\
 2364180 \quad \text{decupli dimidium.} \\
 \hline
 2837016 \\
 2364180 \\
 1418508 \\
 \hline
 168329616.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 472836 \\
 467 \\
 \hline
 945672 \quad \text{duplum.} \\
 2364180 \quad \text{decupli dimid. f. quintuplum.} \\
 \hline
 3309852 \\
 2837016 \\
 1891344 \\
 \hline
 220814412.
 \end{array}$$

Die 7. Aufgabe.

59. Eine gegebene Zahl durch eine andere kleinere Zahl zu dividiren.

Auflösung.

- Der erstere Fall. Wenn der Divisor oder Theiler nur eine einzelne Ziffer ist, so
1. Setzt ihn unter die erste Zahl zur Linken, und fraget, wie vielmal er in derselben enthalten sey? Die Zahl, so solches anzeigt, setzt an statt des Quotienten hinter den zur Rechten gemachten Strich.
 2. Mit diesem Quotienten multipliciret den

den Divisorem, und ziehet das Product von der Zahl ab, die ihr dividiret, streichet dieselbe aus, und sehet, was übrig bleibt, darüber.

4. Rüket den Divisorem um eine Stelle fort, und fraget abermals, wie vielmal derselbe in der zur Linken übergebliebenen und zur Rechten über ihm stehenden Zahl zusammen, enthalten sey? Und verfähret im übrigen, wie vorhin.

Wenn ihr dieses durch alle Zahlen fortführet; so werdet ihr den verlangten Quotienten finden.

Z. E. Man soll 7856 durch 3 dividiren.

Sehet 3 unter 7 und sprechet: 3 in 7 habe ich 2 mal. Schreibt 2 hinter den zur Rechten gemachten Strich, und sprechet ferner: 2 mal 3 sind 6: 6 von 7 läßt 1. Rüket 3 unter 8 und saget: 3 in 18 habe ich 6 mal. Sehet 6 zu dem ersten Theile des Quotienten und sprechet: 3 mal 6 sind 18, 18 von 18 hebt sich auf. Wenn ihr nun auf gleiche Weise fortfahret; so findet ihr den ganzen Quotienten 2618 und bleiben 2 übrig. Daraus zu ersehen ist, daß die vorgegebene Zahl sich nicht völlig in 3 gleiche Theile theilen läßt.

Beweis.

Weil man aus dem Ein mal Eins wissen kan, wie vielmal eine Zahl aus
(Wolfs Mathes. Tom. I.) E der

der Classe der **Ein**er in einer andern Zahl enthalten ist, welche aus der Multiplication der **Ein**er durch einander entstanden, (§. 54.); so ist klar, daß die gefundene Zahl andeutet, wie viel mal der Divisor in den Tausenden, Hunderten, Zehnern und Einern, das ist, in der vorgegebenen Zahl (§. 37), enthalten sey. Derowegen ist sie der gesuchte Quotient, und man hat die vorgegebene Zahl durch die andere dividiret (§. 24.). **W. Z. E.**

Der andere Fall. Wenn der Divisor aus mehr, als einem Theile bestehet, so

1. Fanget ihn an unter der ersten Zahl zur Linken, und so fort gegen die Rechte zu schreiben, und machet, wie vorhin, hinter die Zahl einen Strich.
2. Untersuchet durch Hülfe des **Ein** mal **Ein**s, wie viel mal die erste Zahl des Divisoris in der ersten Zahl des Dividendi enthalten sey?
3. Multipliciret durch diesen Quotienten den ganzen Divisorem, und gebet acht, ob sich das Product von den Zahlen, die darüber stehen, abziehen läßt.
4. Wenn es angehet, so schreibet die vorhin gefundene Zahl in die Stelle des Quotienten hinter den Strich, und ziehes das Product würcklich ab. Die Zahlen, von welchen ihr abziehet, streichet aus, und was übrig bleibet, setzet darüber. Gehet es aber nicht

nicht an, so nehmet zum Quotienten eines oder auch mehrere weniger, bis ihr das Product abziehen könnet.

5. Rüket euren Divisorem um eine Stelle fort gegen die Rechte, und verfahret, wie vorhin, bis endlich der Divisor nicht weiter fortgerüket werden kan. So ist geschehen, was man verlangte.

3. E. Man soll 7856 durch 32 dividiren. Setzt 32 unter 78 und sprechet: 3 in 7 habe ich 2 mal. Multipliciret 2 mit 32, so kommen

xx	245	64.
247		sich von 78 abziehen läst; so
7856		schreibet 2 an statt des Quotien-
3222		ten, und was nach gescheneer
33		Subtraction übrig bleibt, 14

schreibet über 78. Rüket euren Divisorem um eine Stelle fort, und sprechet: 3 in 14 habe ich 4 mal. Multipliciret 4 mit 32, so kommen heraus 128. Weil nun dieses Product sich von 145 abziehen läst; so schreibet 4 in die Stelle des Quotienten, und was nach gescheneer Subtraction übrig bleibt, 17 schreibet über die ausgestrichenen Zahlen darüber. Rüket euren Divisorem abermal um eine Stelle fort und sprechet: 3 in 17 habe ich 5 mal. Multipliciret 32 mit 5. Weil das Product 160 sich von 176 abziehen läst; so schreibet 5 zudem Quotienten, und was nach

E 2 gesche-

geschehener Subtraction übrig bleibet, 16 schreibet über die ausgestrichenen Zahlen darüber. Die gefundene Zahl 245 ist der verlangte Quotient.

Beweis.

Der Beweis ist fast eben, wie in dem erstern Falle. Nur ist zu merken, daß, weil man vermöge des Ein mal Eins nicht wissen kan, wie vielmal der ganze Divisor in denen darüber geschriebenen Zahlen enthalten ist, man sehe, er stecke so viel mal darinnen, als die erste Zahl des Divisoris zur Lincken in der über ihr geschriebenen Zahl. Denn, ob dieses gleich nicht jederzeit eintrifft; so kan es einen doch nicht in Irthum verleiten, weil die Probe gleich angestellet wird, wenn man den Divisorem durch den angenommenen Quotienten multipliciret und ihn, also vermittelst derselben, so lange um eins vermindert, bis man den rechten Quotienten erhält.

Anmerkung.

60. Es scheint zwar diese Manier verdrießlich zu seyn, weil man erst suchen muß. Allein die Erfahrung lehret, daß man die Probe in den Gedanken sehr geschwinde anstellen kan, wenn man sich erst eine Weile geübt hat.

Die 8. Aufgabe.

61. Ohne das Ein mal Eins zu dividiren.

Auf-

Auflösung.

1. Schreibet die Zahl, welche dividiret werden soll, gewöhnlicher maßen vor euch, machet darhinter einen Vertical Strich, und unter die Stelle des Quotienten einen Horizontal-Strich.
2. Unter diesen andern Strich schreibet den Divisorem, und darneben zur Rechten 1, des Divisoris Zwiefaches und darneben 2, endlich die Helfte des Zehenfachen und darneben 5: so könnet ihr daraus alle vielfachen Zahlen des Divisoris haben (§. 58).
3. Nehmet so viel Zahlen der zu dividirenden Zahl, als der Divisor Theile hat, und vergleichen sie mit seinen vielfachen; so werdet ihr den Quotienten finden.
4. Diesen schreibet gewöhnlicher maßen an seinen Ort, das dazu gehörige vielfache aber des Divisoris unter die gemeldeten Theile der zu dividirenden Zahl, und ziehet jenes von diesen ab.
5. Zu dem überbliebenen setzet zur Rechten die nächst folgende Ziffer von der zu dividirenden Zahl und verfahret wie vorhin. Wenn ihr nun so fortfahret, so werdet ihr ohne das Ein mal Eins, und ohne beschwehrliches Nachdencken den völligen Quotienten finden.

B. E. Ihr sollet 385724615 durch 175 dividiren; so schreibet die Zahl folgender gestalt nieder mit den benöthigten vielfachen Zahlen des Divisoris:

Ⓔ 3

385

385724615	2204140.
350	175 1
357	350 2
350	875 5
724	
700	
246	
175	
711	
700	

115.

Vergleichen mit diesen 385, so sehet ihr, daß 350 ihnen am nächsten kommt und demnach 2 der Quotient ist. Diesen schreibet an seinen gehörigen Ort, sehet 350 unter 385, und ziehet die erstere Zahl von der anderen ab. Zu den überbliebenen 35 sehet aus der zu dividirenden Zahl noch die 7 herunter. Vergleichet die Zahl 357 mit den vielfachen Zahlen des Divisoris, so werdet ihr finden, daß ihr 350 am nächsten kommt, und also 2 abermal der Quotient sey. Subtrahiret 350 gehöriger maßen von 357, so bleiben 7 übrig. Dazu sehet die 2 herunter, so werdet ihr wahrnehmen, daß 72 kleiner als der Divisor und also für die Stelle der Quotient 0 sey. Rückt demnach mit der 4 herunter, so sehet ihr bald, daß 24 zwischen das zweyfache 350 und fünffache 875 fällt, und
 zwar

zwar des zweyfachen zweyfaches, das ist, das Vierfache 700 derselben Zahl am nächsten kommt, folgendes der Quotient 4 sey. Wenn ihr nun solchergestalt eure Arbeit fortsetzet; so werdet ihr den völligen Quotienten 2204140 finden, und werden euch noch 115 übrig bleiben.

Die 1. Anmerkung.

62. Ein jeder wird verspüren, daß diese Manier zu dividiren der gewöhnlichen, die in der vorhergehenden Aufgabe erkläret worden, in großen Zahlen unstreitig weit vorzuziehen sey, nicht allein, weil das verdrießliche Nachsinnen, welches mit der gewöhnlichen Art verknüpft ist (§. 59.), völlig gehoben wird: sondern auch, weil man hier nicht so leicht fehlen kan, in gleichen in den größten Exempeln sich nicht abmattet. Sonst kan man auch in dem gewöhnlichen Dividiren, absonderlich, wenn der Divisor groß ist, die Producte so unter den Dividendum schreiben, und das überbliebene darunter setzen, wie hier geschehen: welches den Nutzen hat, daß man den Fehler leichter finden kan, ohne das Exempel ganz von neuem zu rechnen; wenn ein Quotient mehr als einmal vorkommt, nicht erst von neuem multipliciren darf; wenn man die folgenden Theile des Dividendi mit den vorhergehenden Producten vergleicht, den Quotienten leicht findet; wenn man die Producte, so man nach und nach abgezogen, zu dem überbliebenen addiret, um zu sehen, ob die dividirte Zahl heraus kommt, so gleich die Probe anstellet, und was dergleichen Vortheile mehr sind.

Die 2. Anmerkung.

63. Es hat diese Art, ohne das Ein mal Eins zu rechnen, schon vor langer Zeit Herr Ludolph, unlängst Professor Mathematicum zu Erfurt, erfunden, als einem seiner Zuhörer das Ein mal Eins nicht

in den Kopf wolte, und sie nach der Zeit mit gutem Fortgange in den Erfurtischen Schulen als Inspector über dieselben einführen lassen. Als er sie mir mündlich communiciret, hat er mich versichert, daß Hugenius sie selbst gebilliget, als er bey dessen Leben in Halle unter andern Mathematischen Discursen auch von dieser seiner Rechnungs-Art mit ihm gesprochen.

Die 3. Anmerkung.

64. Unerachtet ich aber dieselbe, sonderlich im Dividiren, allen mit Ernst recommendiret, so wolte ich doch auch nicht gern, daß man das Ein mal Eins ganz verwürfe, weil gewisse Fälle vorkommen können, da man es, ohne sich eines Vortheiles zu begeben, nicht wohl entrahten kan. Wir werden bald ein klares Exempel in der Reduction der Brüche sehen. Endlich ist auch noch dieses zu mercken, daß das Zeichen der Division zween Puncte (:) sind. Z. E. wenn ich bloß andeuten will, daß 4 durch 3 dividiret werden sollen, so schreibe ich $4:3$, welches so viel heisset, als 4 durch 3 dividiret.

Die 7. Erklärung.

65. Wenn man zwei Zahlen (4 und 12) dergestalt mit einander vergleicht, daß man auf ihren Unterscheid (8), der durch die Subtraction gefunden wird, acht hat, so nennet man ihre Relation, die sie gegen einander haben, eine Arithmetische Verhältniß: siehet man aber auf den Quotienten (3), der durch die Division gefunden wird, eine Geometrische Verhältniß, oder auch schlechter Dinges eine Verhältniß. Der Quotient, welcher andeutet,

tet, wie viel mal die kleinere Zahl in der grösseren enthalten ist, heisset der *Nahme* der Verhältniß (*Nomen* sive *Exponens rationis*). In jener nemlich entstehet die kleinere aus der grösseren durch die Subtraction, die grössere aber aus der kleinern durch die Addition; in dieser hingegen die kleinere aus der grössern durch die Division, die grössere aber aus der kleinern durch die Multiplication.

Die 8. Erklärung.

66. Wenn in zweyen oder mehreren Arithmetischen Verhältnissen (3. 5. und 6. 8.) der Unterscheid der Glieder (2); in Geometrischen (3. 12. und 5. 20.) der *Nahme* der Verhältniß (4) einerley ist, so nennet man sie ähnlich, und ihre Ähnlichkeit eine Proportion. Die ähnlichen Verhältnisse werden auch gleiche Verhältnisse genennet.

Anmerkung.

67. Die Zahlen, so eine Arithmetische Proportion mit einander machen, schreibet man also: 3. 5. : 6. 8., oder besser nach meiner Art $3 - 5 = 6 - 8$; die in einer Geometrischen neben einander stehen, dergestalt 3. 12. :: 5. 20. Oder auch mit dem Herrn von Leibniz; $3 : 12 = 5 : 20$. In beyden spricht man: Wie sich verhält die erste Zahl zu der andern, so die dritte zu der vierdten. Diese Redens-Art hat in dem erstern Falle den Ver-

E 5

stand:

stand: Um wie viel die erste Zahl grösser oder kleiner als die andere ist, um eben so viel ist die dritte Zahl grösser oder kleiner als die vierdte. Hingegen in dem andern Falle muß man sie dergestalt erklären: Wie vielmal die erste Zahl die andere in sich enthält, oder in ihr enthalten ist; eben so vielmal enthält die dritte Zahl die vierdte in sich, oder ist in ihr enthalten.

Die 9. Erklärung.

68. Zuweilen vertritt das andere Glied zugleich die Stelle des dritten, und dann nennet man es *PROPORTIONEM continuam*, eine stete Proportion. Ist nun dieselbe Arithmetisch, so schreibet man sie also: $\ddot{::} 3. 6. 9$; ist sie Geometrisch, folgender maßen: $\div\div 3. 6. 12$.

Die 10. Erklärung.

69. Eine Progression wird genennet eine Reihe Zahlen, die in einer Arithmetischen, oder auch Geometrischen Verhältniß fortgehen, als im erstern Falle 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27: im andern 3. 6. 12. 24. 48. 96. Und zwar nennet man die erstere eine Arithmetische; die andere aber eine Geometrische Progression.

Der 9. Grundsatz.

70. Wenn zwei Verhältnisse einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich. Z. E. $1:4=3:12$ und $1:4=5:20$. Derowegen ist $3:12=5:20$.

Der

Der 10. Grundsatz.

71. Gleiche Gröſſen oder Zahlen haben zu einer oder gleichen Gröſſen einerley Verhältniß, das iſt, wenn ſie größer ſind, als die dritte, begreifen ſie dieſelbe gleich viel mal in ſich; wenn ſie kleiner ſind, ſo ſind ſie gleich große Stücke von ihr (§. 67).

Der 11. Grundsatz.

72. Eine Gröſſe oder Zahl hat zu gleichen einerley Verhältniß, das iſt, wenn ſie größer iſt, begreift ſie dieſelben gleich viel mal in ſich; wenn ſie kleiner iſt, ſo iſt ſie ein gleich großes Stück von ihnen (§. 67).

Der 12. Grundsatz.

73. Die Gröſſen oder Zahlen ſind einander gleich, zu welchen eine einerley Verhältniß hat, das iſt, wenn ſie größer ſind, in welchen ſie gleich viel mal enthalten iſt; wenn ſie aber kleiner ſind, welche ſie gleich viel mal begreift (§. 67).

Der 1. Lehrſatz.

74. Wenn man zwei Zahlen (3 und 6) durch eine Zahl (4) multipliciret; ſo verhalten ſich die Producte (12 und 24) wie die multiplicirten Zahlen (3 und 6).

Be-

Beweis.

$$\begin{array}{r}
 4 \quad 4= \\
 3 \quad 6= \\
 \hline
 12, \quad 24=
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 4 \\
 3+3 \\
 \hline
 12+12
 \end{array}$$

Denn, wenn ich eine Zahl (4) durch zwei andere (3 und 6) multiplicire, so ist dieselbe in dem andern Producte um so viel mal mehr enthalten, als in dem erstern, als die erstere Zahl (3) in der andern (6) enthalten ist. Als weil in unserm Exempel 6 zweymal so groß ist, als 3, so nehme ich auch 4 zweymal so viel, wenn ich durch 6 multiplicire, als wenn ich durch 3 multiplicire, maßen das dreyfache zwey mal genommen, das sechsfache ausmachtet. Derowegen ist klar, daß das erstere Product (12) in dem andern (24) so viel mal enthalten ist, als die erstere multiplicirte Zahl (3) in der andern (6). W. 3. E.

Zusatz.

75. Wenn man zwei Zahlen durch eine dritte dividiret, so müssen sich die Quotienten wie die dividirten Zahlen verhalten: denn man kan sie ansehen, als wären sie durch Multiplication der Quotienten mit dem Divisore entstanden (§. 21. 24.).

Die II. Erklärung.

76. Wenn man ein ganzes in gleiche Theile eintheilet, z. E. in sechs und nunt einen oder etliche Theile derselben, so nennet man es einen Bruch.

Der

Der 4. willführliche Satz.

77. Man schreibet ihn aber mit zwei Zahlen, welche unter einander gesetzt und durch einen Strich von einander unterschieden werden: Von denen die untere andeutet, in wie viel gleiche Theile das ganze eingetheilet worden; die obere aber, wie viel solcher Theile mir zugehören. Jene wird der Nenner, diese der Zehler genennet. Z. E. der Thaler soll in 3 gleiche Theile getheilet werden, und ich soll 2 derselben bekommen, so schreibe ich den Bruch also: $\frac{2}{3}$.

Der 1. Zusatz.

78. Daher urtheilet man die Grösse des Bruches aus dem Verhältniß des Zehlers zu dem Nenner, als des Theiles zu dem Ganzen. Denn steckt jener in diesem viel mal, so ist der Bruch klein, als $\frac{3}{8}$; steckt er wenig mal darinnen, so ist er groß, als $\frac{7}{8}$. Hingegen, wenn die Zehler in ihren Nennern gleich viel mal enthalten sind, so sind die Brüche einander gleich, als $\frac{2}{8}$, $\frac{4}{16}$, $\frac{6}{24}$. Wenn Zehler und Nenner einander gleich sind, als $\frac{4}{4}$, so bedeutet es ein ganzes. und daher ist der Bruch mehr als ein ganzes, wenn der Zehler grösser ist, als der Nenner, als $\frac{5}{4}$.

Der 2. Zusatz.

79. Wenn man demnach den Nenner
und

und Zehler eines Bruches ($\frac{4}{7}$) durch eine Zahl (2) multipliciret oder dividiret; so sind die Brüche, so heraus kommen ($\frac{8}{14}$) und ($\frac{2}{7}$) dem gegebenen ($\frac{4}{7}$) gleich. (§. 74, 75).

Die 9. Aufgabe.

80. Einen Bruch aufheben, das ist, an statt eines gegebenen Bruches ($\frac{20}{48}$) einen andern finden, der mit kleinern Zahlen geschrieben wird, aber dem gegebenen, dem Werthe nach, gleich ist.

Auflösung.

Dividiret den Nenner (48) und den Zehler (20) des gegebenen Bruches ($\frac{20}{48}$) durch eine Zahl (4), so formiren (§. 79) die herauskommenden Zahlen (5 und 12) den neuen Bruch ($\frac{5}{12}$).

Die 10. Aufgabe.

81. Verschiedene Brüche unter einerley Benennung zu bringen, das ist, an statt einiger Brüche, die verschiedene Nenner haben, andere zu finden, die einerley Nenner haben, und den gegebenen gleich sind.

Auflösung.

1. Wenn 2 Brüche gegeben sind, so multipliciret jeden Bruch durch den Nenner des andern.
2. Sind aber mehrere gegeben, so wird der
Zeh-

Zehler und Nenner eines jeden Bruches durch das Product aus den Nennern der übrigen multipliciret (§. 79).

Exempel.

$$5) \frac{2}{3} \cdot 3) \frac{4}{5} = \frac{10}{15} \cdot \frac{12}{15}.$$

$$24) \frac{2}{3} \cdot 12) \frac{1}{6} \cdot 18) \frac{3}{4} = \frac{48}{72} \cdot \frac{12}{72} \cdot \frac{54}{72}.$$

Die 11. Aufgabe.

82. Brüche zu addiren.

Auflösung und Beweis.

Weil die Nenner die Nahmen sind (§ 77), so dürfet ihr nur die Zehler addiren. Da man aber nur Zahlen von einer Art zusammen setzen kan (§. 8.); so müßet ihr erst die Brüche unter eine Benennung bringen (§. 81), wenn sie verschiedene Nenner haben. W. Z. E.

Exempel.

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15} = 1 \frac{7}{15} \text{ (§. 80.)}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{48}{72} + \frac{12}{72} + \frac{54}{72} = \frac{114}{72} = 1 \frac{42}{72} = 1 \frac{7}{12}.$$

Die 12. Aufgabe.

83. Einen Bruch von dem andern zu subtrahiren.

Auflösung.

1. Bringet die Brüche unter eine Benennung (§. 81.), wenn sie verschiedene Nenner haben.
2. Subtrahiret den Zehler des einen von dem Zehler des andern, und laßet den Nenner unverändert.

3. E. $\frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{10}{15} - \frac{3}{15} = \frac{7}{15}.$

Be-

Beweis.

Der Beweis ist wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Die 13. Aufgabe.

84. Einen Bruch durch einen Bruch zu multipliciren.

Auflösung.

Multipliciret durch einander die Nenner, ingleichen die Zehler; so formiren die beyden Producte das verlangte Facit.

$$\text{B. E. } \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \quad \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{8}{35}.$$

Beweis.

Wenn man einen Bruch durch einen Bruch multipliciren soll; so soll man ein Stück von ihm geben (§. 22, 76). B. E. $\frac{2}{3}$ durch $\frac{1}{2}$ multipliciren heisset, $\frac{2}{3}$ ein halb mal nehmen, oder einem $\frac{1}{2}$ von $\frac{2}{3}$ geben und $\frac{4}{6}$ durch $\frac{1}{2}$ multipliciren, ist eben so viel, als $\frac{4}{6}$ in 2 Theile eintheilen, und 2 solcher Theile davon nehmen (§. 77), das ist, $\frac{4}{6}$ durch 2 dividiren und den Quotienten durch 3 multipliciren. Weil nun der Nenner der bloße Name ist (§. 77); so muß eigentlich der Zehler des zu multiplicirenden Bruches durch den Nenner des andern dividiret werden, als der Zehler 4 des Bruches $\frac{4}{6}$ durch den Nenner 2 des Bruches $\frac{1}{2}$. Da-

mit

mit er sich nun dividiren läßet, so muß der zu multiplicirende Bruch in einen andern verwandelt werden, welches geschieht, wenn man ihn durch den Nenner des Multiplacanten 7 multipliciret, damit man $\frac{28}{7}$ anstatt $\frac{4}{7}$ erhält. Der siebente Theil hiervon ist $\frac{4}{49}$. Wenn man nun diesen Bruch 3 mal nimmt; so bekommt man $\frac{12}{49}$. Da es aber eine vergebliche Arbeit wäre, wenn man den Zehler 4 erst durch den Nenner 7 multipliciren, und darnach das Product wieder dividiren wolte; so multipliciret man bloß den Nenner 5 durch 7 und gleich den Zehler 4 durch 3. W. Z. E.

Die 1. Anmerkung.

85. Es ist dannenhero nicht wunder, daß in der Multiplication immer weniger heraus kommt, als ein jeder von den Brüchen, die man durch einander multipliciret, indem es in der That eine Division ist: wie der Beweis klärllich zeigt. Woraus man zugleich ersiehet, wie die ersten Erfinder auf die Multiplication der Brüche gekommen sind.

Die 2. Anmerkung.

86. Wenn man einen Bruch durch eine ganze Zahl multipliciren soll, so ist nicht nöthig, erst zu erinnern, daß man nur den Zehler multipliciren darf, indem der Nenner der bloße Nenner ist (§. 77). Z. E. $\frac{4}{7}$ mit 3 multipliciret, bringen $\frac{12}{7}$, wie wir im Beweise angenommen haben.

(Wolfs Mathef. Tom. I.) § Die

Die 14. Aufgabe.

87 Einen Bruch ($\frac{4}{7}$) durch einen andern ($\frac{2}{3}$) zu dividiren.

Auflösung.

1. Kehret den Bruch, durch den man dividiren soll, um, i. E. anstatt $\frac{2}{3}$ schreibet $\frac{3}{2}$.
2. Multipliciret hierauf, wie in der vorhergehenden Aufgabe (§. 84.); so kommt der Quotient ($\frac{1}{10} = 1\frac{2}{10} = 1\frac{1}{5}$) heraus.

Beweis.

Wenn man einen Bruch durch einen andern dividiret, so frägt man, wie viel mal der eine in dem andern enthalten sey (§. 24)? Wenn man nun die Brüche zu gleichen Nennern bringet, so muß einer so viel mal in dem andern enthalten seyn, als der Zehler des einen in dem Zehler des andern, weil in dieser Vergleichung der gemeine Nenner als der gemeine Maß derer Dinge, die gezehlet werden, nicht anzusehen ist (§. 77). Allein, indem zween Brüche zu einer Benennung gebracht werden, so erwächst der Zehler des erstern, wenn man seinen Zehler durch den Nenner des andern multipliciret; hingegen der Zehler des andern, wenn man seinen Zehler durch den Nenner des erstern multipliciret (§. 81). Also bekommt man die beyden Zahlen, so durch einander zu divi-

dividiren sind, wenn man den Divisorem umkehret, und hernach die Brüche in einander multipliciret. W. Z. E.

Die 12. Erklärung.

88. Wenn man eine Zahl (2) durch sich selbst multipliciret, so nennet man das Product (4) das Quadrat derselben Zahl: Sie aber die Quadrat-Wurzel in Ansehung dieses Quadrates.

Die 13. Erklärung.

89. Multipliciret man die Quadrat-Zahl (4) ferner durch ihre Wurzel (2); so heisset das neue Product (8) eine Cubic-Zahl, und, in Ansehung derselben, die Wurzel (2) nunmehr die Cubic-Wurzel.

Die 14. Erklärung.

90. Die Quadrat-Wurzel aus einer gegebenen Zahl ausziehen, ist diejenige Zahl finden, die durch sich selbst multipliciret, die gegebene Zahl hervorbringt; als die Quadrat-Wurzel aus 4 ausziehen heisset, die Zahl finden, die durch sich selbst multipliciret, 4 bringet.

Die 15. Erklärung.

91. Hingegen, die Cubic-Wurzel aus einer gegebenen Zahl ausziehen, heisset diejenige Zahl finden, die durch ihre

Quadrat-Zahl multipliciret, die gegebene Zahl hervor bringet, als die Cubic-Wurzel aus 8 ziehen, heisset die Zahl finden, die durch ihr Quadrat 4 multipliciret, 8 bringet.

Anmerkung.

92. Wenn man die Quadrat- und Cubic-Wurzel ausziehen will, so muß man die Quadrat- und Cubic-Zahlen aller Zahlen von 1 bis 9 wissen. Dazu dienet folgendes Täflein.

Wurzeln	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrat.	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubic-Zahl	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Der 2. Lehrsatz.

93. Die Quadrat-Zahl, deren Wurzel aus zween Theilen bestehet, enthält in sich das Quadrat des erstern Theils, ein Product aus dem erstern Theile zwey mal genommen, in den andern Theil, und das Quadrat des andern Theils.

Beweis.

Es sey die Wurzel 23, oder 20 + 3. Ihre Quadrat-Zahl kommt heraus, wenn man sie durch sich selbst multipliciret (§. 88.). Nun multipliciret man jeden Theil durch beide (§. 56.), und also bekommt man in dem Producte das Quadrat des erstern Theils (400), das Product aus dem erstern Thei-

Theile zwey mal genommen in den andern (120), und das Quadrat des andern Theiles (9). W. Z. E.

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 23 \\
 \hline
 9 \quad \text{Quadrat des andern Theils.} \\
 60 \quad \left. \begin{array}{l} \text{Product aus einem Theile in den} \\ \text{andern.} \end{array} \right\} \\
 60 \\
 400 \quad \text{Quadrat des erstern Theils.} \\
 \hline
 529 \quad \text{Quadrat der ganzen Wurzel.}
 \end{array}$$

Der 1. Zusatz.

94. Es endiget sich aber das Quadrat des andern Theils in der ersten Stelle zur Rechten, weil keine Nulle daran hängt; das Product aus dem erstern Theile in den andern zwey mal genommen, oder welches gleich viel ist, aus dem einen Theile zwey mal genommen in den andern, in der andern Stelle, weil eine Nulle daran hängt; endlich das Quadrat des erstern Theils in der dritten Stelle, weil es zwey Nullen hat.

Der 2. Zusatz.

95. Wenn die Wurzel aus mehr als zwey Zahlen bestehet, so darf man nur die ersten zwey oder mehrere derselben als eine ansehen, und es wird bald klar, daß jedes Quadrat in sich enthalte die Quadrate aller Theile der Wurzel und die Producte aus jedem Theile

zwey mal genommen in alle die übrigen, so vor ihm gegen die Lincke stehen.

Der 3. Zusatz.

96. In welchen Stellen aber des ganzen Quadrates das Quadrat eines jeden Theils, und jedes von gedachten Producten zu suchen sey, ist aus dem ersten Zusatze (§. 94) abzunehmen.

Die 15. Aufgabe.

97. Aus einer gegebenen Zahl die Quadrat-Wurzel auszuziehen.

Auflösung und Beweis.

1. Theilet die gegebene Zahl in Classen von der Rechten gegen die Lincke zu, und gebet jeder zwey Ziffern: denn so viel Theile hat die Wurzel, als Classen heraus kommen. In der letzten Classe aber zur Lincken kan auch eine Ziffer stehen (§. 94. 96.).
2. Da nun in der ersten Classe zur Lincken das Quadrat des ersten Theils der Wurzel zu finden ist (§. 94, 96); so suchet in dem Wurzel-Taflein (§. 92.) das Quadrat auf, welches der Zahl in der ersten Classe am nächsten kommt, und ziehet es von ihr ab. Die dazu gehörige Wurzel aber setzet in die Stelle des Quotienten.
3. Hierauf dupliret den gefundenen Quotienten, und schreibet das Product unter die lincke Zahl der folgenden Classe, und weiter fort zurücke gegen die Lincke, wenn es

es aus viel Ziffern bestehet: dividiret auf gewöhnliche Weise, und sehet den Quotienten an gehörigen Ort, so habt ihr (§. 94.) den andern Theil der Wurzel.

4. Eben diesen Quotienten sehet unter die rechte Zahl derselben Classe, und denn multipliciret mit dem gefundenen Quotienten die untergeschriebenen Zahlen, und ziehet das Product von den obern Zahlen des Quadrats ab (§. 94).
5. Wenn ihr nun die dritte und vierte Regel bey allen Classen anbringeret; so kommt (§. 95) die verlangte Quadrat-Wurzel heraus.

$$\begin{array}{r|l}
 1 & 79 \quad 56 \quad (134. \\
 1 & \\
 \hline
 & 79 \\
 & 28 \\
 & 69 \\
 \hline
 10 & 56 \\
 2 & 64 \\
 10 & 56 \\
 \hline
 & 0.
 \end{array}$$

Anmerkung.

98. Wenn die vorgegebene Zahl kein vollkommenes Quadrat ist, so kan man 10 Theilgen, 100 Theilgen u. s. w. haben, wenn man 2, 4 u. s. w. Nullen hinten anhänget, und die Rechnung forts setzet. Denn, wenn man die Einheit in der Quadrats Zahl in 100 gleiche Theile theilet, (welches geschies

het, wenn man sie durch 100 multipliciret; so wird die Wurzel in zehn Theile getheilet (§. 88): 3. E. wenn man aus 345 die Wurzel ziehen soll, so geschehet folches folgender maßen:

$$\begin{array}{r}
 3 \overline{) 45} \quad 18 \frac{57}{100} \\
 \underline{1} \\
 2 \overline{) 45} \\
 \underline{28} \\
 224 \\
 \underline{2100} \\
 888 \\
 \underline{1825} \\
 27500 \\
 \underline{3707} \\
 25949 \\
 \underline{} \\
 1551.
 \end{array}$$

Will man die Probe anstellen, ob man recht gerechnet habe; so multipliciret man die gefundene Zahl durch sich selbst, und addiret zu dem Producte, was übrig geblieben war. Wenn nun die vorgegebene Zahl mit so viel Nullen, als man angehängt hat, heraus kommt; so ist die Rechnung richtig (§. 90). Will man aus einem Bruche die Quadrat-Wurzel ziehen; so ist klar (§. 84), daß man sie so wohl aus dem Zehler als Nenner besonders ziehen muß. 3. E. Die Quadrat-Wurzel aus $\frac{25}{49}$ ist $\frac{5}{7}$.

Die 3. Lehrsatz.

99. Wenn die Cubic-Wurzel aus zween Theilen bestehet, so begreift die Cubic-

Cubic-Zahl in sich die Cubic-Zahlen bey-
der Theile, und über dieses zwey Producte
aus den Quadrat-Zahlen jedes Theils in
den andern Theil drey mal genommen.

Beweis.

Die Cubic-Zahl kommt heraus, wenn
man die Quadrat-Zahl durch die Wurzel
multipliciret (§. 88.). Nun bestehet die
Quadrat-Zahl der zweytheiligen Wurzel
aus den Quadrat-Zahlen der beyden Theile
und dem Producte aus dem einen Theile
zwey mal genommen in den andern (§. 93).
Derowegen bestehet die Cubic-Zahl dersel-
ben Wurzel aus den Cubic-Zahlen der bey-
den Theile, einem Producte aus dem Qua-
drate des erstern Theils drey mal genommen
in den andern, und einem Producte aus dem
Quadrat des andern Theils drey mal ge-
nommen in den erstern. W. Z. E.

400 + 120 + 9 Quadrat-Zahl von 23 (§. 93).

23

27 Cubus des andern Theils.

360 Product aus dem Quadrate
des andern Theils 9 in den
erstern 20 zwey mal genom-
men.

1200 Product aus dem Quadrate
des erstern Theils 400 in
den andern 3.

§ 5

180

180 Product aus dem Quadrate des andern Theils 9 in den erstern 20.

2400 Product aus dem Quadrate des erstern Theils 400 in den andern 3 zwey mal genommen.

8000 Cubus des erstern Theils.

12167 Cubus der ganzen Zahl.

Der 1. Zusatz.

100. Es endiget sich die Cubic-Zahl des andern Theils in der ersten Stelle zur Rechten, weil keine Nulle daran hängt. In der andern Stelle höret das Product aus dem Quadrate des andern Theils, drey mal genommen in den erstern Theil, auf; in der dritten Stelle aber ein gleiches Product aus dem Quadrate des erstern Theils drey mal genommen in den andern; und endlich in den übrigen Stellen zur Linken findet sich die Cubic-Zahl des erstern Theils der Wurzel.

Der 2. Zusatz.

101. Wenn die Wurzel aus mehr als zwey Ziffern bestehet, so darf man nur die erstern zwey, oder mehrere derselben, als eine ansehen, und alsdenn ist klar, daß jede Cubic-Zahl in sich enthält die Cubic-Zahlen aller Theile der Wurzel, und die Producte aus den Quadraten der vorhergehenden Theile
zusam-

zusammen drey mal genommen in den nächstfolgenden, und dem Quadrate eines jeden nächstfolgenden drey mal genommen in alle vorhergehende zusammen.

Der 3. Zusatz.

102. In welchen Stellen aber der ganzen Cubic-Zahl, jede Cubic-Zahl der Theile und jedes von gedachten Producten aufhöre, ist aus dem ersten Zusatze (§. 100) abzunehmen.

Die 16. Aufgabe.

103. Aus einer gegebenen Zahl die Cubic-Wurzel auszuziehen.

Auflösung und Beweis.

1. Theilet die gegebene Zahl in Classen von der Rechten gegen die Lincke, und gebet jeder Classe drey Ziffern. Denn so viel Theile hat die Wurzel, als Classen heraus kommen (§. 100).
2. Suchet in dem Wurzel-Taflein (§. 92) die Cubic-Zahl, welche derjenigen, so in der letzten Classe zur Lincken steht, am nächsten kommt, ziehet sie davon ab, und setzet die dazu gehörige Wurzel in die Stelle des Quotienten. Sochergestalt habt ihr den ersten Theil der Wurzel (§. 100).

3. Die

3. Diesen multipliciret mit sich selbst, und das herauskommende Quadrat (§. 88) mit drey, setzet das Product unter die Cubic-Zahl an statt des Divisoris dergestalt, daß dessen letzte Ziffer zur Rechten unter die erste zur Lincken in der folgenden Classe zu stehen kommt, und dividiret gewöhnlicher maßen: so kommt der andere Theil der Wurzel heraus (§. 100).
4. Alsdenn multipliciret den Divisorem in den neuen Quotienten, und schreibet das Product darunter. Unter der mittlereh Zahl derselben Classe fahet an von der Rechten gegen die Lincke zu schreiben, das Product von dem Quadrate des neuen Quotienten drey mal genommen in den vorhergehenden, und endlich unter der dritten die Cubic-Zahl des neuen Quotienten.
5. Addiret diese drey Producte, und ziehet die Summe ab von den in der gegebenen Zahl noch übrigen Ziffern (§. 100).
6. Wenn man nun nach der dritten und vierten Regel bey den übrigen Classen fortfähret, so kommt endlich die verlangte Cubic-Wurzel heraus (§. 100, 101).

	47	437	928	(362.
	27	:	:	:
	20	437	:	:
Divisor.	(27)	:	:	:
Fact. ex Div. in N. Q.	162	:	:	:
— extr. □ N. Q. in P.	324	:	:	:
Cubus Novi Quoti	216	:	:	:
Sum. Factorum	19656	:	:	:
	781	928		
Divisor	(388)	8)	:	:
Fact. ex Div. in N. Q.	777	6)	:	:
— extr. □ N. Q. in P.	4	32)	:	:
Cubus Novi Quoti		8		
	781	928		
	000	000.		

Anmerkung.

104. Wenn man die Einheit in der Cubic-Zahl in 1000 gleiche Theile theilet (welches geschieht, wenn man sie durch 1000 multipliciret); so wird die Wurzel in zehn Theile getheilet (§. 89). Dannenhero, wenn eine gegebene Zahl keine vollkommene Cubic-Zahl ist, darf man nur 3 Nullen für die zehn Theilgen, drey für die hundert Theilgen u. s. w. anhängen, und die Rechnung nach der ordentlichen Regel fortsetzen. Z. E. Es sey aus 3 die Cubic-Zahl zu ziehen.

3|000

$$\begin{array}{r}
 3 \overline{) 0000} \quad 000 \quad (1 \frac{44}{100} \\
 \underline{1} \quad : : : \\
 2000 \\
 (3) : : \\
 12 : : \\
 48 : \\
 64 \\
 \hline
 1744 \\
 \hline
 256000 \\
 (588) : : \\
 2352 : : \\
 672 : \\
 64 \\
 \hline
 241984 \\
 \hline
 14016.
 \end{array}$$

Will man wissen, ob man recht gerechnet habe, oder nicht; so muß man die gefundene Zahl in sich selbst, und das heraus kommende Product noch einmal in dieselbe multipliciren, und was in der Rechnung übrig geblieben, dazu addiren. Denn, wenn die vorgegebene Zahl mit so viel Nullen heraus kommt, als man anahängt hat; so ist die Rechnung richtig (§. 91). Will man die Cubic-Wurzel aus einem Bruche haben; so muß man sie aus dem Zehler und Nenner ins besondere ziehen.

Der 4. Lehrsatz.

105. In einer arithmetischen Proportion ist die Summe der beyden äußersten Glieder gleich der Summe der beyden mittlern.

$$\begin{array}{r}
 3. \quad 5 \quad \cdot \cdot \quad 8. \quad 10 \\
 \quad \quad 8 \quad \quad \quad 3 \\
 \hline
 13 \quad = \quad 13.
 \end{array}$$

Beweis.

Das andre Glied ist die Summe aus dem erstern, und dem Unterscheide der Glieder in beyden Verhältnissen; das vierte aber die Summe aus dem dritten und gedachten Unterscheide (§. 66). Derowegen, wenn man das erste und vierte addiret; so kommt die Summe des erstern und dritten Gliedes, und des erwähnten Unterschiedes heraus. Addiret man aber das andre und dritte; so kommt gleichfalls die Summe von dem ersten und dritten Gliede und dem mehrgedachten Unterscheide heraus. Derowegen müssen die beyden Summen einander gleich seyn (§. 31). W. Z. E.

Zusatz.

106. Wenn das andere Glied mit dem dritten überein kommt; so ist die Summe der beyden äussersten von drey arithmetischen Proportional-Zahlen der mittlern zwey mal genommen, gleich.

$$\begin{array}{r}
 \div 3. \quad 5. \quad 7 \\
 \quad \quad 5 \quad 3 \\
 \hline
 10 = 10.
 \end{array}$$

Die

Die 17. Aufgabe.

107. Zwischen zwey gegebenen Zahlen die mittlere arithmetische Proportional-Zahl zu finden.

Auflösung.

1. Addiret die beyden gegebenen Zahlen (z. E. 9 und 13).
2. Die Summa (22) halbiret, so kommt (§. 106) die gesuchte Zahl (11) heraus.

Die 18. Aufgabe.

108. Zu drey gegebenen Zahlen die vierte arithmetische Proportional-Zahl zu finden.

Auflösung.

1. Addiret die andere und dritte Zahl (5. und 9).
2. Von der Summe (14) ziehet die erste (8) ab, so bleibet die vierte (6) übrig (§. 105).

Der 5. Lehrsatz.

109. In einer geometrischen Proportion ist das Product des ersten Gliedes in das vierte gleich dem Producte aus dem andern in das dritte.

$$\begin{array}{rcl}
 3 : 6 & = & 4 : 8 \\
 4 & & 3 \\
 \hline
 24 & = & 24
 \end{array}$$

Be:

Beweis.

$6=3 \cdot 2.$ $8=2 \cdot 4.$ Das andere Glied
 $\frac{4}{4}$ $\frac{3}{3}$ entsteht, wenn
 $24=3 \cdot 2 \cdot 4,$ $24=3 \cdot 2 \cdot 4.$ man das erste, und
 das vierdte, wenn
 man das dritte durch den Nahmen der Ver-
 hältniß multipliciret (§. 66). Derowegen,
 wenn man das erste Glied durch das vierdte
 multipliciret, so ist das Product aus dem er-
 sten und dritten Gliede, und dem Nahmen der
 Verhältniß erwachsen. Multipliciret man
 das andere Glied durch das dritte, so ist das
 Product gleichfalls aus dem ersten und drit-
 ten Gliede durch den Nahmen der Verhält-
 niß erwachsen. Derowegen müssen die bey-
 den Producte gleich seyn (§. 33). W. Z. E.

Zusatz.

110. Wenn demnach drey Zahlen Pro-
 portional sind, daß die mittlere zwei Stellen
 vertritt (§. 68); so ist das Product aus den
 beyden äußersten der Quadrat-Zahl der
 mittleren gleich (§. 88).

Der 6. Lehrsatz.

111. Wenn vier Zahlen oder Größen
 Proportional sind, so verhält sich auch
 wechselseitig, wie die erste zu der drit-
 ten, so die andere zu der vierdten.

Beweis.

Das andere Glied kommt heraus, wenn
 (Wolfs Mathes. Tom. I.) ☉ man

man das erste durch den Exponenten oder den Nahmen der Verhältniß multipliciret; das vierdte aber, wenn man das dritte durch eben denselben Exponenten multipliciret (§. 66). Derowegen verhält sich das andere Glied zu dem vierdten, wie das erste zu dem dritten (§. 74). W. 3. E.

Die 19. Aufgabe.

112. Zwischen zwey gegebenen Zahlen die mittlere Geometrische Proportional-Zahl zu finden.

Auflösung.

1. Multipliciret die beyden gegebenen Zahlen (8 und 72) durch einander.
2. Aus dem Producte (576) ziehet die Quadrat Wurzel (24) (§. 97); so habt ihr die verlangte Zahl (§. 110.).

Die 20. Aufgabe.

113. Zu drey gegebenen Zahlen die vierdte, oder auch zu zweyen die dritte Geometrische Proportional-Zahl zu finden.

Auflösung.

1. Multipliciret die andere durch die dritte (5), oder in dem andern Falle, die andere durch sich selbst.
2. Das Product (60) dividiret durch die erste (3), so ist der Quotient (20) die vierdte (§. 109); oder in dem andern Falle die dritte (§. 110).

Die

Die 1. Anmerkung.

114. Die Auflösung dieser Aufgabe nennet man insgemein die Regel Derri, weil aus drey Zahlen die vierdte gefunden wird. Und hat dieselbe einen unaussprechlichen Nutzen, so wohl in dem gemeinen Leben, als in allen Wissenschaften. Es ist aber aus der Aufgabe leicht zu ersehen, daß man die Regel Derri nirgends anbringen kan, als wo man vorher aus der Beschaffenheit der Sachen versichert ist, daß eine Geometrische Proportion unter ihnen anzutreffen ist. Z. E. Es ist ein großes Gefäß mit Wasser angefüllt; unten an dem Boden ein enges Löchlein, das durch es heraus lauffen kan. Man hat befunden, daß in 2 Minuten 3 Kannen heraus gelauffen sind. Die Frage ist, wenn hundert Kannen heraus lauffen werden? Hier sind drey Zahlen gegeben: die vierdte soll man finden. Allein es ist bekant, daß das Wasser anfangs geschwinde, hernachmals langsam lauffet, und also die Zahl der ausgelaufenen Kannen der Zeit, in welcher sie heraus lauffen, keines weges proportional ist. Derowegen kan man auch diese Frage durch die Regel Derri nicht auflösen.

Die 2. Anmerkung.

115. Im Handel ist der Werth der Waare jederzeit ihrer Größe gleich. Denn, wenn einer zweys mal so viel nimt, zahlet er doppelst; nimt er drey mal so viel als ein anderer, so zahlet er dreyfach Geld. Daher kan man aus dem gegebenen Werthe von einer gewissen Größe einer Waare den Werth einer andern Größe, oder auch die Größe der Waare von einem gegebenen Werthe finden. Z. E. 3 Pf. kommen 4 Ehlr.: wie viel kommen 17 Pf.? Hier ist klar, daß, wie viel mal 3 Pf. in 17 Pf. enthalten sind, eben so viel mal die 4 Ehlr. als der Werth von 3 Pf. in dem Werthe der 17 Pf. enthalten seyn müssen,

müssen, den ich suche, und nach der Regel Detri also finde:

$$3 \text{ Pf.} - 17 \text{ Pf.} - 4 \text{ Ehlr.}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 68 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 88 \end{array} \bigg| 22\frac{2}{3} \text{ Ehlr.}$$

Oder für 4 Ehlr. bekommt man 3 Pf.: wie viel wird man vor $22\frac{2}{3}$ Ehlr. bekommen? Hier ist aber, mal klar, daß, wie viel mal der Werth von 3 Pf. nemlich 4 Ehlr. in dem Werthe der gesuchten Pf. nemlich $22\frac{2}{3}$ Ehlr. enthalten ist, eben so vielmal die 3 Pfunde in den gesuchten enthalten seyn müssen; die man durch die Regel Detri solchergestalt findet:

$$4 \text{ Ehlr.} - 22\frac{2}{3} \text{ Ehlr.} - 3 \text{ Pf.}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 68 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 88 \end{array} \bigg| 17 \text{ Pf.}$$

Woraus zugleich zu ersehen ist, wie man in der Regel Detri die Probe aufstellen kan, ob man recht gerechnet habe oder nicht: nemlich wenn man, wie hier geschehen, das Exempel umkehret.

Die 3. Anmerkung.

116. Eben so verhält sich der Lohn der Arbeiter, wie die Zahl der Zeiten, in welcher sie gearbeitet haben, wenn man auf Tage oder Stunden mit ihnen gedungen. Ingleichen die Grösse der verrichteten Arbeit ist der Zeit proportional, wenn man eine Stunde so viel arbeitet, als wie die andere; ingleichen der Zahl der Arbeiter, wenn einer so viel arbeitet, als der andere, u. s. w. Z. E. in einer Stunde liefert einer 6 Blätter in einem Buche.

Die

Die Frage ist, in wie viel Stunden er 360 Blätter lesen werde? Die verlangte Zahl findet man nach der Regel Detri also:

$$6 \text{ Bl.} - 360 \text{ Bl.} - 1 \text{ St.}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 360 \mid 60 \text{ St.} \\ 60 \end{array}$$

Die 4. Anmerkung.

117. Unterweilen geschieht es, daß zwischen den Zahlen keine solche Proportion zu finden ist, dergleichen zwischen den Sachen, die gezehlet werden, anzutreffen ist, wenn nemlich nicht alle Zahlen von einerley Art sind. Dadenn nöthig ist, daß sie zu einerley Art gebracht werden, ehe man die Regel Detri anbringen kan; als wenn man die Thaler in Groschen, die Groschen in Pfennige, die Pfunde in Lothe, die Stunden in Minuten u. s. w. verwandelt. Z. E. 3 Pf. und 4 L. kosten 2 Thlr. 4 gr. was kommen 2 Pf.? die Rechnung geschieht also:

$$\begin{array}{r} 3 \text{ Pf. 4 L.} - 2 \text{ Pf.} - 2 \text{ Thl. 4 gr.} \\ \hline 32 \qquad \qquad 32 \qquad \qquad 24 \\ 100 \text{ L.} - \qquad 64 \text{ L.} - 52 \text{ gr.} \\ \hline 52 \\ 128 \\ \hline 320 \qquad \qquad 3328 \mid 33 \frac{28}{100} \text{ gr.} \\ 3328 \qquad \qquad 1100 \mid \text{ oder } 33 \frac{7}{25} \text{ gr.} \end{array}$$

Die 5. Anmerkung.

118. Es geschieht meistens, daß die übrigen Brüche eine ganz andere Eintheilung des Ganzen

gen erfordern, als insgemein gebräuchlich ist. Als in dem vorhergehenden Exempel soll der Groschen in 25 Theile getheilet werden; wir aber theilen ihn in 12 ein. Derowegen muß man einen andern Bruch finden, der so viel gilt, wie der gegebene $\frac{7}{25}$, und zum Nenner 12 hat. Da nun der gesuchte Zehler des Bruches in 12 so viel mal enthalten seyn muß, als der gegebene Zehler 7 in seinem Nenner 25 (§. 78); so kan auch diese Verwandlung durch die Regel Detri folgendergestalt geschehen:

$$25 - 7 - 12$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 84 \end{array} \quad \begin{array}{l} 29 \\ 84 \\ 28 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \frac{2}{3} \text{ Pf.} \end{array}$$

Weil der Pfennig nicht weiter eingetheilet wird, so muß man die $\frac{2}{3}$, welche etwas mehr als $\frac{1}{3}$ von einem Pfennige sind, weg lassen: sonst könnte man ihren Werth gleichfalls nach der Regel Detri finden.

Die 6. Anmerkung.

119. Man findet in den Arithmetischen Schriften auch eine verkehrte Regel Detri, die man aber nicht nöthig hat, wenn man die Zahlen dergestalt neben einander setzt, wie es die Proportion erfordert. Z. E. 125 Soldaten werden mit einem Festungs-Bau innerhalb 6 Monaten fertig. Es ist aber die Frage, wie viel Soldaten muß man haben, daß der Bau innerhalb 2 Monaten fertig werde? Hier ist klar, daß, wie viel mal 2 Monate in 6 Monaten enthalten sind, eben so viel mal die Zahl der Soldaten, welche 6 Monate mit der Arbeit zubringen, in der Zahl derer enthalten sey, welche in 2 Monaten fertig werden sollen. Denn, je geschwinder die Arbeit

forts

fortgehen soll, je mehr Soldaten muß man dazu haben. Die Rechnung geschiehet demnach also:

2 M. — 6 M. — 125 S.

$$\begin{array}{r} \text{xx} \\ 780 \overline{) 375 \text{ S.}} \\ \underline{222} \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ 750 \end{array}$$

Die 7. Anmerckung.

120. Unterweilen muß man die Regel Detri zwey mal anbringen, ehe man die verlangte Zahl finden kan: woraus einige ohne Noth eine besondere Regel gemacht, und sie die Regel de quinque, ingleichen Regulam compositam genennet haben. Z. E. 300 Thlr. bringen in 2 Jahren 36 Thlr. Interesse: wie viel tragen 20000 Thlr. in 12 Jahren? Hier suchet man erstlich durch die Regel Detri, wie viel 20000 Thlr. in 2 Jahren bringen; darnach durch eben dieselbe, wie viel sie in 12 Jahren tragen, folgendergestalt:

300 Thl. — 20000 Thl. — 36 Inter.

$$\begin{array}{r} 36 \\ \hline 720000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{x} \\ 720000 \overline{) 2400 \text{ Thl.}} \\ \underline{333300} \end{array}$$

2 J. — 12 J. — 2400 Thl.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 28800 \overline{) 14400 \text{ Thl.}} \\ \underline{4800} \\ 24 \\ \hline 28800. \end{array}$$

Ⓔ 4 Die

Die 8. Anmerkung.

121. Es lassen sich dergleichen Exempel auch durch eine Anwendung der Regel Detri rechnen. Denn, weil 2 mal 300 Thl. so viel in einem Jahre Interesse bringen, als 300 in zweyen, und 12 mal 20000 in einem Jahre so viel geben, als 20000 in 12 Jahren; so darf ich nur die Umstände der Zeit weglassen und sagen: 2 mal 300, das ist 600 Thl. geben (nemlich in einem Jahre) 36 Thl. Interesse: was geben 12 mal 20000, das ist 240000 Thl. (nemlich wiea derum in einem Jahre)?

600 Thl. — 240000 Thl. — 36 Inter.

$$\begin{array}{r}
 36 \\
 \hline
 1440000 \\
 72 \quad 22 \\
 \hline
 8640000 \quad 8640000 \quad | \quad 14400 \text{ Thl.} \\
 8640000 \quad 8640000 \quad |
 \end{array}$$

Und diese letztere Manier ist ratsamer, als die erstere, weil in der erstern öfters verdrießliche Bruchrechnungen vorkommen.

Die 2. Anmerkung.

122. Bey einigen Exempeln muß man die Regel Detri nothwendig etliche mal anbringen, als in den Gesellschafts-Rechnungen so viel mal, als Personen sind, die an dem Gewinn oder Verlust in der Handlung Antheil haben. Denn, weil derjenige doppelt Geld gewinnt und verlieret, der doppelte Zulage giebt, u. s. w.; so verhält sich jederzeit die ganze Zulage zu eines jeden Zulage ins besondere, wie der ganze Gewinn oder Verlust zu eines jeden Gewinn oder Verlust ins besondere. Z. E. Es haben drey Personen in einer Handlung 2000 Thl. gewonnen.

wonnen. Der erste hat gegeben 1000 Thl. Der andere 500 Thl. Der dritte 300 Thl. Man soll finden, wie viel jedem von dem Gewinn gebühre? Dieses geschieht folgender gestalt?

Zulage des Ersten	1000 Thlr.
des andern	500 —
des dritten	300 —
<hr/>	
Ganze Zulage	1800,

$$1800 \text{ Thl.} - 1000 \text{ Thl.} = 800 \text{ Thl.}$$

$$\begin{array}{r} \text{xxx} \\ \text{x2222} \\ \text{x00000} \\ \text{x888800} \\ \text{xxx} \end{array} \left| \begin{array}{l} 1111\frac{2}{3} \text{ Thl. Gewinn des ersten.} \end{array} \right.$$

$$1800 \text{ Thl.} - 500 \text{ Thl.} = 1300 \text{ Thl.}$$

$$\begin{array}{r} \text{xxi} \\ \text{888} \\ \text{x000000} \\ \text{x88800} \\ \text{xx} \end{array} \left| \begin{array}{l} 555\frac{10}{18} \text{ Thl. Gewinn des andern.} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r}
 1800 \text{ Ehl.} - 500 \text{ Ehl.} - 2000 \text{ Ehl.} \\
 \underline{2 \quad 000} \\
 600000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 88 \\
 8886 \\
 888800 \quad | \quad 333 \frac{6}{18} \text{ Ehl. Gewinn des dritten.} \\
 88880 \quad | \\
 \hline
 \text{xx}
 \end{array}$$

Probe.

$$\begin{array}{r}
 1111 \frac{2}{18} \text{ Gewinn des ersten.} \\
 555 \frac{0}{18} \text{ Gewinn des andern.} \\
 333 \frac{6}{18} \text{ Gewinn des dritten.} \\
 \hline
 2000 \text{ Ehlr. ganzer Gewinn.}
 \end{array}$$

Die 10. Anmerkung.

123. Es lebt auch viel andere Exempel, die auf eine gleiche Weise gerechnet werden. Als wenn man nicht allein in der Medicin, sondern auch in andern Künsten und Wissenschaften das Gewicht der Ingredientien weiß, die man mit einander in Zubereitung eines Dinges vermischen soll, und man will wissen, wie viel von jedem zu nehmen ist, damit das Vermischte ein verlangtes Gewicht habe. Z. E. eine Medicin hat 3 Ingredientien, von dem einen kommen dazu 4 Loth, von dem andern 5 Loth, von dem dritten 2 Loth. Die Frage ist, wie viel man von jedem nehmen müsse, daß man von der Medicin ein 8 Pf. habe? Die Rechnung geschieht folgendermaßen:

Gewichte

Gewicht	{ des ersten }	Ingred.	4 Loth.
	{ des andern }		5 —
	{ des dritten }		2 —
Summe			11 L.

$$11 \text{ L.} - 8 \text{ Pf.} - 4 \text{ L.}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \hline 256 \text{ L.} \\ 4 \\ \hline 1024 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{xxxi} & 93 \frac{1}{11} \text{ L. Gewicht des ersten Ing.} \\ \text{xxxi} & \\ \text{x} & \end{array}$$

$$11 \text{ L.} - 8 \text{ Pf.} - 5 \text{ L.}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \hline 256 \text{ L.} \\ 5 \\ \hline 1280 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{x} & \\ \text{xxxi} & \\ \text{xxxi} & 116 \frac{4}{11} \text{ L. Gewicht des andern Ing.} \\ \text{xxxi} & \\ \text{xx} & \end{array}$$

$$11 \text{ L.}$$

11 L. — 8 Pf. — 2 L.

$$\begin{array}{r}
 32 \\
 \hline
 256 \text{ L.} \\
 2 \\
 \hline
 512
 \end{array}$$

$\begin{array}{l} x \\ x76 \\ 8xz \\ xxx \end{array} \left| 46\frac{6}{11} \text{ L. Gewicht des dritten Ingr.} \right.$
 $\begin{array}{l} x \\ x \\ x \end{array}$

Probe.

Gewicht	{ des ersten }	Ingr.	93 $\frac{1}{11}$ L.
	{ des andern }		116 $\frac{4}{11}$ L.
	{ des dritten }		46 $\frac{6}{11}$ L.
Summe			256 L. oder 8 Pf.

Die II. Anmerkung.

124. Man hat in verschiedenen Fällen einige Vortheile in der Regel Detri, welche insgemein die Welsche Practica genennet werden. Uns begnügt, die nützlichsten davon zu erzehlen. Weil die Regel Detri zu drey gegebenen Zahlen die vierdte Proportional-Zahl suchet (§. 113, 114), wenn man aber zwey Zahlen durch eine Zahl dividiret, die heraus kommenden Quotienten mit ihnen einerley Verhältniß haben (§. 75); so dividiret die erste und andere, oder auch (§. 111) die erste und dritte Zahl (wenn sie

ſie ſich genau dividiren laſſen), durch eine Zahl, und brauchet die herauskommenden Quotienten an ſtatt derſelben in der Rechnung; wie aus beygefügten Exempeln zu erſehen iſt.

$$\begin{array}{r} 3 \text{ Pf. koſten } 9 \text{ Thl. wie viel } 7 \text{ Pf. ?} \\ 3) 1 \qquad \qquad 3 \qquad \qquad 3 \\ \hline \text{Fac. } 21 \text{ Thl.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \text{ Pf. koſten } 26 \text{ Thl. wie viel } 7 \text{ Pf. ?} \\ 7) 2 \qquad \qquad 2) - \qquad \qquad 1 \\ \hline \text{Fac. } 13 \text{ Thl.} \end{array}$$

Die 12. Anmerkung.

125. Wenn entweder die erſte oder dritte Zahl 1, und die andere von beyden nicht allzu groß, die mittlere aber aus Zahlen von vielerley Arten zuſammen geſetzt iſt; ſo hat man nicht nöthig, die in der vierten Anmerkung (§. 117) vorgeſchriebene Reduction auszuſtellen, wie folgendes Exempel ausweiſet:

$$\begin{array}{r} 1 \text{ Pf. koſtet } 3 \text{ Thl. } 8 \text{ gr. } 6 \text{ pf. wie viel } 5 \text{ Pf. ?} \\ \hline 5 \\ \hline \text{Fac. } 16 \text{ Thl. } 18 \text{ gr. } 6 \text{ pf.} \end{array}$$

Nemlich ich ſehe hier bald, daß 2 mal 6 pf. einen Groschen machen, und alſo 5 mal 6 pf. 2 gr. 6 pf.: wiederum 3 mal 8 gr. einen Thaler und alſo noch 2 mal 8 darüber 16 gr. Dannhero addire ich den Thaler

Thaler zu den übrigen 15 Thl. und die 2 gr. zu den 16 gr. So ist das verlangte Facit 16 Thl. 18 gr. 6 pf.

Die 13. Anmerkung.

126. Wenn entweder die erste oder dritte Zahl 1 ist, und in dem erstern Falle eine von denen übrigen beiden, in dem andern aber die erste sich in Factores zerfallen lassen; so kan man die Rechnung öfters im Kopfe verrichten: wie sichs aus beygefügetem Exempeln abnehmen läßt.

1 Pf. kostet 24 Thl. wie viel 20 Pf.?

$$\begin{array}{r} 4 \\ 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4 \\ \hline 80 \\ 6 \\ \hline \end{array}$$

Fac. 480.

12 Pf. kosten 18 Rthlr. wie viel 1 Pf.?

$$\begin{array}{r} 3 \\ 4 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 2 \\ 28 \left(\begin{array}{c} 8 \\ 3 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 1 \frac{2}{4} \text{ oder } 1 \frac{1}{2} \text{ Thl.} \end{array} \right) \end{array}$$

Die 14. Anmerkung.

127. Wenn eine von den gegebenen Zahlen 1 ist, lassen sich verschiedene Vortheile im Kopfe zu rechnen,

nen, aus der Rechnung, ohne das Einmal Einnehmen (§. 58, 61). Z. E. Es kosten 9 Pf. 20 Zhl. Die Frage ist: wie hoch 1 kommt? Ich sehe hier gleich, wenn ich den zehenden Theil nehme, nemlich 2 Zhl., daß ich noch den 9ten Theil davon, nemlich $\frac{2}{9}$ Zhl. dazu addiren muß. Und also das Facit $2\frac{2}{9}$ Zhl. sey. Item 5 Pf. kommen 54 Zhl.: was 1 Pf.? Weil 5 die Helfte von 10 ist, duplire ich nur den zehenden Theil von 54 Zhl. nemlich 5 Zhl. $\frac{4}{10}$, so kommt das Facit $10\frac{4}{10}$ Zhl. Item: 1 Pf. kostet 18 gr.: wie viel 19 Pf.? Weil 19 zwanzig weniger eins sind, so duplire ich nur 18, und hänge an das Product eine Nulle. Von dieser Zahl 360 ziehe ich 18 ab, so bleibt das Facit 342 gr. übrig.

Die 15. Anmerkung.

128. Wenn die zwei gleichnamigen Zahlen von einander um 1 unterschieden sind, kan man einen besondern Vortheil brauchen, der sich durch Exempel am bequemsten zeigen läßt. Z. E. 5 Pf. kosten 30 Zhl.: wie viel 4 Pf.? Weil 4 Pf. um den fünften Theil weniger kosten müssen, als 5 Pf., so dividire ich nur 30 durch 5 und den Quotienten 6 ziehe ich von 30 ab, so bleibet das Facit 24 Zhl. übrig. Item: 8 Pf. kommen 24 Zhl.: wie viel 9 Pf.? Weil 9 Pf. um $\frac{1}{8}$ mehr als 8 kosten, so darf ich nur den achten Theil von 24, nemlich 3 Zhl. zu 24 Zhl. addiren, so kommt das Facit 27 Zhl.

Die 16. Anmerkung.

129. Unterweilen kan man verschiedene Vortheile bey einem Exempel anbringen. Als

112 Anfangs-Gründe der Rechen-Kunst.

100 Pf. kosten 30 Thlr. 4 gr. wie viel 50 Pf.?
 50) 2 2) 1
 Fac. 15 Thl. 2 gr.

Item: 60 Pf. kosten 80 Thl. was 2520 Pf.?
 6)
 60) 1 480 42
 7)
 3360 Thl. Fac. 6
 7

E N D E
 der
 R e c h e n = K u n s t.



Anfangs = Gründe
der
G e o m e t r i e.

(*Wolfs Mathes. Tom. I.*)

§

Der

V o r r e d e.

Geehrter Leser,

Die wenigsten sehen die Geometrie mit rechten Augen an, und können dannhero nicht begreifen, warum *Plato* diejenigen, welche in derselben unerfahren waren, aus seinem Auditorio zurücke wies, und zum Studiren, nach unserer Mundart, für untüchtig erklärte. Man bildet sich ein, es komme in ihr auf das bloße Feldmessen an: da sie doch den Grund zu aller genauen Erkenntniß in allen natürlichen Wissenschaften leget, und ohne sie durch die Kunst wenig ausgerichtet werden kan. Ich habe demnach die nützlichsten Lehrsätze derselben auf gehörige Weise erwiesen, und damit sie nicht verdrießlich fielen, ihren Nutzen jederzeit in Auflösung verschiedener Aufgaben gezeigt. Ungeachtet aber dieselben im bloßen Feldmessen und Ausrechnung des körperlichen Inhalts zu bestehen scheinen: so wird doch im folgenden das Gegentheil klärlich erhellen, wenn wir in den übrigen Theilen der Mathematick die

H 2

Geo:

Geometrie anbringen werden. Ich hatte mir zwar vorgenommen, die Application der geometrischen Sätze in der Natur und Kunst hin und wieder zu zeigen; allein, weil dieses für einen kurzen Begriff, den ich beizubringen, Vorhabens bin, zu weitläufig fallen würde, auch nicht allen einerley Exempel nöthig und angenehm sind; so habe solches im Werke selbst unterlassen wollen, und behalte mir die völlige Freyheit, in meinen Discursen, nach der Beschaffenheit meiner Zuhörer, Exempel zu erwählen. Hier habe ich nur erinnern wollen, daß man durch geometrische Auflösungen verschiedener Aufgaben öfters leichte finden kan, was man durch Rechnung weitläufig und nicht ohne Verdruß suchen müste. Und das war die Absicht der Alten, die zuerst auf die geometrischen Auflösungen gedacht haben, welche Unverständige heute zu Tage für ein leeres Spielwerck ansehen. Ich wünsche allen, die dieses lesen werden, Lust zur Geometrie; so werden sie erfahren, daß ich mir nicht im geringsten vorgenommen habe, ihr eine Lobrede zu halten.

An-

Anfangs-Gründe der G e o m e t r i e.

Die 1. Erklärung.

I.
Die Geometrie ist eine Wissenschaft des Raums, den die körperlichen Dinge nach ihrer Länge, Breite und Dicke einnehmen.

Die 2. Erklärung.

2. Wenn man die Länge ohne die Breite und Dicke betrachtet, so nennet man sie eine Linie; ihren Anfang und Ende aber einen Punct, den man sich also ohne alle Theile gedenken muß, maßen er sonst eine Linie wäre, und wieder seinen Anfang und Ende haben müßte. Wenn sich nun ein Punct von einem Orte gegen den andern bewegt; so wird eine Linie beschrieben.

Die 1. Anmerkung.

3. Schwenter in seiner *Geometria practica* p. 2. erkläret gar deutlich die Beschaffenheit eines mathematischen Puncts durch folgendes Exempel.
„ Wenn eine Linie, spricht er, in zwey gleiche Theile getheilet werden soll, geschichet solches durch ein Zeichen nur mit dem Sinne begriffen. Das
„ ist der Punct. Dieser weist nur den Ort, da
„ die

„ die zwey Linien sich scheiden , benimt aber beyden
 „ Linien nichts , dann sie beyde zusammen der ers-
 „ stern Linie gleich verbleiben , so zu theilen vorges-
 „ geben. „

Die 2. Anmerkung.

4. Aus dieser Erklärung erhellet , daß die Geometrie zulängliche Ursachen gehabt haben , warum sie den Punct untheilbar annehmen , unerachtet die Einsbildung so wenig , als unsere Hand mit ihren Instrumenten , einen untheilbaren Punct formiren kan. Damit er nemlich kein Theil der Linie würde : welches auch in der Ausübung der Geometrie mit Sorgfalt zu vermeiden ist.

Die 3. Erklärung.

5. Die Aehnlichkeit ist die Uebereinstimmung dessen , wodurch die Dinge durch den Verstand von einander unterschieden werden.

Anmerkung.

6. Zum Exempel , ich habe zwey Sachen , A und B , und betrachte eine nach der andern. Ich mercke mit Fleiß auf alles , was nur in der Sache A wahrzunehmen ist , und zeichne es auf das genaueste auf. Gleichergestalt schreibe ich alles haarklein auf , was ich in der Sache B erkennen kan. Wenn ich nun beydes gegen einander halte , was ich aufgezeichnet habe , so finde ich , daß es einerley sey.

Zugabe.

7. Also können ähnliche Dinge nicht von einander unterschieden werden , wenn man sie nicht entweder würcklich , oder in Gedanken , vermittelt einer dritten Sache , z. E. eines Maaß-Staabes , zusammen bringet.

Die

Die 4. Erklärung.

8. Eine gerade Linie AB ist, deren Theil Tab. I. der ganzen ähnlich ist. Eine krumme Linie Fig. 1. AB ist, deren Theile der ganzen unähnlich sind.

Die 1. Anmerkung.

9. Auf dem Papiere wird eine gerade Linie mit einer Reiß-Feder oder einem subtilen Stifte nach dem Lineale gezogen, welches man auf die zween gegebenen Punkte anleget: auf dem Holze oder Steine durch einen mit Kreide oder Rötel bestrichenen Faden aufgeschlagen: auf dem Felde mit zween Stäben abgesteckt, die an ihren Enden ausgerichtet werden. Es kan aber mit zween Stäben der dritte in einer geraden Linie gesteckt werden, wenn das Auge, so gegen den einen gerichtet wird, die andern beyden nicht sieht. Daher hat Plato die gerade Linie beschrieben, *quod ejus extrema obumbrent omnia media.*

Die 2. Anmerkung.

10. Wenn man etwas ausmessen will, so vergleicht man es mit einem andern von seiner Art, und sucht seine Verhältniß zu ihm, das ist, wie viel mal es das andere in sich begreift, oder in demselben enthalten ist. Daher nimt man zum Maaß-Stabe der Linie eine gewisse Linie oder Länge an, welche man eine Ruhe nennet. Dieselbe theilet man in 10 gleiche Theile, und nennet einen derselben einen Schuh, der Schuh wird abermal in 10 Zolle, und der Zoll in 10 Linien getheilet. Weil aber der Maaß-Stab willkührlich ist, so kan man leicht erachten, daß nicht an allen Orten der Schuh von gleicher Größe sey. Weiß man die Verhältniß zweier Schuhe gegen einander, so kan man jederzeit durch die Regul Detri (S. 113, 114 Arithm.) ein

Maaß in das andere verwandeln. 3. E. Nach dem Picard verhält sich der Pariser Schuh zu dem Rheinländischen wie 1440 zu 1392, das ist, (weil man nemlich beyderseits durch 48 dividiren kan), wie 30 zu 29 (§. 75. *Arithm.*). Wenn nun nach dem Rheinländischen Maaße 345 Schuhe gegeben würden, und man wolte wissen, wie viel sie nach dem Pariser Maaße machten, so dürfte man nur sehen:

$$\begin{array}{r}
 30 - 29 - 345 \\
 15) \quad 2 \quad 23 \quad 23 \quad (\S. 124 \text{ Arithm.}) \\
 \hline
 87 \\
 58 \\
 \hline
 1 \\
 887 \overline{) 333\frac{1}{2}} \\
 222 \overline{) \phantom{333\frac{1}{2}}}
 \end{array}$$

Alsdenn findet man (§. 113 *Arithm.*) $333\frac{1}{2}$ Pariser Schuhe. Es ist aber wohl zu merken, daß nicht an allen Orten die Ruthen und Schuhe auf gleiche Art eingetheilet werden. Denn das Rheinländische Maaß wird immer in 12 getheilet, da hingegen das geometrische nur 10 Theile hat. Darnach man sich in Verwandlung eines Maaßes in das andere zu achten hat.

Die 3. Anmerkung.

11. Unerachtet aber die Länge ohne die Breite und Dicke niemals irgendwo zu finden ist; so ist es doch nöthig und nützlich, daß man sie allein betrachtet. Nöthig ist es, weil unser Verstand nicht viel Sachen auf einmal denken kan, und daher in Gedanken von einander trennen muß, was in der Natur ungeschieden gefunden wird: nützlich aber, weil unzählich viel Fälle vorkommen, da man nur die eine Abmessung eines Körpers erkennen will, z. E. die Höhe eines Thurms ohne seine Breite und Dicke,

de, die Breite eines Flusses ohne seine Tiefe und Länge.

Die 5. Erklärung.

12. Unter den krummen Linien ist die best- Tab. I.
kürzeste und zur Zeit die nützlichste die Cir- Fig. 2.
cul-Linie. Es wird aber ein Circul beschrie-
ben, wenn eine gerade Linie CA sich auf der
Ebene um einen festen Punct C beweget.

Anmerkung.

13. Auf dem Papiere wird dieses mit einem be-
sondern Instrument verrichtet, welches man einen
Zirkel nennet. Auf dem Felde und im Großen
braucht man an statt der Linie einen Faden, oder
eine Schnur, oder eine Stange: wie man denn
auch besondere Stangen-Zirkel hat.

Die 6. Erklärung.

14. Der Punct C heisset der Mittel- Tab. I.
Punct (Centrum), weil alle Puncte in der Fig. 3.
Peripherie gleich weit von ihm abstehen
(S. 12); die Linie CA der Halbmesser (Semi-
diameter oder Radius): die Linie, welche
von einem Puncte der Peripherie D bis zu
dem andern E durch den Mittel-Punct C
gezogen wird, der Durchmesser (Diamete-
ter): eine Linie FG überhaupt, die von
einem Puncte der Peripherie F bis zu dem
andern G gezogen wird, eine Sehne
(Chorda oder Subtensa).

Anmerkung.

15. Die Peripherie eines jeden Circuls, er mag
groß oder klein seyn, wird in 360 gleiche Theile
oder Grade eingetheilet, weil sich diese Zahl durch

viel Zahlen genau dividiren läßt, als durch 2. 3. 4. 5. 6. 8. 9. 10. 12. und so weiter. Jeder Grad bestehet aus 60 Minuten, jede Minute aus 60 Secunden u. s. w. die Grade zeichnet man mit (°) wie die Ruthen, die Minuten mit (') wie die Schuhe. Z. E. $3^{\circ} 25' 17''$ heisset 3 Grad 25 Minuten 17 Secunden: $3^{\circ} 2' 4''$ aber 3 Ruthen 2 Schuh 4 Zolle.

Die 7. Erklärung.

Tab. I.
Fig. 4.

16. Wenn man zwei Linien AB und AC in einem Puncte A zusammen setzet, so heisset ihre Neigung gegen einander ein Winkel

Die 1. Anmerkung.

17. Diesen Winkel nennet man entweder mit einem Buchstaben A, oder in gewissen Fällen, um die entstehende Verwirrung mit andern Winkeln zu vermeiden, mit drey Buchstaben BAC, so, daß derjenige mitten stehet, welcher an der Spitze des Winkels zu finden ist. Seine Größe aber pfleget man durch einen Circul-Bogen, der aus dem centro A mit beliebiger Eröffnung des Zirkels beschrieben wird, zu messen. Nämlich so viel der Bogen DE Grade und Minuten hat, so viel Grade und Minuten eignet man dem Winkel A zu.

Die 2. Anmerkung.

18. Um die Zahl der Grade und Minuten, die dem Bogen DE zugehören, zu finden, bereitet man halbe Circul von Messing, und theilet sie in Grade und halbe Grade, ja so viel sich thun läßt, in Minuten ein. Die kleinen, so auf dem Papier gebraucht werden, nennet man *Transporteurs*; die großen, so auf dem Felde erfordert werden, insgemein *Astrolalia*, wiewol nicht mit gutem Recht; besser Winkel-Messer.

Die

Die 8. Erklärung.

19. Wenn eine Linie AB auf der andern Tab. I.
CD dergestalt aufgerichtet steht, daß Fig. 5.
die Winkel zu beyden Seiten einander
gleich sind; so sagt man, sie stehe auf
DC perpendicular oder senkrecht.

Die 9. Erklärung.

20. Der Winkel ABC, den die Per: Tab. I.
pendicular-Linie AB mit der Linie BC Fig. 5.
macht, heisset ein rechter Winkel (angu-
lus rectus): Ein jeder kleinerer Winkel E Tab. I.
ein spitziger Winkel (angulus acutus), und Fig. 6.
ein jeder größerer F ein stumpfer Winkel Tab. I.
(angulus obtusus). Fig. 7.

Die 10. Erklärung.

21. Wenn man einen Winkel A durch Tab. I.
eine gerade Linie BC schließt, so entsteht Fig. 8.
ein Dreyeck oder Triangel. Man nennet
es aber rechtwinklicht, wenn der eine Tab. I.
Winkel A ein rechter ist; stumpfwink: Fig. 9.
licht, wenn der eine Winkel D ein stum: Tab. I.
pfer ist; spitzwinklicht, wenn alle drey Fig. 10.
spitzig sind, wie A, B, C. hingegen, Tab. I.
wenn alle drey Seiten AB, BC, CA gleich Tab. II.
sind, heisset es ein gleichseitiger Triangel Fig. 12.
(Triangulum æquilaterum): sind zwey Sei-
ten AB und BC gleich, ein gleichschencklich: Tab. II.
ter, (Triangulum æquicrurum oder Ilosce- Fig. 13.
les):

les): ist keine Seite der andern gleich, ein ungleichseitiger, als HIK (Triangulum Scalenum)

Die 11. Erklärung.

- Tab. II. 22. Ein Quadrat (Quadratum) ist eine
Fig. 14. Figur, die 4 gleiche Seiten AB, BC, CD, AD und lauter rechte Winkel hat. Ein längliches Viereck Oblongum oder Rectangulum hat lauter rechte Winkel, aber es sind nur die zwei einander entgegen gesetzte Seiten EF und HG, ingleichen EH und FG, einander gleich. Eine Raute (RHOMBUS) hat vier gleiche Seiten IK, KL, LM, IM, und lauter schiefe Winkel, keinen rechten. Eine längliche Raute (RHOMBOIDES) hat zwar lauter schiefe Winkel, aber nur die beyden einander entgegen gesetzten Seiten ON und PQ, OP und QN sind einander gleich. Es werden diese Vierecke beschrieben, wenn eine Linie CP sich an einer andern ON dergestalt herunter beweget, daß sie sich selbst immer parallel bleibet, das ist, immer einerley Weite in allen ihren Puncten von eben denselben Puncten im Anfang der Bewegung behält (§. 25). Die übrigen Vierecke werden TRAPEZIA genennet, als STVZ.
- Tab. II. Fig. 18.

Die 12. Erklärung.

- Tab. II. 23. Die übrigen Figuren, welche mehr
Fig. 19. als vier Seiten haben, werden Polygone oder

oder Vielecke genennet: und insonderheit
Fünfecke, wenn sie fünf; Sechsecke, wenn
sie sechs Seiten haben, u. s. w. Tab. II.
Fig. 20.

Die 13. Erklärung.

24. Wenn in einer Figur alle Seiten
und Winkel einander gleich sind, als in
ABCDEF, so heisset sie eine reguläre oder
ordentliche Figur; sind aber die Seiten und
Winkel nicht alle einander gleich, als in
GHIKL, so nennet man sie eine irreguläre
oder unordentliche Figur. Tab. II.
Fig. 21.

Die 14. Erklärung.

25. Wenn zwei Linien AB und CD im-
mer eine Weite von einander behalten,
so sind sie Parallel-Linien. Es wird dem-
nach die Linie AB mit CD parallel be-
schrieben, wenn der Perpendicular IH sich
an ihr dergestalt herunter bewaget, daß
er mit ihr beständig einen rechten Win-
kel machet. Tab. III.
Fig. 22.
Tab. IX.
Fig. 61.

Die 15. Erklärung.

26. Die Vierecke, deren Seiten einan-
der parallel sind, nennet man Parallelo-
gramma.

Die 16. Erklärung.

27. Wenn ein halber Circul X sich um
seinen Diameter AB herum bewaget, so
beschreibt er eine Kugel. Tab. III.
Fig. 23.

Zusatz.

Zusatz.

28. Also sind alle Punkte in der Kugel-Fläche von dem Mittel-Puncte X gleich weit weg (§. 14).

Die 17. Erklärung.

Tab. III.
Fig. 24.

29. Wenn eine geradelinichte Figur ABC sich an einer geraden Linie AD der-gestalt herunter bewegt, daß sie sich immer parallel bleibet, das ist, eine jede Linie in derselben ein Parallelogrammum beschreibet; so beschreibet sie ein PRISMA: bewegt sich aber ein Circul X an einer geraden Linie FG gleichergestalt herunter, oder ein Rectangulum ABCD und Quadrat um seine Höhe AD; so wird ein Cylinder oder eine Walze beschrieben.

Tab. III.
Fig. 25.
n. 1.
n. 2.

Der 1. Zusatz.

Tab. III.
Fig. 24.

30. Ein jedes Prisma hat zwei gleiche Grundflächen ABC und DEF (§. 27 Arithm), und ist um und um von so vielen Vierecken ACDE, CEFD und ADFB eingeschlossen, als die Grundfläche ABC Seiten hat.

Der 2. Zusatz.

31. In dem Prisma und Cylinder sind alle Durchschnitte, die mit ihren Grund-flächen parallel geschehen, einander gleich (§. 27 Arithm.).

Die 18. Erklärung.

Tab. III.
Fig. 26.

32. Wenn sich ein Rectangulum ABCD an einer Linie AE, die auf beyden Linien
AB

AB und AD perpendicular stehet, auf gleiche Art herunter bewege, so bekommt man ein *Parallelepipedum*: bewegt sich aber ein Quadrat O an einer Linie HI, die seiner Seite gleich ist, und auf HL und HM perpendicular stehet, herunter, einen *Cubum* oder Würfel. Tab. III. Fig. 27.

Der 1. Zusatz.

33. Das *Parallelepipedum* ist in sechs *Rectangula* eingeschlossen, deren zwey einander gegen über stehende einander gleich sind. Und alle Durchschnitte, die mit der Grundfläche parallel geschehen, sind einander gleich (*J. 27 Arithm.*).

Der 2. Zusatz.

34. Ein Würfel ist in sechs gleiche *Quadrata* eingeschlossen.

Die 19. Erklärung.

35. Wenn sich ein rechtwindlichter *Triangel* ABC um seine Seite AB herum bewege, so beschreibt er einen *Conum* oder *Regel*. Eben dieses geschieht, wenn eine gerade Linie AC, die sich an einem festen Puncte A verschieben läßt, sich mit dem Ende C an der Peripherie eines unbeweglichen *Circuls* herum bewege. Tab. III. Fig. 28.

Zusatz.

36. Alle Durchschnitte, die im *Regel* mit der Grundfläche DBC parallel geschehen, sind

sind Circul, aber immer kleinere, je näher sie der Spitze A kommen (§. 12).

Die 20. Erklärung.

Tab. III.
Fig. 29.

37. Wenn eine Linie AD sich in einem festen Puncte D verschieben läßt, und um die ganze Peripherie einer geradelinichten Figur ABC mit dem andern Ende A bewegt wird; so entstehet eine Pyramide.

Zusatz.

38. Eine Pyramide hat zur Grundfläche eine geradelinichte Figur ABC, und ist um und um in so viele Triangel DAB, DBC und DAC, als die Grundfläche Seiten hat, eingeschlossen ist, welche oben in einem Puncte D mit ihren Spitzen zusammen stoßen (§. 21).

Die 21. Erklärung.

39. Wenn ein Körper in lauter gleiche reguläre Figuren von einerley Art, daß nemlich gleich viel an der Zahl einen jeden körperlichen Winkel machen, 3. L. in lauter gleichseitige Triangel eingeschlossen ist; so nennet man ihn regulär, oder ordentlich: die übrigen werden irregulär genennet, oder unordentlich.

Zusatz.

40. Also ist der Würfel ein regulärer Körper (§. 22, 24, 34).

Der

Der 1. Grundsatz.

41. Wenn gerade Linien und Winkel einander decken, so sind sie gleich: und wenn sie gleich sind, decken sie einander.

Der 2. Grundsatz.

42. Zwischen zween Puncten kan nur eine gerade Linie seyn.

Der 1. Zusatz.

43. Derowegen können zwe gerade Linien keinen Raum einschliessen, weil sie in ihren beyden äussersten Puncten zusammen stoßen müßten.

Der 2. Zusatz.

44. Folglich sind in jedem Drey-Ecke Tab. I. zwe Seiten AB und AC zusammen genommen, grösser als die dritte BC; maßen zwe gerade Linien, die mit ihren Enden einander erreichen und auf einander liegen, von gleicher Grösse sind (§. 41).

Der 3. Grundsatz.

45. Alle Radii eines Circuls sind einander gleich (§. 14)

Der 4. Grundsatz.

46. Wenn zween Bogen einerley Verhältniß gegen ihre Peripherien haben, so haben sie eine gleiche Anzahl Grade (§. 71 Arithm. & §. 15. Geom.). Z. E. der fünfte Theil eines großen Circuls hat so viel (Wolfs Mathes. Tom. 1.) 3 Gra-

Grade, als der fünfte Theil eines kleinen.

Der 5. Grundsatz.

Tab. IV. 47. Alle Bogen DE und BC, welche
Fig. 30. aus der Spitze eines Winkels A, innerhalb seinen Schenkeln, AB und AC, beschrieben werden, haben einerley Verhältnisse gegen ihre Peripherien, das ist, sie sind gleich große Stücke von ihren Peripherien, 3. L. beyde $\frac{1}{5}$ oder $\frac{1}{6}$ u. s. w.

Der 1. Zusatz.

48. Diewegen haben sie eine gleiche Zahl Grade (§. 46).

Der 2. Zusatz.

Tab. IV. 49. Weil man die Grösse des Winkels
Fig. 30. A nach der Zahl der Grade eines solchen Bogens DE oder BC erachtet (§. 17); so gilt es gleich viel, ob der Bogen DE mit einem großen oder kleinen radio beschrieben wird, wenn man den Winkel messen will.

Der 6. Grundsatz.

50. Figuren, die einander decken, sind einander gleich: und die gleich und ähnlich sind, decken einander (§. 5).

Anmerkung.

51. Es ist wohl zu merken, daß von gleichen Figuren erfordert wird, sie sollen alle beyde einander decken; denn, wenn gleich die obere die untere deckt,
so

so sie auf dieselbe gelegt wird, würde doch die untere die obere nicht decken, wenn sie auf dieselbe gelegt würde, wo sie nicht einander gleich wären.

Der 7. Grundsatz.

52. Wenn zwei Figuren oder Linien auf einerley Art erzeugt oder beschrieben werden, und dasjenige, woraus sie erzeugt oder beschrieben werden, beyderseits einander ähnlich ist; so sind die Figuren und Linien einander ähnlich (§. 5).

Zusatz.

53. Da nun alle Punkte (§. 2, 5) und gerade Linien einander ähnlich sind (§. 8), und ein Circul erzeugt wird, wenn eine gerade Linie sich um einen Punkt herum bewegt (§. 12); so müssen alle Circul und ihre Peripherien einander ähnlich seyn.

Der 8. Grundsatz.

54. Wenn zween Winkel einerley Maaß haben, so sind sie einander gleich: und wenn sie gleich sind, haben sie einerley Maaß (§. 17).

Der 9. Grundsatz.

55. Auf jeder Linie AB kan man aus Tab. IV. einem angenommenen Punkte C einen Fig. 31. halben Circul beschreiben (§. 12).

Zusatz.

56. Wenn man aus dem Mittelpunkte C eine Perpendicularlinie aufrichtet, so sind

die beyden Winkel α und β einander gleich (§. 19). Derowegen hat ein rechter Winkel zu seinem Maaß einen Quadranten, das ist, 90° (§. 16): und sind demnach alle rechte Winkel einander gleich (§. 54). Ja ein Winkel, der einem rechten gleich, ist ein rechter Winkel (§. 54).

Der 1. Lehrsatz.

Tab. IV.
Fig. 32.

57. Die beyden Winkel α und β , welche eine Linie DC auf einer andern Linie AB macht, sind zusammen zween rechten Winkeln gleich.

Beweis.

Aus C kan auf der Linie AB ein halber Circul AFE beschrieben werden (§. 55). Derowegen haben die Winkel α und β zu ihrem Maaße $AF + FE$ einen halben Circul (§. 17): folglich sind sie zusammen zween rechten Winkeln gleich (§. 56).
W. Z. E.

Der 1. Zusatz.

58. Wenn also einer von ihnen ein rechter Winkel ist, so muß der andere auch ein rechter Winkel seyn: und wenn beyde einander gleich sind, so muß jeder ein rechter Winkel seyn.

Der 2. Zusatz.

59. Demnach machen diese beyden Winkel, ingleichen mehrere zusammen, 180° (§. 56).

Der

Der 3. Zusatz.

60. Wenn man also auf dem Felde zu einem Winkel nicht kommen kan, den man messen soll, oder, wenn man mit einem Quadranten einen stumpfen Winkel ACD zu messen hat; so darf man nur den Nebenwinkel (angulum contiguum) DCB messen.

Der 2. Lehrsatz.

61. Wenn eine Linie AB die andere Tab. IV. CD in E schneidet, so sind die Vertical- Fig. 33. Winkel o und x einander gleich.

Beweis.

Denn $o + u = 180^\circ$, und $u + x = 180^\circ$ (§. 59). Also ist $o + u = u + x$ (§. 29 Arithm.): folglich $o = x$ (§. 32 Arithm.).
W. 3. E.

Zusatz.

62. Daher kan man auf dem Felde oder wo man sonst Winkel zu messen hat, an statt des Winkels x seinen Vertical-Winkel o messen, wenn man jenem nicht bekommen kan.

Der 3. Lehrsatz.

63. Alle Winkel, die um einen Punct Tab. IV. C herum sind, machen zusammen vier Fig. 34. rechte Winkel, oder 360° .

Beweis.

Ihr Maas ist ein ganzer Circul (§. 12, 17). Also halten sie zusammen vier rechte Winkel
3 3

ckel in sich (§. 56), oder 360° (§. 15).
W. 3. E.

Die 1. Aufgabe.

64. Einen vorgegebenen Winkel zu messen.

Auflösung.

Tab. IV. Auf dem Papiere:

Fig. 35.

1. Leget das Centrum des Transporteurs auf die Spitze des Winkels A, und rückt das Instrument, bis die innere Schärfe des Lineals an die Linie AB streicht.
2. Zehlet die Grade an dem Bogen DE, die zwischen die Schenkel des Winkels AC und AB fallen.

Tab. VII. Auf dem Felde:

Fig. *

1. Richtet den Winkelmesser dergestalt, daß der Diameter AB auf den einen Schenkel des Winkels fällt.
 2. Verschiebet das an dem Mittelpuncte D bewegliche Lineal EF, und zielet durch die Dioptern auf demselben, bis ihr das äußerste des andern Schenkels erblicket.
 3. Zehlet die Grade AF, so das Lineal auf dem Instrumente abschneidet.
- So wisset ihr in beyden Fällen die Grösse des Winkels (§. 17).

Die 2. Aufgabe.

65. Eine gerade Linie zu messen.

Auflösung.

Tab. IV.
Fig. 36.

Vor allen Dingen bereitet man sich einen
Maß.

Maafstab. Auf dem Papiere nehmet eine Linie, schneidet davon 10 kleine Theile für die Schuhe ab, und traget sie zusammen so viel mal in den übrigen Theil der Linie, als angehen will, für die Ruthen. So habt ihr einen Maafstab (§. 10). Auf dem Felde braucht man entweder eine Kette, oder eine Schnur, oder eine Stange, die in ihre gehörige Zolle, Schuhe und Ruthen eingetheilet worden. Doch ist zu mercken, daß man nur die letzte Ruthe in Schuhe, und den letzten Schuh in Zolle eintheilen darf.

Wenn ihr nun auf dem Papiere eine Linie messen wollet, so

Tab. IV.
Fig. 37.

1. Setzet den Zirkel in A und thut ihn auf bis in B.
2. Den einen Fuß dieses unverrückten Zirkels setzet auf dem Maafstabe in den Anfang einer Ruthe als in B, und gebet acht, welchen Schuh der andere Fuß absticht, z. E. 5. So ist die Linie 1°5'.

Tab. IV.
Fig. 36.

Auf dem Felde:

1. Stecket an beyden Enden der Linie einen Stab, und (wenn eure Meßkette nicht so lang ist), zwischen dieselben noch einen oder mehrere andere (§. 9).
2. Spannet die Schnur oder Kette von einem Stabe bis zu dem andern aus.
3. Zehlet endlich daran die Ruthen, Schuhe und Zolle.

Die 1. Anmerkung.

66. Ihr könnet auch an die beyden Enden der Meßkette 2 Rincken machen, durch dieselben zweem Stäbe stecken, und diese jederzeit mit dem Stabe an dem Ende der Linie, die ihr messet, in eine Linie stellen (§. 9).

Die 2. Anmerkung.

67. Die Meßketten sind etwas beschwerlich zu tragen, und lassen sich nicht wohl ausziehen. Wenn man die Linie mit einer Stange überschlägt, so muß man so viel Stangendicken zu der gefundenen Länge addiren, als die Stange überschlagen worden, oder sie um eine Stangendicke kürzer machen, als das Maas erfordert. Die hängenen Meßschnüre kriechen vom Feuchten ein, und dehnen sich ungleich aus. Es mercket Schweuter an (Geom. pract. lib. I. Tract. 2. p. 381), daß ihm eine dergleichen Schnure von 16 Schuhen innerhalb einer Stunde vom Reife fast um einen ganzen Schuh eingegangen sey. Diesem Fehler nun abzuheffen, soll man sie wieder sinnes winden, im Oele sieden, nachdem sie getrocknet, durch ein zerlassenes Wachs ziehen, und mit hartem Wachs durch und durch bestreichen lassen. Es versichert Schweuter p. 381., wenn man sie auch einen ganzen Tag im Wasser liegen lässe, sie doch nicht merklich kürzer werden.

Die 3. Anmerkung.

68. Man hat auf dem Papiere noch ein künstliches Instrument, die Linien zu messen, welches man einen verjüngten Maasstab nennet. Das von sich erst unten wird reden lassen.

Die 3. Aufgabe

69. Einen Winkel zu machen, der so groß ist, wie ein anderer gegebener Winkel.

Auf,

Auflösung.

Der erste Fall. Wenn der Winkel in Tab. V.
Graden gegeben wird, so Fig. 38.

1. Zieheth eine gerade Linie AC.
2. Leget auf A das Centrum des Transporteurs, und auf die Linie AC seinen Radius.
3. Zehlet an demselben so viel Grade ab, als der Winkel haben soll.
4. Bey dem letzten Grade mercket auch den Punct B.
5. Zieheth endlich von A bis B eine gerade Linie.

So ist BAC der verlangte Winkel.

Der andere Fall. Wenn der Winkel Tab. V.
DEF nur auf dem Papiere gegeben wird, so Fig. 39.

1. Beschreibet aus E, mit beliebiger Eröffnung des Zirkels einen Bogen GH.
2. Zieheth eine gerade Linie ef.
3. Beschreibet mit voriger Eröffnung des Zirkels aus e den Bogen hi.
4. Setzet den Zirkel in H, und thut ihn auf bis in G.
5. Mit dieser Eröffnung schneidet aus h von dem Bogen hi den Bogen hg ab.
6. Zieheth aus e durch g eine Linie.

So ist geschehen, was man verlangte.

Der dritte Fall. Auf das Feld kan man einen in Graden gegebenen Winkel durch den Winkelmesser tragen, wie aus der ersten Aufgabe (§. 64^a) abzunehmen ist.

Beweis.

Im ersten und dritten Falle ist kein Beweis nöthig. Im andern Falle ist der Bogen $gh = GH$ (§. 122), und also der Winkel $gef = DEF$ (§. 17, 54). W. Z. E.

Der 4. Lehrsatz.

Tab. V.
Fig. 40.

70. Wenn in zween Triangeln ABC und abc der Winkel $A = a$, $AC = ac$ und $AB = ab$; so sind die ganzen Triangel einander gleich, und $BC = bc$, $B = b$, $C = c$

Beweis.

Man gedенke, als wurde der Triangel acb dergestalt auf den andern ACB gelegt, daß der Punct a auf A und die Linie ab auf die Linie AB fällt. Weil nun $ab = AB$, so fällt der Punct b auf B (§. 41): weil $a = A$, so fällt die Linie ac auf AC , und, da $ac = AC$, der Punct c auf C (§. 41); folglich die Linie bc auf BC (§. 42). Derowegen sind die Triangel ACB und acb einander gleich (§. 50), und $BC = bc$ &c. (§. 41). W. Z. E.

Der 5. Lehrsatz.

Tab. V.
Fig. 40.

71. Wenn in zween Triangeln ACB und acb der Winkel $A = a$ und $B = b$, über dieses die Seite $AB = ab$; so sind die ganzen Triangel einander gleich, und $AC = ac$, $BC = bc$, $C = c$.

W. Z.

Beweis.

Man gedencke, es werde der Triangel ABC auf den andern abc dergestalt gelegt, daß der Punct A auf a, und die Seite AB auf die Seite ab fällt; so fällt der Punct B auf b, die Linie AC auf ac, und BC auf bc (§ 41). Da nun die Linien AC und BC im Puncte C, und die Linien ac und bc im Puncte c zusammen stoßen; so muß auch der Punct C auf den Punct c fallen. Derwegen sind die Triangel einander gleich (§. 50), und $AC=ac$ &c. (§. 41). W. Z. E.

Der 6. Lehrsatz.

72. Wenn in zween Triangeln ACB und Tab. V. acb, $AC=ac$, $AB=ab$ und $BC=bc$; so Fig. 41. sind die Triangel einander gleich, und $A=a$, $B=b$, $C=c$.

Beweis.

Man beschreibe aus A mit AB den Bogen y, und aus C mit CB den Bogen x. Hierauf gedencke man, es werde der Triangel acb auf den Triangel ACB dergestalt gelegt, daß der Punct a auf A, und c auf C fällt (§. 41): so wird die Linie $ab=AB$ in den Bogen y, und $cb=CB$ in den Bogen x fallen (§. 12), folglich der Punct b in B, wo die Bogen einander durchschneiden. Daher sind die Triangel (§. 50), und die Winkel (§. 41) einander gleich. W. Z. E.

Zusatz.

Zusatz.

73. Also kan aus drey gegebenen Linien nicht mehr, als ninerley Triangel gemacht werden.

Die 4. Aufgabe.

Tab. V.
Fig. 42.

74. Auf einer gegebenen Linie AB einen gleichseitigen Triangel aufzurichten.

Auflösung.

1. Setzet den Zirkel in A, thut ihn auf bis in B, und beschreibet damit über der Linie einen Bogen.
2. Setzet hierauf den Zirkel in B, und beschreibet mit unveränderter Eröffnung einen andern Bogen, der den erstern in C durchschneidet.
3. Zieheth von A und B in C die Linien AC und BC: so ist geschehen, was man verlangte.

Beweis.

Es ist $BC=BA$, und $AC=BA$ (§. 45), folglich $AC=BC$ (§. 29 *Arithm.*). Dero wegen ist der Triangel A C B gleichseitig. (§. 2). W. Z. E.

Die 5. Aufgabe.

Tab. V.
Fig. 43.

75. Aus zwey gegebenen Linien AB und BC einen gleichschenkelichten Triangel zu machen.

Auflösung.

1. Setzet an das eine Ende A der einen Linie AB,

- AB, welche die Grundlinie des Triangels geben soll, den Zirkel, und beschreibet mit der Eröffnung, nach der Länge der andern gegebenen Linie, einen Bogen x.
2. Mit eben dieser Eröffnung beschreibet aus B einen andern Bogen y, der den erstern in C durchschneidet.
 3. Zieheth aus C in A und B gerade Linien. So ist der begehrte Triangel fertig.

Beweis.

Die Linien AC und CB hat man einander gleich gemacht. Also ist ACB ein gleichschencklicher Triangel (§. 21). W. Z. E.

Die 6. Aufgabe.

76. Aus drey gegebenen Linien einen Triangel zu machen, deren zwey zusammen jedesmal grösser sind, als die dritte. Tab. V. Fig. 44.

Auflösung.

1. Nehmet die eine von den gegebenen Linien AB zur Grundlinie des Triangels an.
2. Aus A beschreibet, mit der Eröffnung des Zirkels, nach der Länge der andern Linie AC, einen Bogen x über denselben, und
3. Aus B mit der Eröffnung nach der dritten Linie BC einen andern Bogen y; der den erstern in C durchschneidet.
4. Zieheth die Linien AC und CB; so ist der Triangel fertig (§. 73).

Die 1. Anmerkung.

77. Wenn die zwey Bogen einander nicht erreichen,

chen, so sind die beyden Linien AC und CB zusammen nicht grösser, als die dritte AB, und kan aus den gegebenen drey Linien kein Triangel gemacht werden (§ 44).

Die 2. Anmerkung.

78. Die Zeichnung der Figuren ist von großem Nutzen. Sie dienet, die Felder in den Grund zu legen, ohne welches man sie nicht ausrechnen kan. Ja, nachdem ich die Gründe der Ähnlichkeit in die Geometrie gebracht; so dienet sie zugleich zum Beweise der Ähnlichkeit der Figuren, wie aus dem folgenden zu ersehen ist. Man kan auch aus denselben ersehen, was auf dem Felde oder sonst in großem zu messen nöthig ist, wenn man es in Grund legen, das ist, auf das Papier ins kleine bringen will. Derowegen lassen wir uns nicht verdriessen, mehrere Aufgaben von den Dreyecken hieher zu setzen.

Die 7. Aufgabe.

Tab. V. 79. Aus zwey gegebenen Linien AB und
Fig. 45. AC und einem Winkel A, einen Triangel zu machen.

Auflösung.

1. Nehmet die eine Linie AB zur Grundlinie an, und
2. Macht in A einen Winkel, der dem gegebenen gleich ist (§. 69).
3. Auf die Linie AD traget die andere gegebene Linie AC, und
4. Ziehet von C bis B eine gerade Linie; so ist der Triangel fertig (§. 70).

Anmerkung.

80. In der Ausübung ist niemals nöthig, die unnützen Linien, als hier AD ist, auszuziehen; sondern,

dern, nachdem daß Lineal angelegt ist, kan man gleich den Punct C abstechen.

Die 8. Aufgabe.

81. Aus zween gegebenen Winkeln Tab. V. und einer Linie AB einen Triangel zu Fig. 46. machen.

Auflösung.

1. Auf dem einen Ende A der gegebenen Linie AB, richtet einen Winkel auf, der einem von den gegebenen gleich ist, und
2. Auf dem andern Ende B einen andern, den dem andern von den gegebenen gleich ist (§. 69). So werden sich die Schenkel dieser Winkel in C durchschneiden, und den verlangten Triangel ABC auf der Linie AB formiren (§. 71).

Die 9. Aufgabe.

82. Die Weite zweener Orter A und B zu messen, zu deren jedem man, aus einem in C angenommenen Stande, kommen kan. Tab. V. Fig. 47.

Auflösung.

1. Stecket in C einen Stab nach Belieben ein.
2. Messet die Linie AC (§. 65), und traget sie zurücke in a, dergestalt, daß in a ein Stab mit dem Stabe C und dem Orte A in eine gerade Linie gesehet wird (§. 9).
3. Auf gleiche Weise messet die Linie BC, traget sie zurücke in b, und stecket in b, wie

wie vorhin, einen Stab mit C und B in einer geraden Linie ein.

4. Endlich messet die Linie ab; so habt ihr die verlangte Weite.

Beweis.

Denn die Winkel x und y sind einander gleich (§. 61). Da nun auch $AC = aC$, und $BC = bC$: so ist $ab = AB$ (§. 70).
W. Z. E.

Anmerkung.

83. Wenn man nicht Raum hat, die ganzen Linien AC und BC zurück zu tragen, so trägt man nur ihre Helften oder den dritten, oder auch den vierdten Theil derselben zurück. Alsdenn ist $ab = \frac{1}{2}AB$, oder $\frac{1}{3}AB$, oder $\frac{1}{4}AB$, wie unten wird erwiesen werden (§. 188).

Die 10. Aufgabe.

Tab. VI.
Fig. 48.

84. Mit einer bloßen Schnur oder Brette einen Winkel auf dem Felde von einem Orte auf den andern zu tragen.

Auflösung.

Man soll den Winkel A in C tragen.

1. Messet in den beyden Schenkeln AB und AC des gegebenen Winkels A, zwe Linien von beliebiger Größe AF und AD ab, und zugleich die Querlinie FD, so daher entsteht.
2. Traget aus C in d die gefundene Linie AD, und spannet an den beyden Stäben C und

C und d eine Schnure dergestalt aus,
daß $Cf = AF$ und $df = DF$.

3. Stecket in f einen Stab, so ist der
Winkel $dCf = FAD$.

Beweis.

Es ist $AF = Cf$, $AD = Cd$, und $DF = df$.
Derowegen ist auch der Winkel C dem
Winkel A gleich (§. 72).

Die 11. Aufgabe.

85. Die Weite zweener Orter zu messen. Tab. VI
sen, zu deren einem B man nur kommen Fig. 49.
kan.

Auflösung.

1. Stecket nach Gefallen einen Stab in E,
und traget die Linie BE dergestalt zurücke,
daß der Stab C mit E und B in eine Li-
nie kommt (§. 9).
2. Machet (§. 84) einen Winkel in C, der
so groß ist, wie der Winkel B.
3. Endlich gehet mit dem Stabe D so weit
zurücke, bis er mit C und F, ingleichen
mit E und A, in einer Linie stehet.
So ist die Linie CD der Linie AB gleich.

Beweis.

Ihr habt den Winkel C so groß wie B,
und die Linie CE so groß wie EB gemacht.
Nun sind über dieses die Verticalwinkel
bey E einander gleich (§. 61). Derowegen
ist auch $CD = AB$ (§. 71). W. J. E. W.
(Wolfs Mathef. Tom. I.) R Die

Die 1. Anmerkung.

86. Es gilt auch hier, was bey der 9. Aufgabe ist, erinnert worden (§. 82).

Die 2. Anmerkung.

87. Wenn man die Breite eines Flusses messen wolte, und könnte die Linie BE an dem Ufer nicht zurücke tragen; so stecket man den Stab B so weit weg vom Ufer, als einem beliebt. Alsdenn wird die Linie CD um so viel länger, als der Fluß breit ist, um wie viel der Stab B von dem Ufer weggerückt worden.

Tab. VII.
Fig. 50.

Die 12. Aufgabe.

88. Die vorige Aufgabe noch auf eine andere Art aufzulösen.

Auflösung.

1. Stecket in C einen Stab mit den Endern A und B, deren Weite man messen will, in eine Linie.
2. Traget CD und DB durch den willkürlich angenommenen Punct D zurücke in E und F, so ist der Winkel E so groß, wie C, und $EF = BC$ (§. 82).
3. Gehet zurücke in G, bis ihr den Stab G mit dem Stabe D und dem Orte A, in gleichen den Stäben F und E in einer Linie sehet (§. 9): so ist $EG = AC$ (§. 85); folglich $FG = AB$ (§. 22 *Arithm.*).

Die 13. Aufgabe.

Tab. VII. 89. Die Weite zweener Orter AB zu
Fig. 51. messen, zu deren keinem man kommen kan.

Auf-

Auflösung.

1. Stecket in C einen Stab, und
2. Suchet nach der 12 Aufgabe (§. 88) die Linien AC und CB; so
3. Könnet ihr nach der 9 Aufgabe (§. 82) die verlangte Breite AB finden.

Anmerkung.

90. Diese Aufgabe ist mit bloßen Stäben und der Meßkette sehr weitläufig aufzulösen: sie kan aber auf andere Art, wie hernach folget, viel leichter aufgelöset werden.

Die 14. Aufgabe.

91. Durch einen gegebenen Punct C Tab. IIX. mit einer gegebenen Linie AB eine Paral- Fig. 52.
lellinie auf dem Papiere zu ziehen.

Auflösung

1. Leget an die Linie AB das Lineal.
2. Setzet den Zirkel in C ein und thut ihn bis an das Lineal auf.
3. Ziehet mit dem Zirkel, der an das Papier etwas schräge gelegt wird, an dem Lineale herunter, so wird der andre Fuß durch den Punct C die begehrte Parallellinie beschreiben (§. 25).

Anders.

Man kan es auch durch ein Parallellineal Tab. IIX. verrichten: welches Instrument aus zwey Fig. 53.
Linealen AB und CD bestehet, die durch zwey gleich lange Querbänder EF und GH dergestalt zusammen verknüpft sind, daß sie
K 2 sich

sich nach Gefallen von einander verschieben lassen. Wenn ihr nun dergleichen Instrument habt, so

- Tab. IIX. 1. Leget die Schärfe des einen Lineals an
Fig. 54. die gegebene Linie AB an, und
2. Schiebet das andere Lineal bis an den
Punct C fort, so
3. Könnet ihr dadurch die verlangte Linie
ziehen.

Die 1. Anmerkung.

- Tab. IIX. 92. Wenn man in der ersten Auflösung den Zirkel
Fig. 55. nicht bis an den Punct E aufthun kan, so ziehet mit
AB in beliebiger Weite die Parallellinie CD, und mit
dieser die Parallellinie LM durch den gegebenen Punct
E: so wird LM auch mit AB parallel seyn. Denn
 $EF = IH$, und $FG = IK$ (§. 25). Derowegen EF
 $\mp FG = HI \mp IK$, das ist $EG = HK$ (§. 31
Arithm.); folglich ist LM mit AB parallel (§. 25).

Die 2. Anmerkung.

- Tab. IIX. 93. Ebendieses gilt in der andern Auflösung: wie
Fig. 56. wol man hier an das Parallellineal doppelte Bänder
machen kan, damit man es noch einmal so weit, als
mit einfachen, aufthun kan. Weil die Parallellineale
leicht wandelbar werden; so ist dienlich, daß die
Bänder aus doppelten Blechen verfertigt, federhart
geschlagen und in der Mitten zusammen vernietet,
endlich an beyden Enden mit Knöpfen, in der Ge-
stalt abgefürhrer Regel, angeheftet werden.

Die 15. Aufgabe.

- Tab. IIX. 94. Von einem gegebenen Puncte C
Fig. 57. auf eine Linie AB einen Perpendicular zu
fällen.

Auf:

Auflösung.

1. Setzet den Zirkel in C, und durchschneidet mit gefälliger Eröffnung in zween Puncten D und E die Linie AB.
2. Aus D und E machet mit beliebiger Eröffnung des Zirkels einen Durchschnitt in F.
3. Durch C und F ziehet die Linie CG. Diese stehet auf AB perpendicular.

Beweis.

Denn, weil $DC = CE$, $DF = FE$ und $CF = CF$; so sind auch die Winkel DCG und GCE (§. 72), folglich, da $DC = CE$, und $CG = CG$, die Nebenwinkel bey G einander gleich (§. 70). Derowegen stehet die Linie CG auf AB perpendicular (§. 19). W. Z. E. W.

Die 16. Aufgabe.

95. Aus einem gegebenen Puncte C Tab. IIX. auf einer gegebenen Linie AB einen Per- Fig. 58.
pendicul aufzurichten.

Auflösung.

1. Setzet den Zirkel in C ein, und
2. Durchschneidet die Linie AB mit beliebiger Eröffnung in D und E.
3. Aus D und E machet mit einerley Eröffnung des Zirkels einen Durchschnitt in F.
4. Ziehet durch C und F die Linie GC; so st. sie auf AB perpendicular.

Beweis.

Weil $DC = CE$, $DF = FE$, und $CF =$
 $\text{K } 3 \qquad \qquad \qquad CF;$

CF; so sind die Winkel bey C einander gleich (§. 72). Demnach stehet die Linie GC auf AB perpendicular (§. 19). W. Z. E. W.

Anders.

Tab. IIX. Lasset euch einen Winkelhaken verferti-
Fig. 59. gen, das ist, ein Instrument, welches aus zween rechtwinklicht zusammen gesetzten Linealen bestehet.

1. Den einen Theil dieses Instruments legget an die gegebene Linie AB dergestalt, daß die Spitze seines Winkels den gegebenen Punct C berührt.
2. Ziehet nach dem andern Theile des Instruments eine gerade Linie CD aus dem gegebenen Puncte C. Diese stehet auf AB perpendicular.

Beweis.

Denn der Winkelhaken ist recht wincklicht: derowegen müssen auch die beyden Linien CB und CD, welche nach ihm gezogen sind, einen rechten Winkel machen. Und also stehet CD auf CB perpendicular (§. 20). W. Z. E. W.

Der 7. Lehrsatz.

Tab. IIX. 96. Wenn in zween rechtwinklichten
Fig. 60. Triangeln ABC und abc, $AB = ab$, und $BC = bc$: oder auch in zween spitzwinklichten, oder stumpfwinklichten über dieses der Winkel $A = a$; so sind die ganzen Trian-

Triangel einander gleich, und $AC = ac$,
 $B = b$, und $C = c$.

Beweis.

Man beschreibe durch C in der Weite BC einen Bogen FG, und lege in Gedanken den Triangel abc auf den andern ABC, dergestalt, daß der Punct a auf A, und ab auf AB fällt. Da nun $ab = AB$, und $a = A$, so fällt der Punct b in B, und ac auf AC (§. 41), folglich der Punct c in die Linie AC. Da nun ferner $bc = BC$; so muß der Punct c auch in den Bogen FG fallen (§. 12), folglich in C, wo der Bogen FG und die Linie AC einander durchschneiden; und demnach fällt bc auf BC (§. 42). Derowegen sind die ganzen Triangel einander gleich (§. 50), und $AC = ac$, $B = b$, und $C = c$ (§. 41).
 W. Z. E. W.

Der 8. Lehrsatz.

97. Wenn zwei Parallellinien AB und CD von einer dritten EF in G und H durchschnitten werden, so sind 1) die Wechsellwinkel x und y einander gleich, 2) der äußere Winkel o ist dem innern y gleich, und 3) die beyden innern Winkel u und y machen zusammen 180° . Tab. IX.
Fig. 61.

Beweis.

1. Zieheth die beyden Perpendicularlinien HI und GK, welche einander gleich sind
K 4 (§. 52).

(§. 52.). Es sind aber auch die Winkel I und K einander gleich (§. 20, 56). Derowegen ist $x=y$ (§. 96): welches das erste war.

2. Nun ist $x=0$ (§. 61). Demnach $y=0$ (§. 29 *Arithm.*): welches das andere war.

3. Es ist aber $u \mp 0 = 180^\circ$ (§. 59). Derowegen ist auch $u \mp y = 180^\circ$ (§. 31 *Arithm.*). W. 3. E. W.

Der 9. Lehrsatz.

Tab. IX.
Fig. 61.

98. Wenn zwei Linien AB und CD von einer dritten EF dergestalt in G und H durchschnitten werden, daß die Wechselfwinkel x und y , oder auch der äußere o und der innere y einander gleich sind, oder die beiden u und y zusammen 180° machen; so sind die Linien AB und CD parallel.

Beweis.

1. Lasset aus G einen Perpendicul GK auf die Linie CD fallen: machet $GI=HK$, und ziehet die Linie HI. Weil nun $x=y$, $GH=GH$; so ist $I=K$, und $HI=GK$ (§. 70), folglich I ein rechter Winkel (§. 56), und AB mit CD parallel (§. 25): welches das erste war.

2. Es sey $o=y$. Weil nun $o=x$ (§. 61); so ist $x=y$ (§. 29 *Arithm.*): folglich, vermöge dessen, was erst erwiesen worden, sind

sind die Linien AB und CD parallel: welches das andere war.

3. Es mache y mit u 180° . Weil o und u 180° machen (§. 59); so ist $u + y = u + o$ (§. 29 *Arithm.*): folglich $o = y$ (§. 32 *Arithm.*). Und also sind vermöge dessen, was jetzt ist erwiesen worden, die Linien AB und CD parallel: welches das dritte war.

Die 17. Aufgabe.

99. Auf dem Felde durch einen gegebenen Punct C mit einer Linie AB eine Parallellinie abzustecken. Tab. IX. Fig. 62.

Auflösung.

1. Stecket in C mit A und B in einer geraden Linie einen Stab (§. 9), ingleichen einen in den gegebenen Punct C.
2. Traget den Winkel CDB (§. 84, 88) in C: so wird sich die verlangte Parallellinie geben (§. 98).

Anmerkung.

100. Auf dem Papiere wäre diese Art zu weitläufig.

Der 10. Lehrsatz.

101. In jedem Triangel ABC machen alle drey Winkel zusammen 180° , und wenn man die eine Seite verlängert, so ist der äußere Winkel so groß, wie die beyden innern, die ihm gegen über stehen, zusammen. Tab. IX. Fig. 63.

Beweis.

Man ziehe durch die Spitze des Triangels C mit seiner Grundlinie AB eine Parallellinie DE; so ist $1 = I$, und $2 = II$ (§. 97). Nun ist $I + 3 + II = 180^\circ$ (§. 59): derowegen $1 + 3 + 2 = 180^\circ$: welches das erste war.

Tab. IX.
Fig. 64.

Wenn die Seite AB verlängert wird, so ist $3 + 4 = 180^\circ$ (§. 59). Nun ist aber jetzt erwiesen worden, daß $1 + 2 + 3 = 180^\circ$. Derowegen $3 + 4 = 1 + 2 + 3$ (d. 29 *Arithm.*): Folglich $4 = 1 + 2$ (§. 29. *Arithm.*): welches das andre war.

Der 1. Zusatz.

102. Derowegen kan in einem Triangel nicht mehr, als ein rechter Winkel seyn, und wenn dieses ist, machen die zween übrigen zusammen, auch noch einen rechten Winkel, das ist 90° aus (§. 56).

Der 2. Zusatz.

103. Vielweniger kan mehr als ein stumpfer Winkel in einem Triangel seyn (§. 20).

Der 3. Zusatz.

104. Wenn man in einem Triangeleinen Winkel von 180° abziehet, so bleibet die Summe der beyden übrigen übrig. Und wenn man die Summe zweener von 180° wegnimt, so bleibet der dritte übrig.

Der 4. Zusatz.

105. Wenn in zween Triangeln zween Win-

Winkel zween gleich sind, so muß auch der dritte in einem dem dritten in dem andern gleich seyn (§. 32 *Arithm.*).

Der 11. Lehrsatz.

106. Wenn eine Linie HI auf einer von Tab. IX. den Parallellinien AB perpendicular ste- Fig. 61. het, so stehet sie auch auf der andern CD perpendicular: und wenn zwei Linien BI und DH auf einer dritten HI perpendicular stehen; so sind sie parallel.

Beweis.

1. Man ziehe durch H die Linie FE, und lasse aus G den Perpendicul GK herunter fallen; so ist $I=K$ (§. 20, 56), $x=y$ (§. 97): folglich $IHG=HGK$ (§. 105). Nun machet HGK mit y einen rechten Winkel (§. 102): derowegen macht auch IHG mit y einen rechten Winkel (§. 31 *Arithm.*). Folglich stehet IH auf CD perpendicular (§. 20): welches das erstere war.

2. Man verlängere BI in A und DH in C; so können weder die Linien IA und HC, noch die Linien IB und HD zusammen stoßen (§. 102); folglich ist IB mit HD parallel (§. 25): welches das andere war.

Der 12. Lehrsatz.

107. In einem gleichschencklichten Tab. IX. Triangel ABC sind die Winkel an der Fig. 65. Grundlinie x und y einander gleich, und
die

die Perpendicularlinie CD theilet so wohl den Winkel C, als die Grundlinie AB und den Triangel in zween gleiche Theile.

Beweis.

Man ziehe CD auf AB perpendicular (§. 94); so ist $o = u$ (§. 19). Weil nun auch $AC = CB$ (§. 21); so ist $x = y$, $m = n$, und $\triangle ACD = \triangle CDB$ (§. 96). W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

108. Also sind in einem gleichseitigen Triangel alle 3 Winkel einander gleich, und folglich jeder 60° (§. 101).

Der 2. Zusatz.

109. Wenn man also einen Winkel in einem gleichschenkeligen Triangel hat, so kan man die übrigen finden, wenn man entweder den gegebenen Winkel, oder sein zweifaches von 180° abziehet. Denn im erstern Falle bleibt die Summe der beyden gleichen Winkel, in dem andern der dritte ungleiche übrig.

Der 13. Lehrsatz.

Tab. IX, Fig. 65. 110. Wenn die Winkel x und y an der Grundlinie AB eines Triangels ACB einander gleich sind; so sind auch die Seiten AC und CB einander gleich.

Beweis.

Man ziehe die Linie CD dergestalt, daß $m = n$. Weil nun $x = y$, so ist auch $o = u$ (§. 105),

(§. 105), und daher $AC = CB$ (§. 71).
W. Z. E. W.

Zusatz.

111. Wenn also alle drey Winkel einander gleich sind, und folglich ein jeder 60° hält (§. 101); so sind alle drey Seiten einander gleich.

Der 14. Lehrsatz.

112. Der Winkel an dem Mittelpuncte eines Circuls ist zwey mal so groß, wie der Winkel an der Peripherie, der mit ihm auf einem Bogen steht.

Beweis.

1. $o = x + u$ (§. 101). Weil aber $AC = BC$ Tab. IX. (§. 45); so ist $x = u$ (§. 107): folglich Fig. 66.
 $o = 2u$.

2. $x = 2y$, und $u = 2o$, wie erst n. 1. er- Tab. IX. wiesen worden. Derowegen ist $x + u = 2y$ Fig. 67.
 $+ 2o$ (§. 31 Arithm.).

3. $o + x = 2u + 2y$, und $o = 2u$, wie Tab. IX. n. 1. erwiesen worden. Derowegen ist Fig. 68.
 $x = 2y$ (§. 32 Arithm.). W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

113. Also hat der Winkel an der Peri- Tab. IX. pherie ABD zu seinem Maasse den halben Fig. 66. Bogen AD, darauf er steht. Denn der ganze Bogen AD ist das Maass des Winkels bey dem Mittelpuncte ACD (§. 17).

Der

Der 2. Zusatz.

Tab. IX. 114. Wenn zween oder mehrere Win-
Fig. 69. ckel ABC und ADC an der Peripherie eines
Circuls sich endigen, und auf einem Bogen
AC, oder auch auf gleichen Bogen stehen;
so sind sie einander gleich (§. 54).

Der 3. Zusatz.

Tab. IX. 115. Jeder Winkel in einem halben Cir-
Fig. 70. cul ist ein rechter Winkel: denn er steht
auf einem halben Circul, und also ist des
Theiles ACD sein Maaß der halbe Bogen
AD, und des Theiles DCB sein Maaß der
halbe Bogen DB (§. 113): folglich des
ganzen Winkels ACB sein Maaß ein Qua-
drant. Der Quadrant aber ist das Maaß
eines rechten Winkels (§. 56).

Der 4. Zusatz.

Tab. IX. 116. Wenn der Winkel innerhalb einem
Fig. 71. Circul auf einem kleineren Bogen DF, als
einem halben Circul, steht; so ist er klei-
ner, als ein rechter Winkel: denn der halbe
Bogen DF, der sein Maaß ist, ist kleiner als
ein Quadrant (§. 113). Stehet er aber auf
einem grösseren HK; so ist er auch grösser, als
ein rechter Winkel: denn der halbe Bogen
HG ist das Maaß des Winkels HBG, und
der halbe Bogen GK das Maaß des Win-
ckels GBK (§. 113), folglich der halbe Bo-
gen HGK das Maaß des Winkels HBK
grösser, als ein Quadrant. Und dannenhero
in

in dem erstern Falle spizig; in dem andern stumpf (§. 20).

Der 5. Zusatz.

117. Weil $o=x+y$ (§. 101) und o zu sei- Tab IX.
nem Maaße den halben Bogen LM, y aber Fig. *.
den halben Bogen NO hat (§. 113); so hat
der Winkel x zu seinem Maaße den Unter-
scheid der beyden halben Bogen LM und NO.

Die 18. Aufgabe.

118. Einen Winkelhaken zu probiren, Tab. IX.
ob er accurat sey, oder nicht. Fig. 72.

Auflösung.

1. Beschreibet nach Belieben einen halben Circul, und
2. Ziehet nach Gefallen, von beyden Enden des Diametri bis an die Peripherie, die Linie AC und BC.
3. Leget den Winkelhaken mit seinem Winkel an den Punct C. Wenn die Schenkel desselben die beyden Linien zugleich berühren; so ist er richtig.

Beweis.

Der Winkel ACB ist ein rechter Winkel (§. 115). Wenn also der Winkelhaken sich in denselben schicket; so ist er richtig (§. 41, 56, 95). W. Z. E. W.

Die 19. Aufgabe.

119. Auf das Ende einer Linie einen Perpendicul aufzurichten.

Auf:

Auflösung.

- Tab. IX. 1. Setzet den Zirkel in einen beliebigen
Fig. 73. Punct C und thut ihn auf bis A.
2. Mit dieser Weite bemercket, auf der Linie AB den Punct D.
3. Leget das Lineal auf D und C, und bemercket aus C mit unverrücktem Zirkel den Punct E.
4. Endlich ziehet durch E die Linie AF; so stehet sie auf AB perpendicular.

Beweis.

Weil $AC = CD = EC$, so läßt sich aus C durch E, A und D ein halber Circul beschreiben (§. 45, 55). Derowegen ist bey A ein rechter Winkel (§. 115), und stehet die Linie FA auf AB perpendicular (§. 20).
W. Z. E. W.

Anders.

Man kan es auch durch Hülfe des Winkelhackens, wie oben (§. 95), verrichten.

Die 20. Aufgabe.

- Tab. X. 120. Eine Linie AB in zween gleiche
Fig. 74. Theile zu theilen.

Auflösung.

1. Machet aus A und B, nach Belieben, Durchschnitte in C und D.
2. Ziehet die Puncte derselben mit einer geraden Linie DC zusammen; so theilet sie die Linie in zween gleiche Theile in E.

Be:

Beweis.

Weil $AC = CB$, $AD = DB$, und $CD = CD$; so ist $o = y$ (§. 72). Und daher ferner auch in den Triangeln ACE und ECB , $AE = EB$ (§. 70). **W. Z. E.**

Anmerkung.

121. Man kan es auch mechanisch, das ist, durch Tab. X. Versuchen verrichten. Setzet nemlich den Zirkel Fig. 75. in A ein, und thut ihn nach dem Augenmaasse so weit auf, als bey nahe die Helfte der Linie AB beträgt. Schneidet damit ein in C, und gleichfalls aus B in D: so werdet ihr ohne Mühe durch das AugenMaass den Punct E finden können, wodurch AB in zween gleiche Theile getheilet wird.

Der 15. Lehrsatz.

122. In einem Circul sind die Sehnen Tab. X. gleicher Bogen AB und DE einander Fig. 76. gleich: und wenn die Sehnen gleich sind, so sind auch die Bogen gleich.

Beweis.

Man ziehe aus dem Mittel-Puncte C die radios AC, CB, CE und CD. Dieselben sind alle einander gleich (§. 45). Weil nun ferner die Bogen AB und DE, als das Maass der Winkel o und x (§. 17) gleich sind; so müssen auch diese Winkel gleich seyn (§. 54). Derowegen ist auch die Sehne $AB = DE$ (§. 70). Welches das erstere war.

Wenn die Sehne $AB = DE$, so ist, weil $AC = CE$, und $BC = CD$ (§. 45), $o = x$ (Wolfs Mathef. Tom. I.) E (§. 72),

(§. 72), folglich sind die Bogen AB und DE, als das Maasß der Winkel α und χ (§. 17), einander gleich (§. 54). Welches das andere war.

Zusatz.

123. Wenn man also einen Circul in gleiche Theile theilet, und die Sehnen der Bogen ziehet, so hat die Figur lauter gleiche Seiten (§. 122); aber auch lauter gleiche Winkel (§. 114). Derowegen ist sie eine reguläre oder ordentliche Figur (§. 24).

Die 21. Aufgabe.

Tab. X.
Fig. 77.

124. Einen Circul-Bogen AB in zween gleiche Theile zu theilen.

Auflösung.

1. Machet aus A und B mit beliebter Eröffnung des Circuls zween Durchschnitte in C und D.
2. Ziehet durch die Puncte C und D eine Linie; so ist der Bogen AB in zween gleiche Theile in E getheilet.

Beweis.

Die Linie CD theilet die Linie AB in F in zween gleiche Theile, und macht bey F zween rechte Winkel (§. 120). Da nun $AF = FB$, $FE = FE$, und $\alpha = \chi$; so ist auch $AE = BE$ (§. 70): folglich sind die Bogen AE und EB einander gleich (§. 122). W. Z. E. W.

Der

Der 16. Lehrsatz.

125. Die Perpendicular-Linie DA, welche die Sehne EF in G in zween gleiche Theile theilet, gehet durch den Mittelpunct des Circuls C, und theilet auch den Bogen EDF in zween gleiche Theile. Und wenn aus dem Mittelpuncte des Circuls C ein Perpendicul CD auf die Sehne EF gezogen wird; so theilet es sowohl sie, als den Bogen EDF, in zween gleiche Theile. Tab. X.
Fig. 78.

Beweis.

1. Weil $EG = GF$, $AG = AG$, und bey G die rechten Winkel einander gleich sind (§. 56); so ist $EAD = DAF$ (§. 70), und also sind die Bogen ED und DF, als das doppelte Maaß dieser Winkel (§. 113), einander gleich (§. 54). Welches das erste war.

2. Es müssen ferner die Sehnen EA und AF (§. 70), und folglich die Bogen EA und AF (§. 122) einander gleich seyn. Demnach ist $AE + ED = AF + FD$ (§. 31 Arithm.); und dannenhero AD der Diameter des Circuls, folglich gehet sie durch den Mittelpunct (§. 14). Welches das andere war.

3. Wenn CG auf EF perpendicular stehet; so ist $o = x$ (§. 19), und sind beyde rechte Winkel (§. 20). Da nun $EC = CF$ (§. 45), und $CG = CG$; so ist $EG = GF$, und $ECD = DCF$ (§. 96): folglich sind die

Bogen ED und DF, als das Maaß derselben Winkel (§. 17), einander gleich (§. 54). Welches das dritte war.

Die 22. Aufgabe.

Tab. X. 126. Einen Winkel BAC in zween gleiche Theile zu theilen.
Fig. 79.

Auflösung.

1. Sethet den Zirkel in A, und bemercket mit beliebter Eröffnung die Puncte D und E.
2. Daraus machet einen Durchschnitt in F, und
3. Ziehet die Linie AF, diese theilet den Winkel A in zween gleiche Theile.

Beweis.

Weil $AF=AF$, $AD=AE$, und $DF=EF$; so ist $\angle DAF = \angle EAF$ (§. 72). W. Z. E. W.

Die 23. Aufgabe.

Tab. X. 127. Durch drey gegebene Puncte A, B, C, einen Circul zu beschreiben.
Fig. 80.

Auflösung.

1. Machet aus A und B mit beliebter Eröffnung die Durchschnitte D und E, und ziehet die Linie DE.
2. Gleichergestalt machet aus B und C die Durchschnitte F und G, und ziehet die Linie FG.

Wo die beyden Linien FG und DE einander durch-

durchschneiden, nemlich in H, daselbst ist der Mittel-Punct des Circuls.

Beweis.

Wenn man von A bis B, ingleichen von B bis C eine Linie ziehet; so sind selbige Sehnen zweener Bogen von dem verlangten Circul (§. 14). Nun stehen die beyden Linien DE und FG auf diesen Sehnen AB und BC perpendicular, und theilen sie in zween gleiche Theile (§. 120). Derowegen gehen beyde durch den Mittel-Punct des Circuls (§. 125). Und ist demnach derselbe in H, wo die beyden Linien einander durchschneiden. W. Z. E. W.

Die 24. Aufgabe.

128. Den Winkel in einem regulären Vieleck zu finden. Tab. X.
Fig. 22.

Auflösung.

1. Theilet 360 durch die Zahl der Seiten des Vielecks.
2. Was heraus kommt, ziehet von 180 ab; so bleibt die Zahl der Grade für den gegebenen Winkel übrig.
3. E. Im Sechseck dividiret 360 durch 6, und ziehet den Quotienten 60 von 180 ab; so kommt für ABC 120°.

Beweis.

Es sey ABC der verlangte Winkel. Man beschreibe durch die drey Puncte ABC einen Circul (§. 127). Weil $AB = BC$ (§. 24); so
E 3
sind

sind auch die Bogen AB und BC einander gleich (§. 122). Da nun AD der halbe Bogen ADC das Maaß des Winkels B ist (§. 113); so darf man nur den Bogen AB von dem halben Circul BAD abziehen, wenn man den Bogen AD, oder den Winkel B wissen will. W. Z. E. W.

Die 25. Aufgabe.

Tab. XI. 129. In einem jeden Vieleck die Summe aller Winkel zu finden.
Fig. 83.

Auflösung.

1. Multipliciret 180 durch die Zahl der Seiten.
2. Von dem Producte ziehet 360 ab, so bleibt die Summe der Winkel übrig.

	180		180
V. Eck	5	VI. Eck	6
	<hr/>		<hr/>
	900		1080
	360		360
	<hr/>		<hr/>
	540.		720.

Beweis.

Ein jedes Vieleck kan aus einem angenommenen Puncte F in so viel Triangel getheilet werden, als Seiten sind. Wen ihr 180 durch die Zahl der Seiten multipliciret, so kommen die Winkel in allen Triangeln heraus (§. 101). Die Winkel um den Punct F gehören nicht zu dem Vieleck, machen

chen aber jederzeit 360° (§. 63). Derowegen, wenn ihr 360 von dem oben gefundenen Producte abziehet; so bleibt die Summe der Polygon-Winkel übrig. W. J. E. W.

Anders.

Multipliret 180 durch die Zahl der Seiten um 2 verringert.

Beweis.

Jedes Vieleck kan aus einem Winkel B Tab. XII. durch die Diagonal-Linien BE, BD in so viel Triangel zertheilet werden, als die Figur Seiten hat, weniger 2wo. Die Winkel in einem Triangel halten 180° (§. 101), und also in allen zusammen so viel mal 180, als die Figur Seiten hat, weniger 2wo. W. J. E. W.

Zusatz.

130. Weil in einem regulären Vieleck alle Winkel einander gleich sind (§. 24); so darf man nur diese Summe durch die Zahl der Seiten dividiren, so kommt der Polygon-Winkel heraus.

Anmerkung.

131. Weil man den Winkel eines regulären Vielecks zu wissen nöthig hat, wenn man es beschreiben will, und hingegen die Summe aller Winkel in einem regulären, wenn man wissen will, ob man sie auf dem Felde recht gemessen hat; so habe ich es nicht vor undienlich erachtet, wenn ich beyde im gegenwärtigen Täflein hieher setze.

§ 4

Zahl

Zahl der Seiten.	Summe der Winkel.	Winkel im regul. lären.	Zahl der Seiten.	Summe der Winkel.	Winkel im regul. lären.
III	180	60	XI	1620	$147\frac{2}{11}$
IV	360	90	XII	1800	150
V	540	108	XIII	1980	$152\frac{4}{13}$
VI	720	120	XIV	2160	$154\frac{2}{7}$
VII	900	$128\frac{4}{7}$	XV	2340	156
VIII	1080	135	XVI	2520	$157\frac{1}{2}$
IX	1260	140	XVII	2700	$158\frac{14}{17}$
X	1440	144	XVIII	2880	160.

Die 26. Aufgabe.

Tab. XI. 132. Auf eine gegebene Linie AB ein
Fig. 84. bekehrtes reguläres Vieleck zu beschreiben.

Auflösung.

1. Suchet den Winkel des verlangten Vielecks (§. 130), und
2. Traget ihn in A (§. 69).
3. Macher $AC = AB$, und
4. Beschreibet durch die drey Punkte C, A, B einen Circul (§. 127): so könnet ihr
5. Die übrigen Seiten darinnen herum tragen (§. 123).

Anders.

- Tab. X. 1. Traget in A und B die halben Polygon-
Fig. 81. Winkel; so werden sich die Seiten des gleichschenkelichten Triangels ABC in dem Mittelpuncte des Circuls C durchschneiden.

2. Be-

2. Beschreibet aus C mit CA den Circul und traget die Seite AB darinnen herum.

Die 27. Aufgabe.

133. In einem gegebenen Circul ein reguläres Vieleck zu beschreiben.

Auflösung.

1. Dividiret 360 durch die Zahl der Seiten, Tab. XI. so habt ihr die Grösse des Winkels ACB (Fig. 85. (§. 17, 123)).
2. Diesen traget an den Mittel-Punct des Circuls C (§. 69); so giebt sich die Seite des Vielecks AB, die ihr
3. In dem Circul herum tragen könnet.

Anmerkung.

134. Beyde Manieren sind zwar nur mechanisch, weil man (§. 69) den Transporteur dazu brauchet. Unterdessen halten sie doch zugleich eine Probe in sich, daß man siehet, ob es recht gemacht ist, oder nicht. Euclides hat zwar für das Fünfeck, Sechseck und Fünfzehneck, folglich für das Zehn-, Zwölz-, Dreißigeck u. s. w. geometrische Manieren; allein der Beweis kan für das Fünfeck aus bisher erklärten Gründen nicht hergeleitet werden. Derowegen wollen wir dieses bis in die Algebra versparen, und hier nur noch etwas von dem Sechseck gedencken. Einige haben sich bemühet, auch für das Sieben-, Neun-, Eilseck u. s. w. geometrische Manieren zu geben: allein sie halten nicht den Stich. Carolus Renaldinus giebt eine allgemeine Regel vor alle Vielecke an: es hat aber ihre Unrichtigkeit der Herr Wagner, Mathematicum Professor in Helmstädt, in einer vor etlichen Jahren gehaltenen Disputation

tion zur Genüge erwiesen. Und ich zeige solches in der Algebra.

Der 17. Lehrsatz.

Tab. XI. 135. Die Seite des Sechsecks AB ist
Fig. 86. dem Radio des Circuls AC gleich.

Beweis.

Der Winkel ACB ist 60° (§. 17, 123). Dannenhero sind die übrigen beyden A und B 120° (§. 104). Nun, weil $AC = BC$ (§. 45), so ist auch $A = B$ (§. 107), folglich ist jeder von beyden 60° , und also dem Winkel C gleich. Derowegen ist auch $AB = AC$ (§. 111). W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

136. Also darf man nur den Radius sechs mal in dem Circul herum tragen, wenn man in demselben ein Sechseck beschreiben soll.

Der 2. Zusatz.

Tab. XI. 137. Und wenn man auf eine gegebene
Fig. 87. Linie ein Sechseck machen soll, so darf man nur einen gleichseitigen Triangel auf dieselbe setzen (§. 74); so ist die Spitze C der Mittelpunkt des Circuls, darein es kommen soll.

Die 28. Aufgabe.

Tab. XI. 138. Auf eine gegebene Linie AB ein
Fig. 88. Quadrat zu machen.

Auf

Auflösung

1. Richtet in A einen Perpendicul AC auf (§. 119, 95), und machet ihn so groß, wie AB.
2. Aus C und B machet mit A einen Durchschnitt in D, und
3. Ziehet die Linien CD und BD.

Die 29. Aufgabe.

139. Aus zwei gegebenen Linien AB Tab. XI. und BC ein Rectangulum zu machen. Fig. 89.

Auflösung.

1. Setzt BC auf AB perpendicular (§. 119).
2. Ziehet aus A mit BC einen Bogen, und aus C mit AB einen andern, der den ersten in D durchschneidet.
3. Endlich ziehet die Linien CD und DA.

Die 30. Aufgabe.

140. Aus einer gegebenen Linie AB und Tab. XI. einem schiefen Winkel A einen Rhombum Fig. 90. zu machen.

Auflösung.

1. Setzt auf die Linie AB den gegebenen Winkel A (§. 69), und machet $AC = AB$.
2. Aus C und B machet mit A einen Durchschnitt in D.
3. Ziehet die Linien CD und DB.

Die 31. Aufgabe.

141. Aus zwei gegebenen Linien AB Tab. XI. und AC, nebst einem schiefen Winkel A, Fig. 91. einen Rhomboidem zu machen.

Auf:

Auflösung.

1. Richtet in A an dem Ende der einen gegebenen Linie AB den gegebenen Winkel auf (§. 69), und machet AC der andern gegebenen Linie gleich.
2. Ziehet aus B mit AC einen Bogen, und aus C mit AB einen andern, der den erstern in D durchschneidet.
3. Endlich Ziehet die beyden Linien CD und DB.

Der 18. Lehrsatz.

Tab. XI.
Fig. 92.

142. Ein Quadrat, Rectangulum, Rhombus und Rhomboides wird von der Diagonal-Linie AD in zween gleiche Theile getheilet: die beyden einander entgegen gesetzten Winkel sind einander gleich, und die entgegen gesetzten Seiten AB und CD, AC und BD parallel.

Beweis.

In allen diesen Figuren ist $AC = DB$, und $CD = AB$ (§. 22). Derowegen, da $AD = AD$, so sind die Triangel ACD und ABD einander gleich, ingleichen $x = x$, und $o = o$, $u = u$ (§. 72), folglich AB mit CD, und AC mit BD parallel (§. 98). W. Z. E.

Zusatz.

143. Also sind alle diese Vierecke Parallelogramma (§. 26).

Die

Die 32. Aufgabe.

144. Aus allen Seiten der Figur, und Tab. XII.
drey Diagonalen weniger, als Seiten Fig. 93.
sind, eine jede Figur zu zeichnen.

Auflösung.

Weil eine jede Figur durch Diagonal-
Linien in zween Triangel weniger, als Sei-
ten sind, resolviret wird; so hat man nichts
nöthig, als (§. 76) immer einen Triangel
auf den andern zu setzen.

Die 33. Aufgabe.

145. Aus allen Seiten der Figur und Tab. XII.
drey Winkeln weniger, als Seiten sind, Fig. 94.
eine jede Figur zu zeichnen.

Auflösung.

1. Zieheth die Linie AB, so einer Seite gleicht,
und traget auf A und B die gehörigen
Winkel A und B (§. 69), so lassen sich
2. Die beyden Seiten EA und CB ansetzen.
3. Wenn ihr nun in E den gehörigen Win-
kel hinsethet (§. 69), so lässet sich ED an-
setzen, u. s. w.
4. Endlich mit den letzten beyden Seiten
DF und FC machet aus D und C einen
Durchschnitt in F; so ist die Figur ge-
schlossen.

Zusatz.

146. Wenn alle Winkel weniger einen
gegeben werden, so dürfen zwey Seiten nicht
gegeben werden.

Die

Die 34. Aufgabe.

147. Ein Quadrat auszumessen.

Auflösung.

1. Messet die Seite des Quadrats, und
2. Multipliciret sie durch sich selbst; so kommt der Inhalt der Fläche heraus.

Seite des Quadrats 345''

345

1725

1380

1035

Inhalt der Fläche 119025.

Beweis.

Wenn man eine Fläche ausmessen will, so muß man auch eine Fläche zum Maasstabe annehmen (§. 10). Da nun das Quadrat lauter rechte Winkel und gleiche Seiten hat, so ist selbiges zum Maasstabe anzunehmen, beliebt worden. Und demnach heisset eine Quadrat-Ruthe ein Quadrat, welches eine Ruthe lang und eine Ruthe breit ist, ein Quadrat-Schuh ein Quadrat, so einen Schuh lang und einen Schuh breit ist, u. s. w. Wenn nun die Seite AB z. E. in 3 gleiche Theile eingetheilet ist, oder 3 Schuhe hält; so ist klar, daß ich finden kann, wie viel schuhiae Quadrate oder Quadrat-Schuhe in dem großen Quadrate ABCD enthalten sind, wenn man die Seite AB mit sich selbst mul-

Tab. XII.
Fig. 95.

multipliciret. Denn in dem großen Quadrate müssen so viel Reihen der kleinern seyn, und in jeder Reihe so viel kleine Quadrate, als die Seite AB Theile hat.

Der 1. Zusatz.

148. Wenn die Seite des Quadrats 10 ist, so wird der Inhalt desselben 100 seyn. Da nun eine Ruthe im Längen-Maasse 10 Schuhe hat, ein Schuh 10 Zoll u. s. w. so muß im Flächen-Maasse eine Quadrat-Ruthe 100 Schuhe, ein Quadrat-Schuh hundert Quadrat-Zolle u. s. w. haben.

Der 2. Zusatz.

149. Daher kan man eine gegebene Zahl gar leicht in Quadrat-Zolle, Quadrat-Schuhe, Quadrat-Ruthen resolviren; wenn man nur von der Rechten gegen die Lincke 2 Ziffern für die Zolle, 2 für die Schuhe abschneidet; denn das übrige bleibt für die Ruthen. Z. E. Wenn man 119025 Zolle hat, so sindes 11 Ruthen, 90 Schuhe, 25 Zolle.

Anmerkung.

150. Weil das Quadrat der Maaß-Stab ist, nach welchem man die Größe aller übrigen Figuren ausrechnet; so heißet bey den Geometris eine Figur quadriren so viel, als ihren Inhalt finden, und die Quadratur der Figur bedeutet die Ausrechnung ihres Inhalts.

Die 35. Aufgabe.

151. Ein Rectangulum ABCD auszu-messen. Tab. XII.
Fig. 96.

Auf:

Auflösung.

1. Messet die Breite AB, ingleichen die Höhe BC.
2. Multipliciret jene durch diese; so kommt der verlangte Inhalt der Figur heraus.

3. E. Es sey $AB = 3^{\circ} 4' 5''$

$$\begin{array}{r} AD = 1 \ 2 \ 3 \\ \hline 1 \ 0 \ 3 \ 5 \\ 6 \ 9 \ 0 \\ 3 \ 4 \ 5 \\ \hline \end{array}$$

so ist der Inhalt $= 4^{\circ} 2 \ 4' 3 \ 5''$.

Beweis.

Der Beweis ist eben, wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Der 19. Lehrsatz.

Tab. XII.
Fig. 97.

152. Zwey Parallelogramma ABCD und EFCD, die eine basis oder Grundlinie CD und eine Höhe AC haben, sind einander gleich.

Beweis.

Weil $AB = CD$, und $EF = CD$ (§. 22, 143); so ist $AB = EF$ (§. 29 Arithm.), folglich $AE = BF$ (§. 31 Arithm.). Da nun ferner $AC = BD$, und $EC = FD$ (§. 22, 143); so ist $\triangle AEC = \triangle BFD$ (§. 72), folglich, wenn man beyderseits den Triangel BEG wegnimmt, $ABGC = EGDF$ (§. 32 Arithm.). Addiret man nun beyderseits den Tri-

Triangel GCD; so ist auch $ACBD = ECDF$
(§. 31 *Arithm.*). W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

153. Also müssen auch die Triangel ACD und CFD, welche gleiche Grundlinien CD und Höhen AC haben, einander gleich seyn (§. 142).

Der 2. Zusatz.

154. Dannenhero ist ein Triangel die Hälfte des Parallelogrammi, wenn er mit ihm eine gleiche Grundlinie hat, und zwischen einerley Parallellinien steht (§. 25).

Die 36. Aufgabe.

155. Den Inhalt eines Rhombi und Rhomboidis auszurechnen. Tab. XII.
Fig. 98.

Auflösung.

1. Nehmet die eine Seite AB für die Grundlinie an, und lasset darauf aus C einen Perpendicul CE fallen (§. 94).
2. Multipliciret die Grundlinie AB durch die Höhe CE; so kommt der verlangte Inhalt heraus.

Z. E. Es sey $AB = 456''$
 $CE = 234$

$$\begin{array}{r} 456 \\ \times 234 \\ \hline 1824 \\ 13680 \\ 91200 \\ \hline \end{array}$$

so ist der Inhalt = $10^{\circ}67'04''$

(Wolfs Mathes. Tom. I.) M Be

Beweis.

Der Rhombus oder Rhomboides ABDC ist ein Parallelogrammum (§. 143) und also gleich einem Rectangulo, dessen Grundlinie AB, die Höhe aber CE ist (§. 152). Nun findet man den Inhalt des Rectanguli, wenn man AB durch CE multipliciret (§. 151). Derowegen wird der Inhalt des Rhombi und Rhomboidis gleichfalls gefunden, wenn man AB durch CE multipliciret. **W. Z. E. W.**

Die 37. Aufgabe.

Tab. XII. 156. Den Inhalt eines jeden Triangels zu finden.
Fig. 99.

Auflösung.

1. Nehmet die eine Seite AB für die Grundlinie an, und lasset darauf aus C die Perpendicularlinie CD fallen (§. 94).
2. Messet die Linien AB und CD und multipliciret sie durch einander.
3. Was heraus kommt, dividiret durch 2: so habt ihr den Inhalt des Triangels.

Beweis.

Wenn ihr AB durch CD multipliciret, so habt ihr den Inhalt eines Parallelogrammi, dessen Grundlinie AB und Höhe DC ist (§. 143, 151, 155). Da nun der Triangel die Helfte von diesem Parallelogrammo ist (§. 154); so dürfet ihr den gefundenen Inhalt nur durch 2 dividiren, um den Inhalt des Triangels zu haben. **W. Z. E. W.**
Anders.

Anders.

Man darf auch nur die Grundlinie AB durch die halbe Höhe CD, oder auch die Höhe CD durch die halbe Grundlinie AB multipliciren, wenn man den Inhalt des Triangels haben will: wie aus bengeſetztem Exempel zu erſehen.

$AB_3^{\circ}4'2''$	$AB_3^{\circ}4'2''$	$\frac{1}{2}AB_1^{\circ}7'1''$
CD 2 3 4	$\frac{1}{2}CD$ 1 1 7	CD 2 3 4
1 3 6 8	2 3 9 4	6 8 4
1 0 2 6	3 4 2	5 1 3
6 8 4	3 4 2	3 4 2
<hr/>		
800 28 Δ 400 14, Δ 400 14.		
2) <hr/>		
Δ 400 14,		

Die 38. Aufgabe.

157. Den Inhalt einer jeden geradenlichten Figur zu finden. Tab. XII.
fig. 100.

Auflösung.

Weil jede Figur ſich aus einem Winkel B durch die Diagonallinien EB, BD in ſo viel Triangel zertheilen läſſet, als Seiten ſind, weniger zwey, als z. E. das Fünfeck ABCDE in drey Triangel ABE, BED und BCD; ſo darf man nur nach der vorhergehenden Aufgabe jeden Triangel beſonders ausrechnen, und ſie hernach in eine Summe addiren.

M 2

Oder,

Oder, wenn zwei Höhen CF und EG auf eine Grundlinie gezogen werden, so kan man das Trapezium EBCD auf einmal finden, wenn man entweder die halbe Grundlinie BD durch die Summe der Höhen EG und CF, oder die ganze Grundlinie BD durch die halbe Summen der Höhen EG und FC multipliciret.

Exempel.

$\frac{1}{2}BD = 4^{\circ}3'$	$\frac{1}{2}BD = 4^{\circ}3'$	$\frac{1}{2}EB = 4^{\circ}2'$
CF = 3 5	EC = 4 5	AH 30
<hr/>		
2 1 5	2 1 5	$\triangle AEB = 1260$
1 2 9	1 7 2	
<hr/>		
$\triangle BCD = 1505'$	$\triangle EBD = 1935'$	
	$\triangle AEB = 1260$	
	$\triangle BCD = 1505$	

Inhalt der Figur 4700'.

Der I. Zusatz.

Tab. XII. 158. Ein reguläres Vieleck kan aus dem
Fig. 101. Mittelpuncte C des Circuls, darein es sich
beschreiben läffet, in so viel gleiche Triangel,
als Seiten sind, eingetheilet werden. Denn die
Grundlinien dieser Triangel AR, BE, EF &c. sind
einander gleich (§. 24), und die Schenckel derselben
AC, CB, CE, CF &c. gleichfalls (§. 45.). Derowegen
sind auch die Triangel selbst einander gleich (§. 72).
Wenn ihr nun den Inhalt eines von diesen Triangeln
findet (§. 156), und den-

denselben durch die Zahl der Seiten multipliciret; so kommt der Inhalt des Vielecks ABEFG heraus.

$$\begin{array}{r} \text{Z. E. } \frac{1}{2} AB = 2^{\circ} 7' \\ DC = 2 \quad 9 \\ \hline 2 \quad 4 \quad 3 \\ 5 \quad 4 \\ \hline \triangle ABC \quad 7 \quad 8 \quad 3' \\ \text{Zahl der Seiten} \quad 5 \\ \hline \end{array}$$

Inhalt des Fünfecks = $3 \quad 9^{\circ} 1 \quad 5'$.

Der 2. Zusatz.

159. Daher ist ein reguläres Vieleck einem Triangel gleich, dessen Grundlinie so groß ist, wie die Peripherie des ganzen Vielecks; die Höhe aber so groß, als die Höhe CD eines von den Triangeln, in welche es aus dem Mittelpuncte C zertheilet worden (§. 153). Tab. XIII.
Fig. 102.

Der 3. Zusatz.

160 Wenn man die Seiten des Vielecks, welches in einem Circul ist beschrieben worden, unendlich klein annimt; so werden sie sich endlich in der Peripherie des Circuls verlieren. Und alsdenn wird die Höhe des Triangel CD mit dem Radio BC überein kommen. Derowegen ist der Circul einem Triangel gleich, dessen Grundlinie so groß Tab. XII.
Fig. 101.

M 3 ist,

ist, als die Peripherie des Circuls, die Höhe aber dem Radio desselben gleichet (§. 119).

Der 4. Zusatz.

161. Der Ausschnitt eines Circuls ACB ist also einem Triangel gleich, dessen Grundlinie so groß ist, als der Bogen AB, die Höhe aber so groß, als der Radius AC.

Der 5. Zusatz.

162. Wenn also die Peripherie und der Diameter eines Circuls gegeben werden, so kan man den Inhalt finden, wenn jene durch den vierdten Theil von diesem multipliciret wird.

Anmerkung.

163. Es haben sich von alten Zeiten her viele untermunden, die wahre Verhältniß des Diametri eines Circuls zu seiner Peripherie zu erfinden: allein es ist noch keinem gelungen, unerachtet heute zu Tage die Kunst zu erfinden bey den Mathematicis sehr hoch gestiegen ist. Unterdessen haben sich einige mit gutem Fortgange bemühet, eine Verhältniß auszurechnen, die bey nahe zutrifft. Archimedes hat in seinem Büchlein von der Circulmessung in dem andern Lehrsatze zu erst erwiesen, daß der Diameter eines Circuls zu seiner Peripherie sich bey nahe verhalte, wie 7 zu 22. Weil aber diese Verhältniß in großen Circuln etwas zu viel bringet: haben andere eine genauere gesucht. Niemand aber hat sich in diesem Stücke mehr Mühe gegeben, als Ludolph von Cölln, welcher endlich heraus gebracht hat, daß, wenn der Diameter des Circuls 100 000 000 000 000 000 000 ist, die Peripherie bey nahe 324 159 264 358 979 323 846 sey. Allein da diese

Tab. XIII.
Fig. 101.

diese Zahlen im Rechnen viel zu weitläufig sind, so nimt man nur beyderseits die ersten drey Ziffern, und sezet die Verhältniß des Diametri zu der Peripherie des Circuls, wie 100 zu 314: in welcher Prologæus, Vieta, Hugenus und Ludolph von Cölln überein kommen. In kleinen Zahlen ist keine genauere Verhältniß, als die Adrianus Merius gegeben, wie 113 zu 355. Wie dergleichen Verhältniße gefunden werden, zeige ich in meinen Elementis Geometriæ §. 423. & seq. Der Herr von Leibniz hat den Inhalt des Circuls durch eine Reihe unendlicher Brüche in den Leipziger Actis A. 1682. p. 44. zu erst ausgedrucket: maßen er gefunden, daß, wenn das Quadrat des Diametri 1 ist, der Inhalt des Circuls $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \frac{1}{17} - \frac{1}{19} + \dots$ &c. seyn müsse. Wie solches zu finden sey, zeige ich unten in der Algebra. Wir wollen so lange die Verhältniß des Diametri zu der Peripherie eines Circuls, wie 100 zu 314, annehmen, bis wir unten in der Trigonometrie die Gelegenheit haben, solches auf eine leichte Art zu erweisen. Daß aber alle Diametri zu ihren Peripherien einerley Verhältniß haben, ist leicht zu begreifen. Denn wenn in verschiednen Circuln die Diametri zu ihren Peripherien verschiedene Verhältniße hätten; so könnten sie dadurch von einander unterschieden werden, und daher unmöglich einander ähnlich seyn: welches doch oben ist erwiesen worden (§. 53).

Der 20. Lehrsatz.

164. Der Inhalt des Circuls verhält sich zum Quadrat seines Diametri, bey nahe, wie 785 zu 1000.

M 4

Be

Beweis.

Wenn der Diameter 100 Theile hat, so bekommt in einem jeden Circul die Peripherie 314 (§. 163), und also ist der Inhalt des Circuls 7850 (§. 162), das Quadrat des Diametri aber 10000 (§. 147): folglich verhält sich jeder Circul zu dem Quadrate seines Diametri, wie 7850 zu 10000, das ist, wenn man beyderseits mit 10 dividiret, wie 785 zu 1000 (§. 75 *Arithm.*). W. Z. E. W.

Der 21. Lehrsatz.

165. Die Flächen der Circul verhalten sich gegen einander, wie die Quadrate ihrer Diametrorum.

Beweis.

Wie die Fläche des einen Circuls zu dem Quadrate seines Diametri, so verhält sich die Fläche des andern Circuls zu dem Quadrate seines Diametri (§. 164). Derowegen verhält sich auch die Fläche des einen Circuls zu der Fläche des andern, wie das Quadrat des einen Diametri zu dem Quadrate des andern (§. 11 *Arithm.*). W. Z. E. W.

Die 39. Aufgabe.

166. Es wird gegeben der Diameter des Circuls, man soll die Peripherie finden.

Auflösung.

Suchet zu 100, 314 und dem gegebenen Diametro die vierte Proportionalzahl, (§. 113.

(*S. 113. Arithm.*). Diese ist die verlangte Peripherie (§. 163).

Es sey der Diameter 56'. Sprechet

$$\begin{array}{r} 100 - 314 - 56 \\ \quad \quad 56 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1884 \\ 1570 \end{array}$$

17°5'8''4''' Peripherie des Circuls.

Die 40. Aufgabe.

167. Es wird gegeben die Peripherie des Circuls (17584'''), man soll den Diameter finden.

Auflösung.

Suchet zu 314, 100 und der gegebenen Peripherie 17584''' die vierte Proportionalzahl (*S. 113 Arithm.*); so kommt der verlangte Diameter heraus (§. 163).

$$\begin{array}{r} 314 - 100 - 17584 \\ \quad \quad 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ 202 \\ 1758400 \\ 314444 \\ 3111 \\ 33 \end{array} \left| \begin{array}{l} 1758400 \\ 5^{\circ}6'0''0''' \text{ Diameter.} \end{array} \right.$$

M 5 Die

Die 41. Aufgabe.

168. Es wird gegeben der Diameter (oder die Peripherie) des Circuls, man soll den Inhalt desselben finden.

Auflösung.

1. Suchet erstlich die Peripherie (§. 166), oder den Diametrum (§. 167).
2. Multipliciret die Peripherie durch den vierten Theil des Diametri (§. 162).
3. E. Es sey der Diameter 5600''', so ist die Peripherie 17584''', folglich der Inhalt des Circuls 24617600'''.

Anders.

Multipliciret den Diametrum (56') durch sich selbst, und suchet zu 1000, 785 und dem gefundenen Quadrate des Diametri 3136 die vierte Proportionalzahl 246176'' (§. 113 *Arithm.*); so habt ihr den verlangten Inhalt des Circuls (§. 164).

Die 42. Aufgabe.

169. Es wird gegeben der Inhalt des Circuls, man soll den Diametrum finden.

Auflösung.

1. Suchet zu 785 und 1000 und dem gegebenen Inhalte des Circuls 246176'' die vierte Proportionalzahl 313600'' (§. 113 *Arithm.*).
2. Hieraus ziehet die Quadratwurzel (§. 97 *Arithm.*) 56', diese ist der verlangte Diameter (§. 164).

Zusatz.

Zusatz.

170. Wollt ihr die Peripherie wissen, so könnet ihr nachdem der Diameter bekannt worden, dieselbe durch die 39 Aufgabe (§. 166) suchen.

Die 43. Aufgabe.

171. Es wird gegeben der Radius des Circuls AC (6'), und die Gröſſe des Bogens AB (6°), man ſoll den Inhalt des Ausſchnittes oder Sectoris ABC finden. Tab. XIII.
Fig. 103.

Auſlösung.

1. Suchet zu 100, 314 und dem Radio AC 6' die vierte Proportionalzahl 1884'' (§. 113 *Arithm.*). Diese ist die halbe Peripherie (§. 163 *Geom.* & §. 75 *Arithm.*).
2. Suchet ferner zu 180°, dem gegebenen Bogen 6° und der gefundenen halben Peripherie 1884''' die vierte Proportionalzahl 62 $\frac{4}{7}$ ''' (§. 113. *Arithm.*); so ist euch der Bogen AB in Linien bekannt.
3. Diese multipliciret durch den vierten Theil des Diametri 300''', so kommt der Inhalt des Ausſchnittes ABC 18840''' heraus (§. 161, 156).

Der 22. Lehrſatz.

172. In einem rechtwinkllichten Triangel ABC iſt das Quadrat ACFG Tab. XIII.
Fig. 104.
der

der größten Seite AC den Quadraten BCED und ABIH der beyden übrigen Seiten BC und AB gleich.

Beweis.

Man ziehe die Linien AE und BF, ingleichen BK mit AG parall.^l. Weil der Triangel BCF mit dem Rectangulo LCFK eine Grundlinie CF hat, und mit ihm zwischen den beyden Parallellinien CF und BK steht, so ist er die Helfte von demselben (§. 154). Eben so, weil der Triangel ACE mit dem Quadrate BCED eine Grundlinie CE hat, und zwischen den beyden Parallellinien AD und CE steht, so ist er die Helfte von demselben (§. 143, 154). Nun ist $CF = AC$, und $BC = CE$ (§. 22), und der Winkel ACE dem Winkel BCF gleich (§. 31 *Arithm.*): weil nemlich $ACF = BCE = 90^\circ$ (§. 22, 56). Deromwegen sind die ganzen Triangel ACE und BCF (§. 70), folglich auch das Quadrat BDEC, und das Rectangulum LCFK einander gleich (§. 29 *Arithm.*).

Da nun auf gleiche Weise erwiesen wird, daß das Quadrat AHIB dem Rectangulo ALKG gleich sey; so ist klar, daß die beygen Quadrate AHIB und BCED zusammen genommen dem Quadrate AGFD gleich sind. W. Z. E. W.

Anmerkung.

173. Dieser Lehrsatz wird von seinem Erfinder Pythagora der Pythagorische Lehrsatz, und wegen seines

seines vortreflichen Nutzens durch die ganze Mathematic, von einigen Magister Matheseus genennet.

Die 44. Aufgabe.

174. Ein Quadrat zu machen, welches so groß ist, wie zwey oder mehrere andere zusammen genommen.

Auflösung.

1. Setzet die Seiten der beyden Quadrate Tab. XIII. AB und BC rechtwinclich zusammen, Fig. 105. (§. 95, 119).
2. Ziehet die Linie AC, so habt ihr die Seite des Quadrates, welches so groß ist, wie die andern beyden zusammen (§. 172).
3. Richtet auf AC die Seite des dritten Quadrates AD perpendicular auf, (§. 95, 119) und
4. Ziehet die Linie DC, so habt ihr die Seite eines Quadrates, welches so groß ist, als die drey Quadrate zusammen (§. 172) u. s. w.

Der 23. Lehrsatz.

175. Wenn zwey Parallelogramma Tab. XIII. ABDC und BEFD einerley Höhe AC haben, Fig. 106. so verhalten sie sich gegen einander, wie ihre Grundlinien CD und DF: Lingen wie ihre Höhen, wenn die Grundlinien gleich sind.

Beweis.

Den Inhalt des Rectanguli AD bekommt man, wenn man seine Grundlinie CD durch

durch AC multipliciret; hingegen den Inhalt des Rectanguli BF, wenn seine Grundlinie DF durch AC multipliciret wird (§. 151). Also verhalten sich die beyden Rectangula, wie die Producte aus AC in CD, und aus AC in DF, das ist, wie CD zu DF (§. 74 *Arithm.*). Welches das erstere war.

Auf eben solche Art wird erwiesen, daß, wenn die Grundlinien gleich sind, die Rectangula sich wie die Höhen verhalten. Welches das andere war.

Zusatz.

176. Weil jeder Triangel als die Helfte eines Parallelogrammi betrachtet werden kan (§. 154); so müssen auch die Triangel von gleicher Höhe sich wie ihre Grundlinien; und die auf gleichen Grundlinien, wie ihre Höhen, verhalten.

Die 45. Aufgabe.

Tab. XIII. 177. Ein Parallelogramm ABEC aus
Fig. 107. einem gegebenen Puncte D in zween gleiche Theile zu theilen.

Auflösung.

Machet $EF = AD$, oder $CF = BD$, und ziehet die Linie DF. so sind die beyden Trapezia ADFC und DBEF einander gleich.

Beweis.

Die Triangel ABC und BCE sind einander gleich (§. 142). Nun ist ferner $o = x$, und $y = u$ (§. 97), und $FC = DB$. Dero-
wegen

wegen ist auch $\triangle DBG = \triangle GCF$ (§. 71),
folglich das Trapezium ACFD dem Tra-
pezio DFEB gleich (§. 30, 31 *Arithm.*).
W. 3. E. W.

Die 46. Aufgabe.

178. Es wird gegeben der Inhalt ei-
nes Triangels (36') und seine Grundlinie
(12'), man soll die Höhe finden.

Auflösung.

Durch die halbe Grundlinie (6') dividiret
den Inhalt des Triangels (36), so kommt
die Höhe (4') heraus (§. 156).

Die 47. Aufgabe.

179. Ein Trapezium ACDB in zween Tab XIII.
gleiche Theile zu theilen. Fig. 108.

Auflösung.

1. Zieheth die Diagonallinie AD, und suchet
den Inhalt der beyden Triangel ACD
und ABD (§. 156).
2. Den Kleinern ACD ziehet von dem hal-
ben Inhalte der ganzen Figur, das ist,
der halben Summe gedachter Triangel,
ab, so kommt die Größe des Triangels
heraus, welcher noch von ABD wegge-
nommen werden muß, damit die beyden
Theile des Trapezii einander gleich wer-
den.
3. Nehmet AD zur Grundlinie dieses Trian-
gels an, und suchet seine Höhe (§. 178).
4. Zieheth in dieser Weite mit AD eine Pa-
rallel-

rallellinie und mercket den Punct E, wo sie AB durchschneidet.

5. Endlich ziehet die Linie ED, so sind die beyden Theile EBD und EACD einander gleich.

Exempel.

$AD = 235''$		$AD = 235''$	
$\frac{1}{2}CG = 37$		$\frac{1}{2}BF = 121$	
<hr/>		<hr/>	
1645		235	
705		470	
<hr/>		<hr/>	
$\triangle ACD$ 8695''		235	
<hr/>		<hr/>	
$\triangle ABD$ 28435''			
$\triangle ACD$ 8695			
<hr/>		<hr/>	
Inhalt des Trapezii		37130''	
<hr/>		<hr/>	
Der halbe Inhalt		18565''	
$\triangle ACD$		8695	
<hr/>		<hr/>	
$\triangle AED$		987000'''(84''HE	
$\frac{1}{2}AD$ 1175''')		9400	
<hr/>		<hr/>	
		4700	
		4700	
<hr/>		<hr/>	
		0.	

Die 48. Aufgabe.

180. Eine geradenlinichte Figur in so viel Theile zu theilen, als man begehret.

Auflösung.

Tab. XIX,
Fig. *.

1. Rechnet den Inhalt der Figur aus (§. 157),
und

und theilet ihn in die begehrtten Theile,
3. E. in drey.

2. Den Inhalt des Triangels AED ziehet von dem dritten Theile der Figur ab, und was übrig bleibt, dividiret durch $\frac{1}{2}AD$, so kommt die Höhe des Triangels ADI heraus, den man noch zu AED hinzusetzen muß, damit AEDI der dritte Theil der Figur wird (§. 178).
3. In der Weite dieser Höhe ziehet mit DA eine Parallel-Linie, welche AE in I durchschneidet (§. 91); so könnet ihr die Linie DI ziehen.
4. Halbiret den dritten Theil der Figur, und dividiret die Helfte durch $\frac{1}{2}DI$; so kommt die Höhe des Triangels DIK heraus, der dem sechsten Theile der Figur gleich ist.
5. In der Weite gedachter Höhe ziehet mit DI eine Parallel-Linie, damit sich der Punct K giebet.
6. Den sechsten Theil der Figur dividiret durch $\frac{1}{2}DK$, und in der Weite des Quotienten ziehet eine Linie mit DK parallel, damit ihr den Punct L findet, und folglich die Linie LK ziehen könnet, welche den andern Theil DIKL abschneidet, und zugleich den dritten LKBC giebet.

3. E. Es sey AD 516'', AC 580'', EH 154'', BG 315'', DF 375''; so ist AED 39732'', ABC 91350'', ADC 108750'', und
(Wolfs Mathef. Tom. I.) N daher

daher die ganze Figur $239832''$, der dritte Theil $79944''$, der sechste $39972''$, die Höhe des $\triangle DIA$ $156''$, $\frac{1}{2}DI$ $265''$, die Höhe des $\triangle DIK$ $151''$, und $\frac{1}{2}DK$ $287''$, die Höhe aber des $\triangle DKL$ $139''$.

Anmerkung.

181. Wenn die Eintheilung auf dem Papier geschehen ist, so werden auf dem Felde die Puncte I, K und L durch die Grösse der Linien AI, IK und DL leicht gefunden.

Der 24. Lehrsatz.

182. Wenn in geradelinichten Figuren die gleichnamigen Winkel einander gleich sind, und die Linien, welche sie einschliessen, beyderseits einerley Verhältniß haben; so sind sie einander ähnlich: und wenn sie ähnlich sind, so hat es mit den Winkeln und Linien die gemeldete Beschaffenheit.

Beweis.

Die geradelinichten Figuren können nicht anders, als durch die Grösse der gleichnamigen Winkel, und durch die Verhältniß der Seiten, welche sie einschliessen, von einander unterschieden werden: denn sonst lästet sich nichts deutlich in ihnen begreifen. Wenn nun die Winkel einerley Grösse, und die Seiten, welche sie einschliessen, einerley Verhältniß haben; so kommen die Sachen überein, wodurch sie von einander zu unterscheiden

den find. Derowegen sind sie einander ähnlich (§. 5). **Welches das erstere war.**

Wenn zwei Figuren einander ähnlich sind, so kommen die Sachen mit einander überein, wodurch sie von einander zu unterscheiden sind (§. 5). Nun werden die geradelinichten Figuren durch die Grösse der gleichnamigen Winkel und die Verhältniß der Seiten, welche sie einschliessen, unterschieden. Derowegen muß die Grösse der Winkel und die Verhältniß der Seiten beyderseit einerley seyn. **Welches das andere war.**

Der 25. Lehrsatz.

183. Wenn in zween Triangeln BAC Tab. XIV. und DAE, $B = D$, und $C = E$; so ist $BA : AC = DA : AE$, und $AB : BC = AD : DE$; und wenn hingegen die Seiten proportional sind; so sind auch die gleichnamigen Winkel gleich.

Beweis.

Weil $B = D$, und $C = E$, und aus zween gegebenen Winkeln und einer Seite sich der Triangel beschreiben läßet (§. 81); so werden die Triangel ABC und ADE auf gleiche Art erzeugt. Derowegen sind sie einander ähnlich (§. 52); folglich $BA : AC = AD : AE$, und $AB : BC = AD : DE$ (§. 182). **Welches das erstere war.**

Weil die drey Seiten des einen Triangels proportional sind den drey Seiten des

andern, und aus drey Seiten sich ein Triangel beschreiben läßt (§. 76); so werden die Triangel ABC und ADE auf gleiche Art erzeugt. Derowegen sind sie einander ähnlich (§. 52), und also die gleichnamigen Winkel einander gleich (§. 182). Welches das andere war.

Der 26. Lehrsatz.

Tab. XIII. 184. Wenn in einem Triangel ABC eine Linie DE mit der Grundlinie BC parallel gezogen wird; so verhält sich AD zu AE, wie BD zu EC, und wie AB zu AC: ingleichen $AB:BC = AD:DE$.
Fig. 109.

Beweis.

Weil $\triangle DBE = \triangle DCE$ (§. 153); so hat ADE zu beyden einerley Verhältniß (§. 72 *Arithm.*). Nun ist $\triangle ADE : \triangle DEB = AD:DB$, und $\triangle ADE : \triangle EDC = AE:EC$ (§. 176). Derowegen ist $AD:DB = AE:EC$ (§. 70 *Arithm.*), folglich $AD:AE = DB:EC$ (§. 111 *Arithm.*). Welches das erstere war.

Weil DE mit BC parallel; so ist der Winkel $ADE = ABC$ (§. 97); folglich $AD:AE = AB:AC$, und $AB:BC = AD:DE$ (§. 183). Welches das andere und dritte war.

Zusatz.

185. Weil $AD:AE = AB:AC$ (§. 184); so ist auch $AD:AB = AE:AC$ (§. 111 *Arithm.*).

Die

Die 49. Aufgabe.

186. Zu zwei gegebenen Linien AB Tab. XIV. und AC die dritte Proportionallinie zu Fig. 110. finden.

Auflösung.

1. Machet nach Gefallen einen Winkel EAD, und
2. Traget aus A in B die Linie AB; aus A in C, ingleichen aus B in D, die Linie AC.
3. Zieheth von B in C eine gerade Linie CB, und aus D die Linie DE mit CB parallel, welches geschieht, wenn ihr (§. 69) den Winkel EDF dem Winkel CBD gleich machet (§. 98); so ist CE die verlangte dritte Proportionallinie (§. 184).

Die 50. Aufgabe.

187. Zu drey gegebenen Linien AB, Tab. XIV. AC und BD die vierte Proportionallinie Fig. 111. zu finden.

Auflösung.

1. Machet nach Belieben einen Winkel EAD.
2. Traget aus A in B die Linie AB, aus A in C die Linie AC, und aus B in D die Linie BD.
3. Von B in C ziehet eine gerade Linie, und
4. Aus D eine andere DE mit CB parallel, wie in der vorhergehenden Aufgabe; so ist

N 3

CE

CE die verlangte vierte Proportional-
Linie (§. 184).

Der 27. Lehrsatz.

Tab. XIV. 188. Wenn in zween Triangeln ABC
Fig. 112. und ADE, $B = D$, und $AB : BC = AD : DE$;
so ist auch $A = A$, und $C = E$, und $BA : AC = DA : AE$.

Beweis.

Weil $B = D$, und $AB : BC = AD : DE$, und
aus einem Winkel mit den beyden Seiten,
die ihn einschliessen, sich ein Triangel be-
schreiben läßt (§. 79); so werden die Trian-
gel ABC und ADE auf gleiche Art erzeugt.
Derowegen sind sie einander ähnlich (§. 52);
folglich $A = A$, $C = E$, und $BA : AC = DA : AE$
(§. 182). W 3. E W

Anmerkung.

189. Die Lehrsätze von der Ähnlichkeit der Trian-
gel sind von den nützlichsten in der ganzen Mathema-
tik, und dienen zu den meisten Erfindungen, die man
in derselben haben kan. Auch die vornehmste Aus-
übung der Geometrie auf dem Felde beruhet auf ih-
nen, wie bald mit mehrern erhellen soll.

Die 51. Aufgabe.

Tab. XIV. 190. Eine gerade Linie AB in so viel
Fig. 113. gleiche Theile zu theilen, als man ver-
langet.

Auflösung.

1. Traget nach Belieben auf eine Linie CD
so viel gleiche Theile, als die Linie AB
bekommen soll, z. E. fünf.

2. Ge-

2. Setzet auf CD einen gleichseitigen Triangel (§. 74).
3. Traget aus E in A, und aus E in B die Linie AB. Endlich ziehet gegen den ersten Theilungs-Punct G, aus der Spitze des Triangels E, die Linie EG; so ist AF der fünfte Theil von der gegebenen Linie AB.

Beweis.

Weil $EA:EB=EC:ED$; so ist der Winkel $A=C$, und $EA:AB=EC:CD$ (§. 188). Nun ist $EC=CD$: derowegen ist auch $EA=AB$. Weil nun ferner $EA:AF=EC:CG$ (§. 183), das ist, $AB:AF=CD:CG$ (§. 71 *Arithm.*), und $CG=\frac{1}{5}CD$; so ist auch $AF=\frac{1}{5}AB$. W. Z. E. W.

Die 52. Aufgabe.

191. Eine gerade Linie AB nach der Tab. XIV. Proportion einzutheilen, nach welcher Fig. 114. eine andere CD ist eingetheilet worden.

Auflösung.

1. Beschreibet auf die eingetheilte Linie CD einen gleichseitigen Triangel (§. 74).
2. Traget aus E in A und B die gegebene Linie AB, und ziehet die Linie AB.
3. Ziehet aus der Spitze des Triangels E an die Theilungs-Puncte G und I die Linien EG und EI. Diese theilen die Linie AB in F und H nach der gehörigen Proportion.

Beweis.

Der Beweis ist wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Anmerkung.

192. Diese Aufgabe hat viel Nutzen in der Baukunst und Fortification, sonderlich wenn man einen vorgegebenen Riß nach Belieben vergrößern oder verkleinern soll.

Die 53. Aufgabe.

Tab. XIV. 193. Einen verjüngten Maaß-Stab
Fig. 15. zu verfertigen.

Auflösung.

1. Zieheth eine Linie AE, und traget darauf 10 gleiche Theile von beliebiger Größe aus A in B, und denn ferner in den Raum AB, so viel mal, als euch beliebt.
2. Richtet in A von gefälliger Länge eine Perpendicular-Linie AC auf (§. 119), und theilet sie in 10 gleiche Theile.
3. Durch jeden Theilungs-Punct ziehet mit AE eine Parallel-Linie, und
4. Traget auf die obere eben die Theile, welche sich auf AB befinden.
5. Zieheth oben 10 und unten 9, oben 9 und unten 8, oben 8 und unten 7, oben 7 und unten 6 u. s. w. mit geraden Linien zusammen.

Ich sage, wenn AB eine Ruthe ist; so sind die Theile B 1, 1. 2, 2. 3. u. s. w. Schuhe. Hingegen 9. 9 ein Zoll, 8. 8 zween Zolle, 7. 7 drey Zolle, 6. 6 vier Zolle, 5. 5 fünf Zolle, u. s. w.

Be-

Beweis.

Weil 10 Schuhe eine Ruthe machen (§. 10); so ist klar, daß die Theile auf der Linie AB Schuhe sind. Daß aber 9. 9 ein Zoll, 8. 8 zween Zolle, 7. 7 drey Zolle sind, u. s. w. erweist man also. Diweill 9. 9 mit A 9 parallel ist; so verhält sich, wie C 9 zu AC, so 9. 9 zu A 9 (§. 184). Nun ist $C9 = \frac{1}{10} AC$. Derowegen ist auch $9. 9 = \frac{1}{10} A 9$, folglich ein Zoll, u. s. w. W. Z. E. W.

Zusatz.

194. Wenn man nun den Zirkel auf die dritte oder siebente Linie sehet, und ihn bis zu der Linie aufthut, die unten aus dem fünften Schuhe gezogen ist; so hat man über 5 Schuhe noch 3, oder 7 Zoll, u. s. w.

Die 54. Aufgabe.

195. Die Weite zweener Orter A und B zu finden, zu denen beyden man aus einem angenommenen Stande kommen kan. Tab. XV.
Fig. 116.

Auflösung.

1. Sezet das Meß-Ziichlein in D, und erwehlet auf demselben einen Punct c.
2. Von demselben visiret durch die Dioptern in A, und ziehet die Linie ca.
3. Gleichergestalt visiret in B, und ziehet die Linie cb.
4. Messet mit der Ruthe die Linie cA und cB (§. 65), und

N 5

5. Tra

5. Traget dieselben von dem verjüngten Maaß-Stabe (§. 194) aus c in a und b .
Endlich
6. Messet die Linie ab auf dem verjüngten Maaß-Stabe; so habt ihr die Grösse der verlangten Weite AB .

Beweis.

Denn, weil der Winkel c beyden Triangeln acb und AcB gemein ist, und die Seiten, welche ihn einschliessen, proportional sind; so kan ich auch sagen: wie ca zu cA so verhält sich ab zu AB (§. 188). Nun hält ca so viel auf dem verjüngten Maaß-Stabe, als cA auf dem großen. Derowegen muß auch ab so viel auf dem verjüngten Maaß-Stabe halten, als AB auf dem großen. **W. Z. E. W.**

Eine andere Auflösung.

1. Setzet das Instrument in D , und messet den Winkel AcB (§. 64).
2. Messet ferner die Linien cA und cB (§. 65).
3. Construiret durch Hülfe des Transporteurs und verjüngten Maaß-Stabes daraus einen Triangel acb (§. 79).
4. Messet die Linie ab auf dem verjüngten Maaß-Stabe (§. 194); so wisset ihr, wie viel Ruthen, Schuhe und Zolle die Linie AB hält.

Beweis.

Der Beweis ist eben so, wie in der ersten Auflösung.

Die

Die 55. Aufgabe.

196. Die Weite zweener Orter A und B zu messen, zu deren einem man nur kommen kan. Tab. XV.
Fig. 117.

Auflösung.

1. Setzet das Meß-Eischlein in einen nach Belieben erwählten Stand C, und visiret aus dem Puncte nach beyden Ortern A und B.
2. Messet die Weite eures Standes C von dem Orte A, zu welchem ihr kommen könnet (§. 65),
3. Und traget sie von dem verjüngten Maaß-Stabe (§. 194) aus c in a.
4. Gehet mit eurem Eischlein bis in A, und setzet es dergestalt nieder, daß der Punct a in A stehet, und ihr durch die Dioptern nach der Linie ac den in C eingesteckten Stab sehen könnet.
5. Visiret hierauf durch dieselben aus a in B, und ziehet die Linie AB.
6. Endlich messet diese Linie ab auf dem verjüngten Maaß-Stabe (§. 194); so erkennet ihr die Grösse der verlangten Weite AB.

Beweis.

Weil der Winkel $c = C$, und $a = A$; so verhält sich, wie ac zu AC, so ab zu AB (§. 183). Nun hat ac so viel Theile von dem kleinen Maaß-Stabe, als AC von dem großen.
Dero-

Derwegen muß auch ab so viel Theile von dem kleinen als AB von dem großen haben.

Eine andere Auflösung.

1. Messet mit dem Instrumente die Winkel C und A (§. 64), und mit der Ruthe die Linie AC (§. 65).
2. Construiert daraus, durch Hülfe des Transporteurs und verjüngten Maaß-Stabes, einen Triangel acb (§. 81).
3. Messet auf dem verjüngten Maaß Stabe die Linie ab (§. 194); so wißet ihr die verlangte Weite AB.

Beweis.

Der Beweis ist wie vorhin.

Die 56. Aufgabe.

Tab. XVI. 197. Die Weite zweener Oerter AB,
Fig. 118. zu deren keinen man kommen kan, zu messen.

Auflösung.

1. Erwählet zween Stände in C und D. In den einen C setzet das Tischlein, in den andern Stecket einen Stab.
2. Aus dem Puncte c visiret durch die Dioptern nach dem Stabe D, ingleichen nach B und A, und ziehet gegen diese Puncte auf dem Tischlein Linien.
3. Messet die Weite der beyden Stände CD (§. 65), und traget sie nach dem verjüngten Maaß-Stabe (§. 194) auf das Tischlein aus c in d.

4. Ste

4. Stecket in C einen Stab, und sehet das Tischlein dergestalt in D, daß der Punct d in D kommt, und wenn ihr nach der Linie cd durch die Dioptern visiret, ihr den Stab in C erblicket.
5. Visiret ferner aus d gegen A und B, und ziehet auf dem Tischlein die Linien da und db.
6. Endlich messet auf dem verjüngten Maaß-Stabe ab; so habt ihr die Länge der Weite AB.

Beweis.

Weil der Winkel d beyden Triangeln acb und DCB gemein, über dieses auch der Winkel e dem Winkel C gleich ist; so verhält sich cd zu CD, wie bc zu BC (§. 183). Wiederum, weil aus gleichmäßiger Ursache, der Triangel acd dem Triangel ACD ähnlich ist; so verhält sich cd zu CD, wie ac zu AC (§. 183): folglich ist auch bc zu BC, wie ac zu AC (§. 70 Arithm.). Da nun über dieses der Winkel acb dem Winkel ACB gleich ist; so verhält sich ab zu AB, wie ac zu AC (§. 188), oder cd zu CD (§. 70 Arithm.). Da nun dc so viel Theile auf dem verjüngten Maaß-Stabe, als DC im Großen, hat; so muß auch ab so viel Theile auf dem verjüngten Maaß-Stabe, als AB im Großen, haben. W. Z. E. W.

Eine

Eine andere Auflösung.

Tab. XVI. 1. Messet aus dem ersten Stande C die Winkel x und y , und aus dem Stande D die Winkel z und w (§. 64); so geben ihre Summen die Winkel ACD und BDC.

2. Messet ferner die Stand-Linie CD (§. 65).

3. Traget diese nach dem verjüngten Maaß-Stabe auf das Papier, und construirt mit Hülfe der Winkel x und $z + w$ den Triangel BCD, und mit Hülfe der Winkel z und $x + y$ den Triangel ACD (§. 81).

4. Endlich messet auf dem verjüngten Maaß-Stabe die Linie AB; so wisset ihr die verlangte Weite.

Beweis.

Der Beweis ist einerley mit dem vorigen.

Anmerkung.

198. Auf gleiche Art kan man die Weite gar vieler Derter auf einmal messen, wenn man nemlich aus zween Ständen gegen jeden visiret.

Die 57. Aufgabe.

Tab. XVII. 199. Die Höhe eines Ortes AB zu messen, zu dem man kommen kan.

Auflösung

1. Erwehlet euch einen Stand in D, und richtet das Tischlein vertical, doch so, daß seine untere Seite horizontal sey: welches vermittlest einer Bleiwage gar leicht geschehen kan.

2. Die

2. Die Regel mit den Dioptern leget an dasselbe horizontal, visiret nach dem Orte, dessen Höhe ihr messen wollet, und ziehet die Linie Ec.
3. Kehret an dem Puncte E die Regel mit den Dioptern in die Höhe, bis ihr die Spitze A erblicket, und ziehet auf dem Tischlein die Linie Eb.
4. Traget sie von dem verjüngten Maaß-Stabe auf das Tischlein aus E in c (§. 194).
5. Richtet in C einen Perpendicul cb auf (§. 95), und
6. Messet seine Länge auf dem verjüngten Maaß-Stabe (§. 194), so wisset ihr die Höhe CA.
7. Dazu addiret die Höhe BC; so kommt die verlangte Höhe heraus.

Beweis.

Der Winkel E ist beyden Triangeln Ecb und ECA gemein: bey c und C sind rechte Winkel (§. 20), die gleichfalls einander gleich sind (§. 56): also verhält sich Ec zu EC, wie bc zu AC (§. 183). Nun hält Ec so viel auf dem verjüngten Maaß-Stabe, wie EC auf dem großen. Derowegen muß auch bc so viel auf dem verjüngten Maaß-Stabe, wie AC auf dem großen, halten.
W. Z. E. W.

Eine

Eine andere Auflösung.

Tab XVII. 1. Messet den Winkel E (§. 64), und die
Fig. 121. Stand-Linie AD, oder CE (§. 65).

2. Construïret daraus einen rechtwincklichten Triangel EbC (§. 81, 95).
3. Messet die Höhe bC auf dem verjüngten Maaß-Stabe; so habt ihr die Höhe BC.
4. Dazu addiret die Höhe des Stativs; so kommt die Höhe AB heraus.

Beweis.

Der Beweis ist wie der vorige.

Anmerkung.

200. Man setzet voraus, daß die Linie AD horizontal sey: denn wenn das Instrument an einem erhabenern, oder auch niedrigeren Orte stünde, als die Höhe BA gelegen; so ist es rathsamer, daß man auch den Winkel CEA misst, und den Triangel CEA im Kleinen construïret.

Die 58. Aufgabe.

Tab.XVII. 201. Eine Höhe AB zu messen, zu der
Fig. 122. man nicht kommen kan.

Auflösung.

1. Erwählet zween Stände in D und E, und visiret, wie in der vorhergehenden Aufgabe, nach der Spitze A und dem Puncte C, in dem ersten Stande D.
2. Messet die Stand-Linie ED, und traget sie aus f in e von dem verjüngten Maaß-Stabe (§. 194).
3. Traget das Tischlein in E dergestalt, daß der Punct e über E kommt, und visiret, wie

wie vorhin, nach dem Puncte C und der Spitze A.

4. Wo die Linie ea die Linie fa durchschneidet, lasset einen Perpendicul ac auf stehen unter fallen (§. 94).
5. Diesen messet auf dem verjüngten Maassstabe, so habt ihr die Höhe AC.
6. Addiret dazu die Höhe BC, so habt ihr die verlangte Höhe AB.

Beweis.

Der Beweis ist eben wie in der vorigen Aufgabe.

Eine andere Auflösung.

1. Messet in dem ersten Stande D den Winkel F, und in dem andern E den Winkel G (§. 64), und die Standlinie ED oder GF (§. 65). Tab. XVII.
Fig. 123.
2. Diese traget auf das Papier nach dem verjüngten Maassstabe, und
3. Construiret darauf, durch Hülfe der Winkel G und F, einen Triangel fga (§. 81).
4. Verlängert seine Grundlinie fg in c, und lasset von a einen Perpendicul ac herunter fallen (§. 94).
5. Endlich messet ac auf dem verjüngten Maassstabe (§. 194), und addiret dazu die Höhe des Instruments, damit ihr die Winkel gemessen habt, oder nehmet in acht, was (§. 200) erinnert worden ist; so kommt die verlangte Höhe AB heraus.

(Wolfs Mathes. Tom. I.) D Be

Beweis.

Der Beweis ist wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Die 59. Aufgabe

Tab. 202. Eine jede geradelinichte Figur
XVIII. ABCDE, in die man kommen kan, in
Fig. 124. Grund zu legen.

Auflösung.

Messet den ganzen Umfang der Figur AB, BC, CD, DE, EA; ingleichen die Diagonallinien AC und AD, so könnet ihr nach dem verjüngten Maasstabe (§. 194) die Figur auf dem Papiere aufzeichnen (§. 144).

Beweis.

Wenn man eine Figur in Grund leget, so muß man eine kleine Figur zeichnen, in der alle Winkel so groß sind, als in der großen, und die Seiten sich eben so gegen einander verhalten, wie in der großen. Wenn man für jede Seite der Triangel ABC, ACD, ADE auf dem verjüngten Maasstabe so viel annimt, als sie im großen ausmachet; so verhalten sich die Seiten in der verjüngten Figur eben so gegen einander, wie die Seiten der großen. Denn, wenn AB im großen 6 ist, so ist sie im Kleinen auch 6: wenn im großen BC 7 ist, so ist sie im Kleinen auch 7. Und also verhält sich AB zu BC beyderseits, wie 6 zu 7. Derowegen sind auch die Winkel der Triangel in der kleinen Figur so groß, wie

wie die Winkel in der großen (§. 183). Da nun die Winkel der Figur mit den Winkeln der Triangel übereinkommen; so müssen auch alle Winkel in der verjüngten Figur so groß seyn, wie in der großen. W. J. E. W.

Anders.

1. Erwählet euch innerhalb der Figur einen Punct F, und sehet dahin das Meßtischlein. Tab. XVIII.
Fig. 125
2. Aus F visiret gegen die Stäbe, welche man in die Ecken der Figur A, B, C, D, E gesteckt hat, und ziehet die Linien Fa, Fb, Fc, Fd, Fe.
3. Messet die Linien FA, FB, FC, FD, FE (§. 65), und
4. Eben so groß machet nach dem verjüngten Maassstabe (§. 194) die Linien Fa, Fb, Fc, Fd, Fe.
5. Endlich ziehet die Linien ab, bc, cd, de und ea; so schliesset sich die verlangte Figur.

Beweis.

In dem Triangel aFb verhält sich Fa zu Fb, wie FA zu FB im Triangel AFB, und der Winkel F ist beyden Triangeln gemein; derowegen verhält sich auch Fb zu FB, wie ba zu BA (§. 188). Eben so wird erwiesen, es verhalte sich, wie Fb zu FB, so bc zu BC: folglich auch ba zu BA, wie bc zu BC (§. 70. *Arithm.*); und demnach ba zu bc, wie AB zu BC,

(§. in *Arithm.*). Es ist aber auch der Winkel ABC so groß, wie der Winkel abc (§. 188). Da nun auf gleiche Weise von allen übrigen Winkeln c, d, e, a erwiesen werden kan, daß sie den Winkeln C, D, E, A gleich sind, und auch von den übrigen Seiten, daß sie sich gegen einander verhalten, wie die Seiten CD, DE, EA ; so ist klar, daß die große Figur in Grund gelegt worden, das ist, die kleine der großen ähnlich ist. $W. Z. E. W.$

Anders.

1. Messet aus F alle Winkel AFB, BFC, CFD, DFE, EFA (§. 64), ingleichen die Linien FA, FB, FC, FD und FE (§. 65).
2. Traget die Winkel auf das Papier (§. 69), ingleichen die Linien nach dem verjüngten Maßstabe (§. 194).
3. Ziehet die Linien ab, bc, de und ea ; so wird die verlangte Figur geschlossen.

Beweis.

Der Beweis ist eben, wie der vorige.

Noch anders.

- Tab. XVIII. Fig. 126.
1. Spannet auf das Tischlein einen Bogen Papier, und beschreibet aus dem Mittelpuncte o einen Circul.
 2. Schraubt in denselben einen Stift ein, und hänget ein Lineal mit Dioptern dar ein.
 3. Visiret gegen alle Ecken der Figur, und mercket die beyden Puncte a und a, b und b, c

- b, c und c, &c. wo das Lineal den Circul durchschneidet.
4. Messet, wie vorhin, alle Linien aus dem Mittelpuncte der Figur bis an die Winkel, und traget sie in euer Memorial.
 5. Spanniet euren Circul mit seinen Eintheilungen nebst einem andern Bogen Papier auf ein Reißbret, oder leget ihn nebst einem andern Bogen auf den Tisch. Leget ferner ein Parallellineal an aa, an bb, an cc &c. und thut es so weit auf, bis ihr eben diese Linien auf dem neben liegenden Papiere ziehen könnet.
 6. Endlich aus dem Durchschnitte dieser gezogenen Linien traget von dem verjüngten Maasstabe die auf dem Felde gemessenen Linien (§. 194), und ziehet die Figur vollens aus.

Anmerkung.

203. Diese letztere Manier ist um deswillen zu loben, weil man auf ein einiges Papier ein großes Feld stückweise bringen kan: indem man nur nöthig hat, eine Ziffer bey den Buchstaben zu setzen, wo die Winkel eines neuen Stückes angehen, und, wenn ein Alphabet aus ist, ein neues mit andern Buchstaben anzufangen. Den Beweis findet man in meyn Elementis Geometriæ (§. 363).

Die 60. Aufgabe.

204. Eine Figur ABCDE in Grund zu legen, die man aus zween Oertern A und B ganz übersehen kan.

Tab.
XVIII.
Fig. 128.

D 3

Auf:

Auflösung.

1. Setzet euer Tischlein in A, visiret nach allen Ecken der Figur B, C, D, E, und ziehet gegen dieselben Linien aus dem Puncte A.
2. Messet die Standlinie AB (§. 65), und traget sie nach dem verjüngten Maassstabe (§. 194) auf das Tischlein aus A in b.
3. Traget das Tischlein aus A in B, und richtet es dergestalt, daß der Punct b in B kommt, und ihr durch die Dioptern des an die Linie bA angelegten Lineals den in A eingesteckten Stab sehen könnet.
4. Visiret nach allen übrigen Ecken der Figur, und ziehet gegen dieselben aus b Linien, welche die vorigen in e, d, c durchschneiden.
5. Endlich ziehet die Linien, ed, dc; so habt ihr die verlangte Figur in Grund gelegt.

Beweis.

Der Beweis ist fast eben wie in der 56 Aufgabe (§. 197).

Anders.

Tab.
XVIII.
Fig. 128.

1. Messet aus A die Winkel CAB, DAC, EAD (§. 64), ingleichen die Linie AB (§. 65), wie nicht weniger aus B die Winkel EBA, EBD, DBC (§. 64).
2. Ziehet auf dem Papiere eine Linie ab, und traget von dem verjüngten Maassstabe die Größe der Linie AB darauf (§. 194).
3. Tra-

3. Traget in a die Winkel CAB, DAC und EAD; hingegen in b die Winkel EBA, EBD, DBC (§. 69.).
4. Endlich ziehet die Punkte a, e, d, c, b mit geraden Linien zusammen; so habt ihr die verlangte Figur in Grund gelegt.

Beweis.

Der Beweis ist abermals, wie in der 56 Aufgabe (§. 197).

Noch anders.

1. Setzet die Bouffole, oder ein Magnet-Tab. XIX. Kästlein, dessen Rand in 360 Grade eingetheilet ist, und gegen das Ende der Mittagslinie, darauf die Nadel ruhen muß, wenn sie Norden zeigt, mit Dioptern versehen ist, dergestalt in A, daß ihr durch die Dioptern den in B eingesteckten Stab erblicket, und mercket, welchen Grad gegen Osten oder Westen die Nadel andeutet. Tab. XIX. Fig. 127. 130.
2. Wendet die Bouffole gleichergestalt gegen die Stäbe in den übrigen Winkeln der Figur E, D, C, und mercket gleichergestalt die von der abweichenden Nadel in jedem Falle angedeuteten Grade.
3. Gehet mit der Bouffole in B, und visiret durch die Dioptern nach allen Winkeln der Figur A, E, D, C und traget abermals die Grade, welche die von der

- Mittagslinie der Bouffole abweichende Nadel andeutet, in euer Memorial ein.
4. Endlich messet (§. 65) die Standlinie AB.
 5. Wenn ihr nach Hause kommt, so setzet die von eurem Stativ abgeschraubte Bouffole auf das Papier, und rücket sie so lange, bis die Nadel an dem Grade ruhet, welchen sie nach eurem Memorial erreichte, als die Mittagslinie der Bouffole über der Standlinie stand; so könnet ihr nach dem verjüngten Maasstabe die Standlinie ab auf das Papier tragen.

Tab. XX. 6. Wenn ihr nun aus a auf gleiche Weise
Fig. 131. die Linien ae, ad, ac, und aus b die Linien bc, bd, be traget; so könnet ihr durch Zusammenziehung der Puncte b, c, d, e, a die Figur schliessen.

Beweis.

Tab. XIX. Man darf nur erweisen, daß man auf
Fig. 129. die vorgeschriebene Weise mit der Bouffole die Winkel auf dem Felde messen, und auf das Papier abtragen kan; so ist im übrigen der Beweis, wie bey den vorhergehenden Auflösungen. Das erstere aber ist gar leicht zu begreifen. Denn die Magnetnadel stehet in dem Puncte A und a immer auf einer Linie, als AK und ak, ich mag die Bouffole um den Punct A oder a drehen, wie ich will. Wenn nun die Mittagslinie der
Bouffole

Bouffole auf AB ſtehet, ſo zeigt die Nadel an, wie viel ihre Mittagslinie von der wahren Mittagslinie AK abweicht, das iſt, die Größe des Winkels KAB. Stehet die Mittagslinie der Bouffole auf AC, ſo zeigt die Nadel die Größe des Winkels CAK. Stehet ſie auf AD, ſo zeigt die Nadel den Winkel KAD. Wenn man demnach auf dem Papiere die Bouffole dergeltalt richtet, daß die Nadel wieder den Winkel KAB zeigt, ſo läßt ſich nach ihrer Mittagslinie die Linie ab ziehen, und auf gleiche Weiſe geben ſich die Linien ac und ad, ſolglich auch die Winkel hac und cad, welche man ſonſt mit dem Quadranten zu meſſen pflegt. W. Z. E. W.

Die 1. Anmerkung.

205. Aus dem Beweiſe iſt abzunehmen, daß man ohne die Bouffole durch einen Transporteur auf das Papier tragen kan, was man auf dem Felde mit jener gemessen hat. Wenn man nemlich eine Linie AK zieht, welche die wahre Mittagslinie vorſtellt, an dieſelbe den Diameter des Transporteurs anſetzt, und die in dem Memorial notirten Grade abſieht. Nur muß entweder jeder halbe Circul in ſeine 180° beſonders getheilet ſeyn, oder auf dem Transporteur müſſen die Grade rückwärts bis 360° gezeichnet werden.

Die 2. Anmerkung.

206. Die Magnetnadel muß aus ſauberem Stahle dünne und lang geſchmiedet werden, doch niemals über 6 Zoll ſeyn. Auch, weil die Krafft des Magnetes ſich nach einer geraden Linie zertheilet, nirgends

durchbrochene Zierahnen haben. Es ist genug, daß man an einem magnetischen Pole nur den einen Theil der Nadel, und zwar etwas langsam, streichet, und wird der Theil der Nadel, welcher sich gegen Norden kehren soll, auf dem Süderpole des Magnets gestrichen. Auch muß man niemals wieder zurücke streichen, weil sonst durch den Strich zurücke wieder die Kraft benommen wird, die man durch den ersten ihr mitgetheilet hat. Bey uns, die wir gegen Norden wohnen, wird der Nordtheil der Nadel jederzeit schwächer, wenn er gestrichen worden, als der Südertheil. Darowegen muß man ihn anfangs etwas leichter machen. Der Stift, worauf die Magnetnadel ruhet, kan zwar aus Messing, doch mit einer zarten und wohlgehärteten stählernen Spitze gemacht werden, damit sie recht beweglich sey.

Die 61. Aufgabe.

Tab. XIX. 207. Eine Figur ABCDE in Grund zu legen, die man ganz umgehen kan.

Auflösung.

1. Setzet das Tischlein in A, und visiret nach den Stäben in B und E, damit ihr den Winkel BAE darauf bekommt.
2. Messet die Linien AB und AE (§. 65), und traget sie nach dem verjüngten Maßstabe (§. 194) auf das Tischlein.
3. Gehet mit dem Tischlein in B, und setzet den Punct auf dem Tischlein b in B, visiret wieder zurücke in A, ingleichen von dem neuen Puncte B in C, damit ihr den Winkel CBA auf das Tischlein bekommt.
4. Messet die Linie BC (§. 65), und traget sie auf das Tischlein (§. 194).
5. Wenn

5. Wenn ihr die ganze Figur dergestalt umgehet; so werdet ihr sie in Grund gelegt haben.

Beweis.

Denn alle eure Winkel in der kleinen Figur sind den Winkeln in der großen gleich, und die Linien verhalten sich in der kleinen Figur eben so, wie in der großen: derowegen ist die kleine Figur der großen ähnlich (§. 182). W. Z. E. W.

Anders.

Messet alle Seiten der Figur (§. 65), und drey Winkel weniger, als Seiten sind, (§. 64) so könnet ihr die Figur in Grund legen (§. 145).

Noch anders.

1. Setzet die Boussole in A, und richtet ihre Tab. XX. Mittagslinie auf die Linie AB, verzeich- Fig. 131.
net dabey in euer Memorial, wie viel Grade die Magnetnadel davon abweicht, wie in der vorhergehenden Aufgabe (§. 204).
2. Messet die Linie AB, und traget sie gleichfalls in euer Memorial ein.
3. Umgehet solchergestalt die ganze Figur, und zeichnet überall in euer Memorial die Abweichung der Magnetnadel von ihrer Mittagslinie, und die Länge derselben Linien, darüber sie ruhet. Und damit ihr die einwärts gebogenen Winkel von den

den andern unterscheiden können, so ziehet nach der Länge des Papiers in eurem Memoriale eine Linie, und schreibet diese Winkel zur Linken, die andern aber zur Rechten.

4. Ziehet auf dem Papiere eine Linie ab, und traget nach dem verjüngten Maaßstabe die Linie AB aus eurem Memoriale darauf (§. 194). Setzet auf dieselbe die Mittagslinie eurer Boussole, und rücker das Papier mit derselben so lange, bis die Magnetnadel den in euer Memorial auf dem Felde verzeichneten Grad der Abweichung zeigt.
5. Alsdenn laßet euer Papier unverrückt, und setzet den Mittelpunkt der Boussole auf den Punct b, wendet sie um denselben so lange, bis die Magnetnadel den bei diesem Puncte auf dem Felde in euer Memorial verzeichneten Abweichungsgrad zeigt, so können ihr nach der Mittagslinie der Boussole die Linie bc ziehen, und ihre Größe aus dem Memorial durch den verjüngten Maaßstab determiniren.
6. Wenn ihr so fortfahret; so werdet ihr endlich die verlangte Figur auf dem Papiere haben.

Noch anders.

Tab. XX. 1. Berichtet auf dem Felde alles, wie vor
Fig. 132. hin, nach der 1. 2. und 3. Regel.

2. Zie-

2. Ziehet auf dem Papiere mit Bleiweiß Parallellinien in beliebiger Weite.
3. Nehmet einen an ein Parallellineal befestigten und in seine Grade eingetheilten Transporteur. Leget das eine Lineal an eine von gedachten Parallellinien HK, und mercket euch auf dem Papiere den Punct z, den der Grad der Abweichung auf dem Felde im Puncte A nach eurem Memoriale im Transporteur berührt, und den Punct a, wo der Mittelpunkt des Transporteurs lieget.
4. Leget das Lineal an die beyden Puncte a und z, und nehmet von dem Maaßstabe die Länge der Linie AB, so könnet ihr den Punct b abstecken und die Linie ab ziehen.
5. Lasset das Lineal an einer Parallellinie liegen, und schiebet den Mittelpunkt des Transporteurs bis in b: stecket durch Hülfe des auf dem Felde in B gefundenen Abweichungsgrades an dem Transporteur den Punct y ab, so könnet ihr, wie vorhin, den Punct c finden, und folglich die Linie bc ziehen.
6. Wenn ihr so fort fahret; so wird sich endlich die ganze Figur geben.

Beweis.

Der Beweis ist aus der 60 Aufgabe
(§. 204) und seiner ersten Anmerkung
(§. 205)

(§. 205) leicht abzunehmen. Wenn man nur mercket, daß die Parallellinien die Magnetnadel über ihrer Mittagslinie vorstellen.

Die 62. Aufgabe.

208. Ein jedes Feld, oder einen jeden andern Platz auszurechnen.

Auflösung.

1. Leget es zuerst in Grund, nach den vorhergehenden Aufgaben (§. 202 & seq.). Darnach
2. Rechnet die Figur aus, nach der 38 Aufgabe (§. 157).

Die 63. Aufgabe.

Tab. XXI.
Fig. 133.
134.

209. Ein Parallelogramm, in gleichen einen Triangel in so viel gleiche Theile zu theilen, als man verlanget.

Auflösung

1. Theilet die Grundlinie CD oder CB in so viel gleiche Theile, als die Figur eingetheilet werden soll (§. 190).
2. Zieheth aus den Theilungspuncten 1. 2. in dem erstern Falle mit der andern Seite AC Parallellinien 1. 1 und 2. 2; in dem andern Falle aber Linien bis an die Spitze des Triangels A 1 und A 2: so sind beyde Figuren in gleiche Theile getheilet (§. 175, 176).

Die 64. Aufgabe.

Tab. XXI.
Fig. 135.

210. Zwischen zwey gegebenen Linien
AB

AB und BE eine mittlere Proportionallinie zu finden.

Auflösung.

1. Traget die gegebenen Linien AB und BE auf eine an einander, und theilet sie in C in zween gleiche Theile (§. 120).
2. Beschreibet aus C mit CA einen halben Circul.
3. Richtet aus B die Perpendicularlinie BD auf (§. 95). Diese ist die verlangte Proportionallinie.

Beweis.

Der Winkel ADE ist ein rechter Winkel (§. 115), ABD ist auch ein rechter Winkel (§. 20). Der Winkel DAB ist beyden Triangeln DAB und DAE gemein. Derowegen ist auch der Winkel ADB dem Winkel DEB gleich (§. 105). Nun ist in dem Triangel DEB der Winkel DBE auch ein rechter Winkel (§. 20). Derowegen verhält sich AB zu BD, wie BD zu BE (§. 183).
W. Z. E. W.

Anmerkung.

211. Wenn man für 1 eine Linie annimmt, und nach derselben eine gegebene Zahl durch eine andere Linie exprimiret, so kan man durch diese Aufgabe vermittelst des verjüngten Maassstabes die Quadratwurzel ausziehen (§. 90. 22. Arithm.).

Die 65. Aufgabe.

212. Aus der gegebenen Sehne eines Tab. XXI.
Bogens AB und dessen Höhe DE den Fig. 136.
Dia-

Diametrum EF, und folglich den Mittelpunct des Circuls C zu finden.

Auflösung und Beweis.

1. Suchet zu ED und DB die dritte Proportionallinie (§ 113 *Arithm.*); so habt ihr DF (§. 210).
2. Addiret zu DF die Höhe des Bogens DE so habt ihr den Diametrum EF.
3. Theilet denselben in 2 gleiche Theile, so habt ihr den Radium EC, und folglich den Mittelpunct C.

B. E. Es sey DE 8'3'', DB 1°6'6'',

$$83 - 166 - 166$$

166	
996	2
996	22
166	388
2756	27888
	332''DF
	8333
	88
	415''EF
	2) ———
	2075'''EC.

Anmerkung.

213. Diese Aufgabe hat ihren Nutzen in der Baukunst, wenn man die Eröffnung der Thüren und Fenster mit Bögen schliessen soll.

Die 66. Aufgabe.

Tab. XXI. 214. Aus der gegebenen Sehne eines Bogens AB und seiner Höhe DE den

den Inhalt des Abschnittes ADBEA zu finden.

Auflösung.

1. Suchet zuerst den Diametrum des Circuls DF (§. 212).
 2. Beschreibet damit einen Circul, und traget die Sehne AB darein.
 3. Messet den Winkel ACB mit dem Transporteur (§. 64), und
 4. Suchet alsdenn den Ausschnitt ACBDA (§. 171).
 5. Aus der gegebenen Sehne AB und dem Unterscheide EC zwischen der Höhe des Bogens DE und dem Radio DC, suchet den Inhalt des Triangels ACB (§. 156).
 6. Endlich ziehet den Triangel ACB von dem Ausschnitte ACBDA ab; so bleibt der Abschnitt ADBEA übrig.
3. E. Es sey AB 600''', DE 80''', so ist EF 1125'', DF 1205''', die Peripherie des Circuls 3783''' (§. 166), der Bogen AB 60°, oder 630''', und daher der Ausschnitt ACBDA 189630'''. Da nun EC 522''', AE 300'''; so ist $\triangle ACB$ 156600''', folglich der Abschnitt AEBDA 33030'''.

Die 67. Aufgabe.

215. Den körperlichen Inhalt eines Cubi oder Würfels und seine Fläche zu finden.

(Wolfs Mathes. Tom. I.) D Aufg.

Auflösung.

Der Maasstab des körperlichen Inhalts ist eine Cubic-Ruthe, das ist, ein Würfel, der eine Ruthe lang, eine Ruthe dick, und eine Ruthe breit ist (§. 10). Diese wird eingetheilet in Cubic-Schuhe, in Cubic-Zolle. Jenes sind Würfel, die zur Seite einen Schuh; diese aber Würfel, die zur Seite einen Zoll haben.

Wenn ihr nun den körperlichen Inhalt eines Würfels wissen wollet, so

1. Messet die Seite des Würfels, und multipliciret sie mit sich selbst, so habt ihr seine Grundfläche (§. 147, 34).
2. Diese multipliciret weiter durch seine Seite, so kommt der Inhalt des Würfels heraus.
3. Hingegen, wenn ihr die Grundfläche mit 6 multipliciret; so bekommt ihr die Fläche des ganzen Würfels (§. 34).

Exempel.

Seite 34'	Grundfläche 1156'
34	Seite 34
136	4624
102	3468
Grundfläche 1156'	Inhalt des 39304'
6	Würfels.
Fläche des 6936'	
Würfels.	

Beweis.

Beweis.

Man bilde sich ein, es sey die Seite des Würfels in etliche gleiche Theile getheilet; so ist klar, daß so viel Schichten kleiner Würfel heraus kommen, als die Höhe Theils hat, und in jeder Schicht so viel kleiner Würfel, als Quadrate in der Grundfläche sind. Derowegen, wenn man die Höhe durch die Grundfläche multipliciret, so kommt die Zahl der kleinen Würfel heraus, die der große in sich hält. W. Z. E. W.

Zusatz.

216. Wenn die Seite des Würfels 10 ist, so ist der körperliche Inhalt 1000. Derowegen, wenn die Seite 1 Ruthe oder 10 Schuhe hält, so sind 1000 schuhige Würfel in dem großen enthalten. Und demnach hat die Cubic-Ruthe 1000 Cubic-Schuhe, der Cubic-Schuh 1000 Cubic-Zolle, der Cubic-Zoll 1000 Cubic-Linien.

Der 28. Lehrsatz.

217. Alle Parallelepiped, Prismata und Cylinder, welche gleiche Grundflächen und Höhen haben, sind einander gleich.

Beweis.

Wenn man ein Parallelepipedum, Prisma und einen Cylinder in lauter Scheiben zerschneidet, so subtil, als man will; so sind nicht allein alle Scheiben einander gleich (§. 31, 33); sondern wenn zween Körper

2

auch

auch gleiche Höhen haben, so können aus einem nicht mehr, als aus dem andern, geschnitten werden. Und also fasset ein Körper so viel Raum in sich, als der andere.
W. Z. E. W.

Die 68. Aufgabe.

Tab. XXI. 218. Den Inhalt eines Parallelepiped
Fig. 139. und seine Fläche zu finden.

Auflösung

1. Multipliciret die Länge AB durch die Breite BC, so habt ihr die Grundfläche ABCE (§. 32, 151).
2. Diese multipliciret ferner durch die Höhe BD, so kommt der verlangte Inhalt heraus.

Z. E. Es sey AB 36', BC 15', BD 12'.

Länge AB	36	Grundfl. ABCE	540'
Breite BC	15	Höhe BD	12
<hr/>		<hr/>	
180		1080	
36		54	
<hr/>		<hr/>	

Grundfl. ABCE 540', Körperlicher 6°480'
Inhalt.

Vor die Fläche.

1. Multipliciret AB in BC, ingleichen AB in BD, und BD in BC, so habt ihr die Vierecke AD, EB und CD (§. 33, 151).
2. Addiret die drey Vierecke zusammen, und multipliciret die Summe durch 2; so kommt die Fläche des Parallelepiped heraus (§. 33).

Z. E.

$\begin{array}{r} \text{Z. E. AB } 36' \\ \text{BC } 15 \\ \hline 180 \\ 36 \\ \hline \square \text{ EB } 540' \\ \square \text{ AD } 432 \\ \square \text{ CD } 180 \\ \hline 1152' \\ 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{AB } 36' \\ \text{BD } 12 \\ \hline 72 \\ 36 \\ \hline \square \text{ AD } 432', \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{BC } 15' \\ \text{BD } 12 \\ \hline 30 \\ 15 \\ \hline \square \text{ CD } 180', \end{array}$
--	---	---

2304' Fläche des Parallelepiped.

Beweis.

Der Beweis ist eben, wie in der 67 Aufgabe (§. 215).

Der 29. Lehrsatz.

219. Ein jedes Parallelepipedum wird Tab. XXII. durch die Diagonalfäche DBFH in zwey Fig. 140. gleiche Prismata getheilet.

Beweis.

Die Diagonallinie DB theilet das Parallelogramm ABCD in zwey gleiche Triangel (§. 142). Da nun die beyden Prismata ADBFGH und DBCEFH außer diesen gleichen Grundflächen, auch einerley Höhe DH haben; müssen sie einander gleich seyn (§. 217). W. Z. E. W.

Die 69. Aufgabe.

220. Den Inhalt eines jeden Prismatis und seine Fläche zu finden.

P 3

Auf:

Auflösung.

Tab. XXII. 1. Suchet die Grundfläche des Prismatis
Fig. 142. (§. 151, 155, 156, 157, 158).

2. Multipliciret selbige durch die Höhe, so kommt der verlangte Inhalt heraus.
3. Hingegen multipliciret den Umfang der ganzen Grundfläche durch eben dieselbe Höhe, so kommt die Fläche, ausser den beyden Grundflächen, heraus.
4. Wenn ihr nun diese dazu addiret, so habt ihr die ganze Fläche (§. 30).

3. E. Es sey	AB 8'	CD 6'	AE 15'
	AB 8		ABC 24
	$\frac{1}{2}$ CD 3		AE 15
	ABC 24'		120
			24

Inhalt des Prismatis 360'.

BC	91''
BA	80
AC	62

Peripherie 233''
Höhe 150

11650

233

Seiten-Fläche 34950''

BAC 2400

HEI 2400

Ganze Fläche 39750''.

Be:

Beweis.

Das dreieckichte Prisma ist die Helfste eines Parallelepiped, welches mit ihm einerley Höhe, aber eine doppelte Grundfläche hat (§ 219). Wenn man die ganze Grundfläche des Parallelepiped mit der Höhe multipliciret, so bekommt man seinen Inhalt (§. 218). Deromeaen, wenn man die Helfste von der Grundfläche des Parallelepiped, das ist, die Grundfläche des dreieckichten Prismatis, durch die Höhe multipliciret, so muß die Helfste des Parallelepiped, das ist, der Inhalt des Prismatis, heraus kommen. Alle übrigen Prismata lassen sich in dreieckichte zertheilen, und also gilt auch von ihnen, was von den dreieckichten ist erwiesen worden.

Die 70. Aufgabe.

221. Aus der gegebenen Höhe eines Cylinders und dem Diametro desselben, seinen Inhalt und seine Fläche zu finden.

Auflösung.

1. Suchet die Grundfläche des Cylinders (§. 168).
2. Multipliciret selbige durch seine Höhe, so habt ihr den verlangten Inhalt.
2. Hingegen die Peripherie multipliciret durch eben dieselbe Höhe, so kommt die Fläche ohne die beyden Grundflächen heraus.

P 4

4. Wenn

4. Wenn ihr nun die beyden Grundflächen dazu addiret; so ist die Summe die verlangte Fläche des Cylinders.

Tab. XXII. 3. E. Es sey der Diameter AB 560'', die
Fig. 142. Höhe BC 892'', so ist (§. 168)
die Grundfl. 246176'' Periph. 17584''
die Höhe BC 892'' BC 8920

492352	351680
2215584	158256
1969408	140672
Inhalt 219588992''	156849280''
des Cylinders.	24617600
	24617600
Fläche	206084480''

Beweis.

Weil der Circul ein reguläres Vieleck ist, welches unzählich viel Seiten hat, so kan man den Cylinder als ein Prisma ansehen, welches unzählich viel Seiten hat. Und dannenhero wird sein Inhalt gefunden, wenn seine Grundfläche durch die Höhe, die Fläche aber, wenn die Peripherie der Grundfläche in eben diese Höhe multipliciret wird (§ 220).
W. 3. E W.

Der 30. Lehrsatz.

Tab. XXII. 222. Wenn eine Pyramide ABCD der
Fig. *. gestalt durchschnitten wird, daß der
Durchschnitt abc der Grundfläche ABC
parallel ist; so ist auch die Figur abc der
andern ABC ähnlich.

Be-

Beweis.

Weil ab mit AB parallel; so ist $Da : DA = ab : AB$ (§. 184 *Geom.* & §. III *Arithm.*). Eben deswegen ist $Da : DA = ac : AC$, folglich $ab : AB = ac : AC$ (§. 70 *Arithm.*); und daher $ab : ac = AB : AC$ (§. III *Arithm.*). Da man nun auf gleiche Art erweist, daß $ac : bc = AC : BC$; so sind die $\triangle abc$ und ABC einander ähnlich (§. 183), folglich in andern Fällen die Figuren, die aus ihnen zusammengeſetzt werden (§. 52). **W. Z. E. W.**

Der 31. Lehrſatz.

223. Pyramiden und Kegel, die gleiche Grundflächen und Höhen haben, ſind einander gleich. Tab. XXII. Fig. 143.

Beweis.

Es ſey ABC eine Seiten-Fläche von einer Pyramide, und DEF von der andern, BC und EF in einer Linie BF , $BC = EF$ die Spitzen A und D mit BF in einer Fläche, und AM auf BC , DO auf EF perpendicular; ſo iſt $AM = DO$. Nun ziehe man GK mit BF und AD parallel, ſo iſt auch $AL = DN$ (§. 25), und $AG : AB = GH : BC = AL : AM$ (§. 184 *Geom.* §. 70 *Arithm.*). Eben ſo wird erwieſen, daß $DN : DO = IK : EF$. Da nun $GH : BC = IK : EF$ (§. 70 *Arithm.*), das iſt, $GH : IK = BC : EF$ (§. III. *Arithm.*), und $BC = EF$; ſo iſt $GH = IK$ (§. 66 *Arithm.*). Weil eben dergleichen in allen übrigen Flächen, welche

die Pyramide einschließen, erwiesen werden kan, und, wegen der Aehnlichkeit der Durchschnitte mit ihren Grundflächen (§. 222), die gleichnamigen Winkel einander gleich sind (§. 182): so müssen die Durchschnitte in beyden Pyramiden von gleicher Grösse seyn, wenn sie in gleicher Höhe geschehen (§. 50). Da aber die ganzen Höhen der Pyramiden von gleicher Grösse sind, so kan man in einer nicht mehr Durchschnitte haben, als in der andern. Und demnach sind die Pyramiden einander gleich: welches das erstere war.

Wenn man die Triangel ABC und DEF für die Durchschnitte zweener Regel annimt, dadurch sie von der Spitze bis durch die Grundfläche in zween gleiche Theile getheilet werden: so sind GH und IK die Diametri der Circul, welche aus den mit den Grundflächen parallel geschehenen Durchschnitten entstehen (§. 35), und also ist abermal klar, daß diese Circul, und folglich die ganzen Regel, einander gleich seyn müssen: welches das andere war.

Der 32. Lehrsatz.

Tab. XXII. 224. Ein jedes dreyschichtes Prisma kan
Fig. 144. in drey gleiche Pyramiden getheilet werden.

Beweis.

Die Pyramiden ADEF und ACBE haben einerley Höhe BE und gleiche Grundflächen DEF

DEF und ABC (§. 30): Derowegen sind sie einander gleich (§. 223). Wiederum, die Pyramiden ACBE und CEFA haben gleiche Grundflächen BCE und CEF (§. 142), und einerley Höhe, indem sie beyde in A zusammen stoßen. Derowegen sind sie auch einander gleich (§. 223). Folglich sind sie alle drey einander gleich (§. 29 *Arithm.*). W. Z. E. W.

Anmerkung.

225. Wenn man das Prisma aus Holz verfertigen, und auf gehörige Weise schneiden läßt, so ist den Anfängern der Beweis leichter zu begreifen, weil sie die Pyramide CEFA besser sehen können.

Der 1. Zusatz.

226. Eine dreyeckichte Pyramide ist der dritte Theil von einem Prisma, welches mit ihr gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat.

Der 2. Zusatz.

227. Weil jedes vieleckichtes Prisma in viele dreyeckichte sich zertheilen läßt; so muß eine jede Pyramide der dritte Theil von einem Prisma seyn, welches mit ihr gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat.

Der 3. Zusatz.

228. Da nun ein Kegel vor eine Pyramide zu halten ist, welche unzählig viel Ecken hat; so wird auch derselbe der dritte Theil eines Cylinders seyn, welcher gleiche Grundfläche und gleiche Höhe mit ihr hat.

Die

Die 71. Aufgabe.

229. Den Inhalt einer Pyramide, in-
gleichen eines Kegels zu finden.

Auflösung.

1. Suchet den Inhalt eines Prismatis und
Cylinders, welche gleiche Grundflächen
und Höhen mit der Pyramide und dem
Kegel haben (§. 220, 221).
2. Diesen dividiret durch 3, so kommt der
Inhalt der Pyramide und des Kegels
heraus (§. 227, 228).

Oder:

Multipliziret die Grundfläche beyderseits
mit dem dritten Theile der Höhe.

Z. E. Der Inhalt des Prismatis ist (§. 220)
360'. Also ist der Inhalt der Pyramide 120'.
Der Inhalt des Cylinders ist (§. 221) 219°
588'992". Also kommen für den Kegel
73196330 $\frac{2}{3}$ ".

Die 72. Aufgabe.

Tab. XXII. 230. Den Inhalt eines abgekürzten
Fig. 145. Kegels ABDC zu finden.

Auflösung.

1. Wenn man inferiret: wie der Unterscheid
AH der halben Diametrorum AG und CF
zu der Höhe des abgekürzten Kegels CH,
so der halbegroße Diameter AG zu der Hö-
he des ganzen Kegels EG (§. 184); so kan
man durch die Regel Detri die Höhe des
ganzen Kegels EG finden (§. 113 Arithm.).

2. Aus

2. Aus dieser und dem Diameter AB suchet den Inhalt des ganzen Kegels AEB (§. 229).
 3. Zieheth die Höhe des abgeführten Kegels CH oder FG von der Höhe des ganzen EG ab, so bleibet die Höhe des abgeschnittenen Kegels EF übrig.
 4. Suchet aus dieser und dem Diameter CD den Inhalt des Kegels ECD (§. 229).
 5. Endlich ziehet den kleinen Kegel ECD von dem großen AEB ab; so bleibt der Inhalt des abgeführten ACDB übrig.
3. E. Es sey AB 36', CD 20', FG oder CH 12'; so ist AG 18', CF 10' und AH 8': demnach

$$AH:CH=AG:GE$$

$$8:12=18:$$

$$\begin{array}{r} 4) 2 \quad 3 \quad 9 \\ 2) 1 \quad \quad 3 \end{array} \quad (\S. 124 \text{ Arithm.})$$

$$27' = GE$$

$$12 = GF$$

$$15' = FE,$$

$$100:314 = 18'$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \hline 2512 \\ 214 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4\ 5\ 2\ 1\ 6 \\
 5\ 6\ 5\ 2 \\
 \hline
 1\ 0\ 1\ 7\ 3\ 6'' \text{ große Grundfläche,} \\
 90 = \frac{1}{3} \text{ GE} \\
 \hline
 9^\circ 1\ 5\ 6' 2\ 4\ 0'' \text{ der Regel AEB,} \\
 100 : 314 = 10' \\
 10 \\
 \hline
 314'' \text{ halbe kleine Peripherie,} \\
 100 \text{ CF} \\
 \hline
 31400'' \text{ kleine Grundfläche,} \\
 50 = \frac{1}{2} \text{ EF} \\
 \hline
 1570000'' \text{ Inhalt des Kegels CED,} \\
 9156240 \text{ Inhalt des Kegels AEB,} \\
 \hline
 7586240'' \text{ Inhalt des abgeführten} \\
 \text{Kegels ACDB.}
 \end{array}$$

Der 33. Lehrsatz.

Tab.XXII. 231. Die Kugel ist $\frac{2}{3}$ von einem Cylin-
 der, welcher gleiche Grundfläche und
 Höhe mit ihr hat

Beweis.

Wenn das Quadrat ABCD sich um seine
 Seite DC herum drehet, so beschreibt es ei-
 nen Cylinder (§. 29), der Quadrant DCB
 eine halbe Kugel (§. 27), und der Triangel
 ADC einen Kegel (§. 25). Weil die Höhe
 DC in allen dreien Körpern einerley ist, so
 kön-

können in einem nicht mehr Durchschnitte gemacht werden, als in dem andern. Es stelle die Linie HE den halben Diameter eines Durchchnittes vor, so verhält sich der Durchschnitt des Cylinders, wie das Quadrat HE oder GC, der Durchschnitt der Kugel, wie das Quadrat GE, und der Durchschnitt des Kegels, wie das Quadrat FE oder EC (§. 165). Denn, weil $BC = HE$, und $GC = BC$ (§. 45); so ist auch $HE = EC$ (§. 29 *Arithm.*). Ingleichen, weil $CD = AD$ (§. 22); so ist auch $EC = EF$ (§. 184). Wenn man nun das Quadrat EC, das ist, den Durchschnitt des Kegels von dem Quadrat GC, das ist, dem Durchschnitt des Cylinders, wegnimmt; so bleibt das Quadrat GE, das ist, der Durchschnitt der Kugel, übrig (§. 172). Da nun dieses von allen Durchschnitten gilt; so folget, daß, wenn man den Inhalt des Kegels von dem Inhalt des Cylinders wegnimmt, der Inhalt der halben Kugel übrig bleibe. Derowegen, weil der Kegel $\frac{1}{3}$ des Cylinders ist (§. 228); so muß die halbe Kugel $\frac{2}{3}$ von demselben seyn, folglich auch die ganze Kugel $\frac{4}{3}$ von einem Cylinder, der noch einmal so groß ist, wie der vorige, das ist, mit ihr gleiche Höhe und Grundfläche hat. W. Z. E. W.

Der

Der 34. Lehrsatz.

232. Der Cubus Diametri verhält sich zu der Kugel beynähe, wie 300 zu 157.

Beweis.

Wenn der Diameter der Kugel 100 ist, so hält der Cubus desselben 1000000 (§. 215), und der Cylinder, der mit der Kugel eine Grundfläche und Höhe hat, 785000 (§. 221). Und demnach ist der Inhalt der Kugel der dritte Theil von 1570000 (§. 231). Solchergehalt verhält sich der Cubus zu der Kugel, wie 1000000 zu dem dritten Theile von 1570000, das ist, 3000000 zu 1570000 (§. 47 Arithm.): oder, wenn man beides durch 10000 dividiret, wie 300 zu 157 (§. 75 Arithm.). W. J. E. W.

Anmerkung.

233. Ich sage, der Cubus Diametri verhalte sich zu der Kugel beynähe, wie 300 zu 157, weil man voraus setzt, der Diameter im Circul verhalte sich zu seiner Peripherie, wie 100 zu 314: welches nur beynähe zutrifft (§. 163).

Der 35. Lehrsatz.

234. Die Kugel ist einer Pyramide gleich, deren Grundfläche der ganzen Kugelfläche, die Höhe aber der Hälfte ihres Diametri gleicher.

Beweis.

Man sehe hinzu, daß aus dem Mittelpuncte der Kugel an ihre Ecken gerade Linien gezogen seyn. Alsdenn ist klar, daß die Kugel aus unzählich viel viereckigten Pyramiden bestehe, die im Mittelpuncte der Kugel mit ihren Spitzen zusammenstoßen, und deren Grundflächen zusammen der Kugelfläche gleich sind, die Höhen aber von dem halben Diametro der Kugel nicht merklich unterschieden. Derowegen wird die ganze Kugel mit Recht vor eine Pyramide gehalten, deren Grundfläche der Kugelfläche, die Höhe aber der Hälfte ihres Diametri gleichet. W. Z. E. W.

Der 36. Lehrsatz.

235. Die Kugelfläche verhält sich zu dem größten Circul der Kugel wie 4 zu 1.

Beweis.

Weil der Inhalt der Kugel dem Inhalte einer Pyramide gleich ist, deren Grundfläche der Kugelfläche, die Höhe aber ihrem halben Diametro, gleichet (§. 234); so kommt die Kugelfläche heraus, wenn man den körperlichen Inhalt der Kugel durch den dritten Theil des halben Diametri, oder den sechsten des ganzen dividiret (§. 229). Nun, wenn der Diameter 100 ist, so ist der Inhalt des größten Circuls 7850 (§. 68), der Inhalt aber der Kugel 1570000 (§. 232).

(Wolfs Mathef. Tom. I.) ³ Q De-

Derwegen, wenn ihr diesen durch den sechsten Theil des Diametri $\frac{100}{7}$ dividiret, so komt für die Kugelfläche 31400 (§. 87. *Aritbm.*). Demnach verhält sich die Kugelfläche zu dem größten Circul der Kugel, wie 31400 zu 7850, das ist, wenn man beyderseit mit 7850 dividiret; wie 4 zu 1 (§. 75 *Aritbm.*). W. Z. E. W.

Zusatz.

236. Wenn der Diameter eines Circuls 100 ist, so ist die Peripherie 314 (§. 163). Also komt die Kugelfläche 31400 heraus, wenn man die Peripherie durch den Diameter multipliciret. Derwegen ist dieselbe einem Rectangulo gleich, das zur Grundlinie die Peripherie des größten Circuls in der Kugel, zur Höhe aber ihren Diameter hat (§. 151).

Die 73. Aufgabe.

237. Aus dem gegebenen Diametro einer Kugel, so wohl den Inhalt ihrer Fläche, als ihren körperlichen Inhalt zu finden.

Auflösung.

1. Suchet die Peripherie des größten Circuls (§. 166).
2. Multipliciret sie durch den gegebenen Diameter, so habt ihr die Kugelfläche (§. 236).
3. So ihr nun ferner dieselbe durch den sech-

ten

sten Theil des Diametri multipliciret, oder durch den ganzen Diametrum, und das Product durch 6 dividiret; so komt der körperliche Inhalt der Kugel heraus (§. 234, 229).

3. E. Es sey der Diameter 5600'', so ist die Peripherie des größten Circuls 17584'''

Diameter 5600

10550400

87920

Kugelfläche 984704''

Diameter 560

59082240

4923520

551434240''

18 4 | 881434240 91905706 $\frac{2}{3}$ '' Inhalt der Kugel.
88888888

Die 74. Aufgabe.

238. Aus dem gegebenen Diametro einer Kugel ihren körperlichen Inhalt noch auf eine andere Art zu finden.

Auflösung.

1. Suchet den Cubum des Diametri, (§. 215) oder in den Tabellen über die Cubiczahlen.

Q 2

2. Cu

2. Suchet zu 300, 157 und dem gefundenen Cubo die vierte Proportionalzahl (§. 113 *Arithm.*). Diese ist der körperliche Inhalt der Kugel (§. 232).

3. E. Es sey der Diameter einer Kugel 64'', so ist dessen Cubus 262144, folglich

$$\begin{array}{r}
 300 - 157 - 262144'' \\
 157 \\
 \hline
 1835008 \\
 1310720 \\
 262144 \\
 \hline
 41156608/
 \end{array}$$

$\begin{array}{l} 22\ 222 \\ 41156608 \\ 8888800 \end{array} \bigg| 137188'' \frac{208}{100} \text{ Inhalt der Kugel.}$

Der 37. Lehrsatz.

239. Alle Prismata, ingleichen Parallelepipeda, Cylinder, Pyramiden und Kegel, wenn sie gleiche Höhen haben, verhalten sich, wie ihre Grundflächen: haben sie aber gleiche Grundflächen, so verhalten sie sich, wie ihre Höhen.

Beweis.

Prismata, Parallelepipeda und Cylinder verhalten sich wie die Producte aus ihren Höhen in ihre Grundflächen (§. 218, 220, 221); Pyramiden aber und Kegel wie die Pro-

Producte aus dem dritten Theile ihrer Höhen in ihre Grundflächen (§. 229); und also alle insgesamt, wenn ihre Höhen gleich sind, wie die Grundflächen; wenn aber die Grundflächen gleich sind, wie die Höhen (§. 74 *Arithm.*). W. Z. E. W.

Zusatz.

240. Weil die Cylinder Circul zu ihren Grundflächen haben (§. 29), die Circul aber sich wie die Quadrate ihrer Diametrorum verhalten (§. 165); so müssen auch die Cylinder von gleicher Höhe sich wie die Quadrate ihrer Diametrorum, oder der Diametrorum ihre Grundflächen verhalten.

Der 38. Lehrsatz.

241. Die Kugeln verhalten sich gegen einander, wie die Cubi ihrer Diametrorum.

Beweis.

Wie die eine Kugel zu dem Cubo ihres Diametri, so verhält sich auch die andere zu dem Cubo ihres Diametri, (§. 232). Dergleichen verhält sich auch die eine Kugel zu der andern, wie der Cubus des Diametri der einen zu dem Cubo des Diametri der andern (§. 111 *Arithm.*). W. Z. E. W.

Die 75. Aufgabe.

242. Einen Visirstab zu verfertigen, durch den man leicht finden kan, wieviel Bannen von einer flüssigen Materie, als

2 3

Bier,

Bier, Wein, Brantwein u. s. w. in einem cylindrischen Gefäße enthalten sind, oder Raum haben.

Auflösung.

- Tab. XXII. 1. Nehmet den Diameter von einem cylindrischen Gefäße, darein ein Kannenmaaß gehet, und traget ihn aus A in B. Es ist gut, wenn man dieses Gefäß weit und nicht hoch machet.
2. Richtet in A eine lange Perpendicularlinie auf, und traget aus A in 1 den Diameter des Kannen-Gefäßes; so ist die Linie B 1 der Diameter von einem zweykannigen Gefäße, welches mit dem einkannigen einerley Höhe hat.
3. Traget B 1 aus A in 2, so ist B 2 der Diameter eines dreykannigen Gefäßes, welches mit dem einkannigen einerley Höhe hat.
4. Wenn ihr nun auf gleiche Art die Punkte 3, 4, 5, 6. u. s. w. gefunden habt, so traget dieselben auf die eine Seite des Visirstabes, auf die andere aber die Höhe der Kanne so viel mal, als angehet. So ist geschehen, was man verlangte.

Beweis.

Denn, wenn zwey cylindrische Gefäße einerley Höhe, und zwar die Höhe einer Kanne haben, so verhalten sie sich, wie die Quadrate ihrer Diametrorum (§. 240). Daher ist
das

das Quadrat des Diametri eines zweykännigen Gefäßes zwey, eines dreykännigen drey; eines vierkännigen vier mal so groß, als eines einkännigen, u. s. w. Nun ist das Quadrat B_1 oder A_2 zwey mal, das Quadrat B_3 oder A_4 vier mal so groß, als das Quadrat AB oder A_1 (§. 172), u. s. w. Da nun AB oder A_1 der Diameter eines einkännigen Gefäßes ist, so ist A_2 der Diameter eines zweykännigen, A_3 der Diameter eines dreykännigen, A_4 der Diameter eines vierkännigen u. s. w., die aber alle einerley Höhe haben. Derowegen, wenn ihr mit der Seite des Maassstabes, da diese eintheilungen aufgezeichnet sind, den Diameter eines cylindrischen Gefäßes ausmisset; so wisset ihr, wie viel Kannen auf dem Boden stehen können. Messet ihr nun ferner mit der andern Seite des Vießierstabes, so wisset ihr, wie viel Kannen übereinander stehen können. Derowegen, wenn ihr den Diameter durch die Höhe multipliciret; so komt die Anzahl der Kannen heraus, die das ganze Gefäß fassen kan. Und solchergestalt könnt ihr durch den verfertigten Vießierstab den Inhalt eines cylindrischen Gefäßes nach Kannenmaasse finden. W. Z. E. W.

Anmerkung.

243. Es sey $\frac{1}{2}$ E. der Diameter eines cylindrischen Gefäßes 8, die Höhe 12; so haben 96 Kannen in demselben Raum.

Q 4

Die

Die 76. Aufgabe.

Tab.
XXIII.
Fig. 148

244. Ein gegebenes Faß zu visiren,
das ist, zu finden, wie viel Kannen in
demselben Raum haben.

Auflösung.

1. Messet mit der gehörigen Seite des Visierstabes den Diameter des Bodens AB, ingleichen den Diameter des Bauches durch das Spundloch CD; dabey mit der andern Seite des Visierstabes die Länge des Fasses AE.
2. Weil das Faß mitten bey dem Spundloche einen Bauch hat, gegen den Boden aber beyderseits niedergedrückt ist, so nimt man an, (weil es vermöge der Erfahrung zutrifft, ob es sich gleich nicht Geometrisch erweisen läßt), daß das Faß einem Cylinder gleich sey, dessen Grundfläche der mittlere arithmetische Proportionalcircul zwischen dem kleinen Circul des Bodens und dem großen des Bauches ist. Suchet demnach zwischen dem großen Diameter CD, und dem kleinen AB die mittlere Proportionalzahl (§. 107 *Arithm.*), und
3. Multipliciret sie durch die Länge des Fasses AE; so kommt, vermöge des Beweises der vorhergehenden Aufgabe (§. 242), die Zahl der Kannen heraus, welche in dem Fasse Raum haben;

Z. E.

$$\text{Z. E. Es sey } AB = 8 \\ CD = 12,$$

$$\text{so ist die Summe} = 20,$$

$$\text{die halbe Summe} = 10.$$

$$\text{Es sey } AE = 15; \text{ so ist}$$

$$\text{der Inhalt des Fasses} = 150 \text{ Kannen.}$$

Anmerkung.

245. Einige sehen das Faß, als einen aus zweien abgeführten Conis zusammen gesetzten Körper, an; und suchen demnach desselben Inhalt nach der 72 Aufgabe (§. 230). Andere haben das Faß auf andere Arten der geometrischen Körper zu reduciren gesucht, wie aus des Wallisii Algebra cap. 81. f. 340, 350. Vol. 2. Oper. Mathem. zu sehen ist. Und Johannes Dougharty, ein Engländer, hat in seinem General Gauger oder allgemeinen Visirer die Regeln der Geometrarum zum Gebrauch der Weinvisirer nach ihrem Begriff eingerichtet. Allein, da die gemeine Methode ziemlich nahe zutrifft, und man im gemeinen Leben nach der geometrischen Schärfe nicht zu fragen hat; so können wir es bey derselben bewenden lassen. Nur ist zu merken, daß man noch keine bequeme Manier erfonnen hat, Fässer, die nicht voll sind, zu visiren, wenn sie nach der Länge liegen. Will man sie aber auf den Boden setzen, und hernach die Höhe des Weines anstatt der Länge des Fasses annehmen; so kan man nach gegenwärtiger Aufgabe finden, wie viel Kannen darinnen enthalten sind. Wollt ihr aber die Höhe des Weines wissen, wenn das Faß nach der Länge lieget, so steckt eine Röhre ABCD in das Zapfenloch, und mercket, wie hoch der Wein in CD

Tab.
XXIII.
Fig. 148.

steiget: oder hänge einen Bleiwurf durch das Spundloch hinein, bis er auf den Boden fällt, und mercket, wie weit der Faden naß wird: beydes gehet auch mit einer kleinen Veränderung an, wenn das Faß aufgerichtet stehet.

Die 77. Aufgabe.

Tab. 246. Eines jeden irregulären Körpers
XXIV. Inhalt zu finden.
Fig. 150.

Auflösung.

1. Leget den Körper in ein ausgehöhltes Parallelepipedum, und übergießet ihn mit Wasser, oder überschüttet ihn mit Sande. Mercket dabey die Höhe des Wassers, oder des wohlgeebneten Sandes AB.
 2. Nehmet den Körper heraus, und mercket abermal die Höhe des Wassers oder des Sandes, nachdem er wieder geebnet worden, AC: so wisset ihr BC.
 3. Weil nun der Inhalt des Körpers dem Parallelepipedo DFCE gleich ist, so messet desselben Länge FC und Breite CG, und suchet den Inhalt desselben (§. 218).
3. E. Es sey AB 8', AC 5', so ist BC 3'. Es sey ferner FG 12', CG 4': so wird endlich der Inhalt des Körpers 144' gefunden.

Anmer:

Anmerkung.

247. Man muß sich in dem Gefäße darnach richten, daß der Unterschied der Höhe BC gar merklich wird, und daher es lieber hoch, als niedrig und weit machen, weil man sonst den Inhalt des Körpers nicht genau bestimmen kan. Wenn man den Körper in dergleichen Gefäße nicht wohl legen kan, als wenn man zum Exempel eine feststehende Statue ausmessen sollte; so darf man nur entweder ein Parallelepipedum, oder ein viereckichtes Prisma und denselben aufrichten, den leeren Raum mit Sande ausfüllen, und im übrigen, wie vorhin, verfahren.

Der 39. Lehrsatz.

248. Es sind nicht mehr als fünf reguläre Körper möglich.

Beweis.

Ein regulärer Körper ist in lauter gleiche reguläre Figuren eingeschlossen, und zwar in Figuren von einerley Art (§. 39). Die Winkel aber der Flächen, welche zusammen stoßen, müssen allezeit weniger, als 360 Grad, ausmachen. Denn, wenn sie 360 Grad ausmachen, liegen sie in einer ebenen Fläche neben einander, und schliessen also keinen Raum ein.

Nun ist der Winkel in einem regulären Dreyecke 60 Grad (§. 108), und drey machen 180, vier aber 240, und fünfe 300. Derowegen können drey, vier oder fünf reguläre oder gleichseitige Triangel zusammen

men stoßen. Hingegen, weitsechs 360 Grad machen, so können sechs gleichseitige Triangel, wenn sie zusammen stoßen, keinen körperlichen Winkel machen: folglich noch weniger mehrere. Derowegen entstehen aus den gleichseitigen Triangeln nur drey reguläre Körper, nemlich das Tetraëdram, welches in vier; das Octaëdram, welches in achte, und das Icosaëdram, welches in zwanzig gleichseitige Triangel eingeschlossen ist.

Tab.
XXIV.
Fig. 51.
153.
154.

Der Winkel im Quadrate hält 90 Grad (§. 22, 56). Darum können nicht mehr, als drey Quadrate in einem körperlichen Winkel, zusammen stoßen. Und daher entstehet das Hexaëdram oder der Würfel.

Tab.
XXIV.
Fig. 155.

Endlich, der Winkel im Fünfeck ist 108 Grad (§. 131). Darum können nicht mehr, als drey Winkel in einem körperlichen Winkel zusammen kommen. Und daher entstehet das Dodecaëdram, welches in 12 reguläre Fünfecke eingeschlossen ist.

Im Sechseck sind drey Winkel 360 Grad, und in allen übrigen regulären Figuren mehr als 360 Grad (§. 131), und können solchergestalt aus ihnen keine reguläre Körper entstehen. Darum haben wir nicht mehr, als fünf reguläre Körper.
W. Z. E. W.

Die

Die 78. Aufgabe.

249. Netze zu zeichnen, daraus man die geometrischen Körper zusammen legen kan.

Auflösung.

1. Beschreibet einen gleichseitigen Triangel ABC (§ 74): theilet die Seiten in zween gleiche Theile in D, E und F (§. 120), und ziehet die Linien DE, EF und FD: so ist das Netz des Tetraëdri fertig (§. 248). Tab. XXV. Fig. 156.
2. Wenn man die Seite AC in G, BC in H, und ED in L verlängert, bis $CG=DC$, $CH=FC$, $DI=IL=ED$; so lassen sich die Linien GL, CI und IH ziehen, und ist das Netz des Octaëdri fertig (§. 248). Fig. 157.
3. Traget auf die Linie AB die Seite eines Würfels AI viermal, so, daß $AI=IL=LN=NB$, und construirt das Rectangulum ACDB dergestalt, daß $AC=AI$ (§. 139). Ziehet die Linien IK, LM, NO mit AC parallel (§. 91), und verlängert IK und LM beyderseits in E und F, G und H, bis $EI=IK=KF$, und $GL=LM=MH$; so gibt sich das Netz des Hexaëdri oder des Würfels (§. 34). Tab. XXIV. Fig. 158.
4. Beschreibet ein reguläres Fünfeck ABCDE (§. 132), leget das Lineal an D und B, und ziehet die Linie BL; leget es gleich falls an D und A, und ziehet die Linie AG: Tab. XXV. Fig. 159.

machet

machet $AG=AB=BL$, und mit der Breite AB , aus G und L einen Durchschnitt in Q ; so giebt sich das Fünfeck $ABLQG$. Auf gleiche Art hängen die übrigen Fünfecke $BNROC$, $CHGFD$, $DKME$, $EVIA$, ingleichen die übrigen sechs a , b , c , d , e , f daran: so ist das Netz des Dodecaëdri fertig (§. 248).

Tab.
XXV.
Fig. 160.

5. Beschreibet einen gleichseitigen Triangel ACB (§. 74); verlängert die Linie AB in D , und traget sie noch viermal darauf; ziehet CE mit AD parallel (§. 91), und machet $CI=IK=KL=LM=ME=AB$; verlängert AC in N , bis $CN=AC$; leget das Lineal an B und I , F und K , G und L , H und M , D und E , und ziehet die Linien YO , SP , TQ , VR und XE ; leget dasselbe ferner auf D und M , H und L , G und K , F und I , B und C , und ziehet die Linien DQ , XP , VO , TN , SC ; endlich machet $MR=ME$, und $BY=BA$, und ziehet die Linien RE und AY . Die beschriebene Figur ist das Netz des Icosaëdri (§. 248).

Fig. 161. 6. Auf die Linie BD traget aus B in H die Breite, aus H in I die Länge, aus I in K die Breite, und aus K in D die Länge eines Parallelepiped; in B richtest seine Höhe BA perpendicular auf, und beschreibet das Parallelogramm $BACD$ (§. 139).

(§. 139). Ziehet EH, FI, GK mit AB parallel (§. 91), und verlängert EH beiderseits in L und N, ingleichen FI in M und O, bis LE, MF, IO und NH der Breite des Parallelepiped BH gleich werden: so giebt sich das Netz des Parallelepiped (§. 33).

7. Traget auf CF die Seiten der Grundfläche eines Prismatis CG, GH und HF; beschreibet das Rectangulum CAEF, dessen Höhe CA der Höhe des Prismatis gleich ist (§. 139). Auf BD und GH construieret mit AB und DE, CG und HF die \triangle BKD und GIH (§. 76): so ist das Netz des Prismatis fertig (§. 20). Wenn die Grundfläche ein Fünf-, Sech-, Siebeneck 2c. ist; so wird auf BD und GH ein Fünf-, Sech-, Siebeneck 2c. beschrieben (§. 132). Tab. XXIV.
Fig. 162.
8. Beschreibet aus A mit der Seite einer Pyramide AE einen Bogen EB; traget darein die Linien des Umfangs von der Grundfläche ED, DC, CB, und ziehet die Linien AE, AD, AC, AB. Endlich, beschreibet auf DC die Grundfläche der Pyramide: so ist das Netz fertig (§. 38). Tab. XXV.
Fig. 163.
9. Vor das Netz des Cylinders beschreibet ein Rectangulum (§. 139), dessen Höhe BC dem Diameter, die Länge CF dem Umfange gleich ist (§. 166); verlängert Fig. 164.
BC

256 Anfangs-Gründe der Geometrie.

BC in A und D, bis $AB=BC=CD$, und beschreibe die Circul der Grundflächen des Cylinders. So ist geschehen, was man verlangte (§. 29).

Anmerkung.

250. Damit man die Körper aus den Netzen zusammen leimen kan, so lässet man einige Ränder, indem man sie ausschneidet, wie durch die punctirten Linien Fig 156 ist angedeutet worden.

E N D E der G e o m e t r i e.



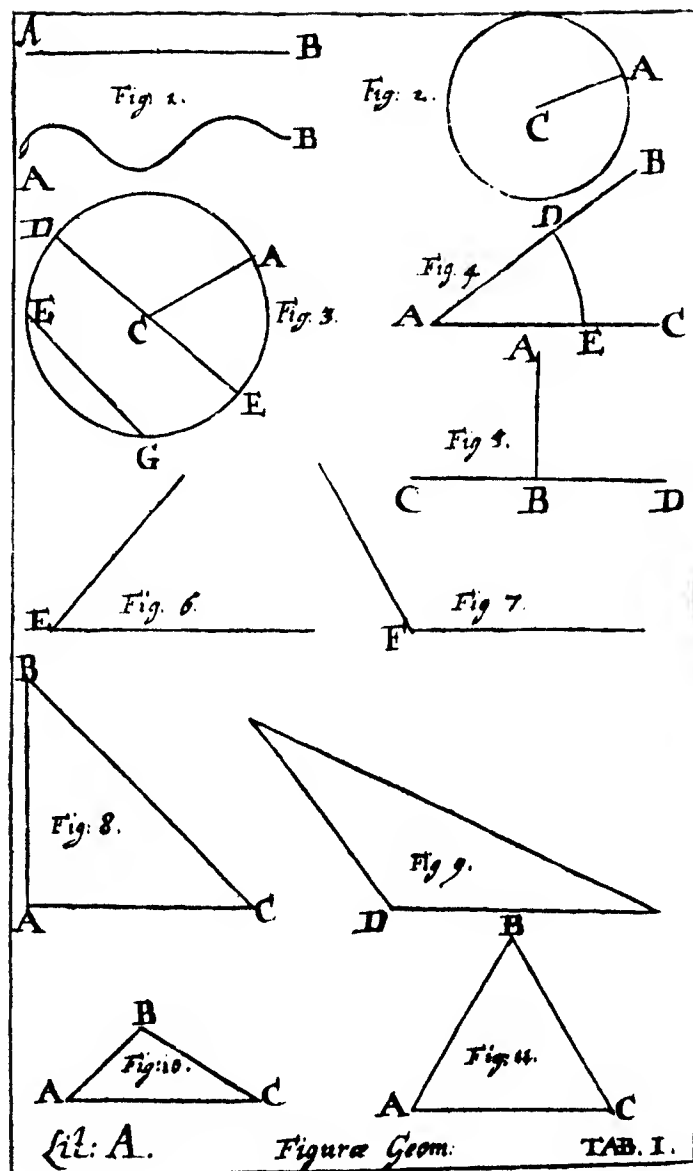
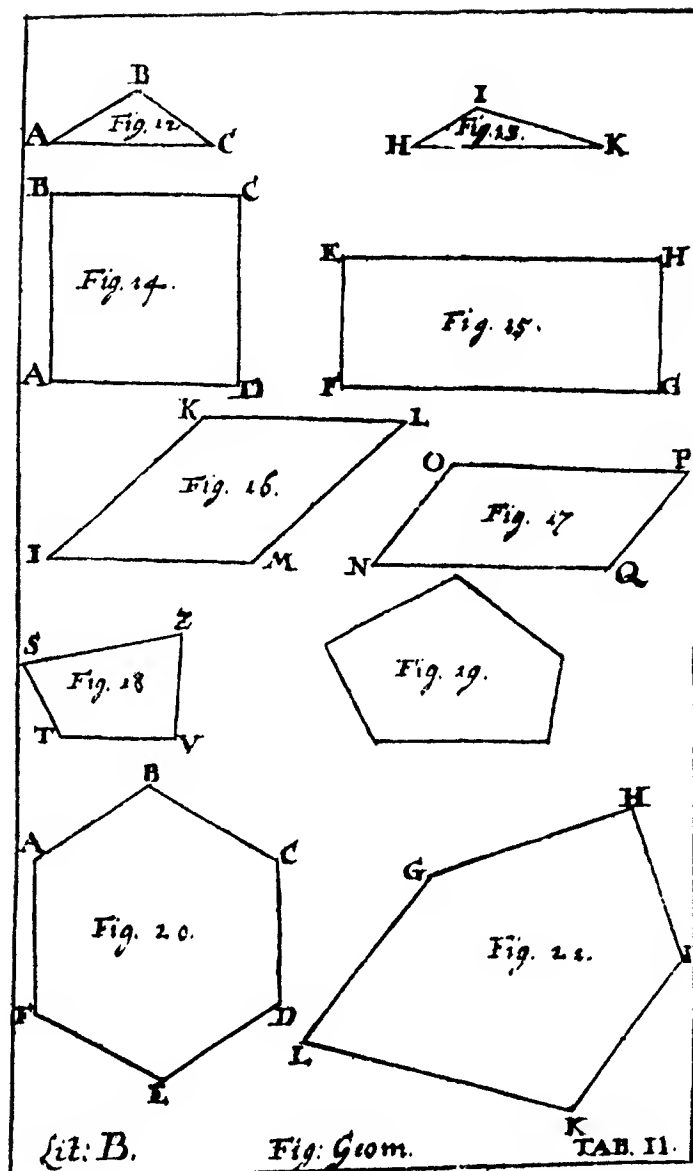
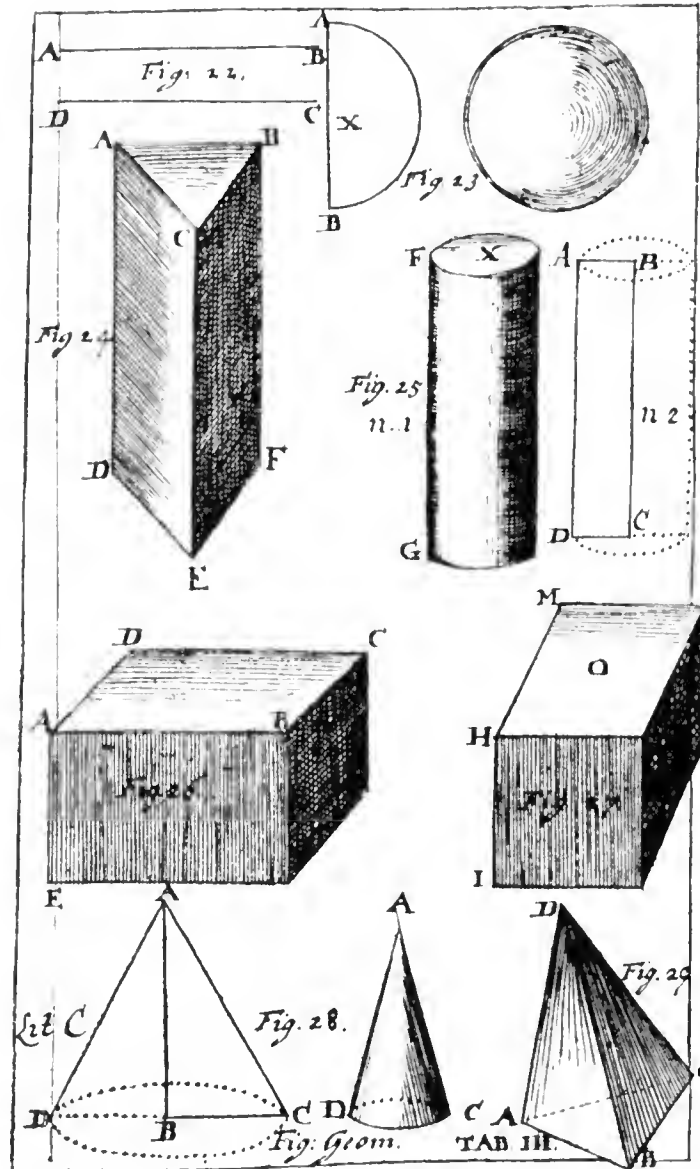


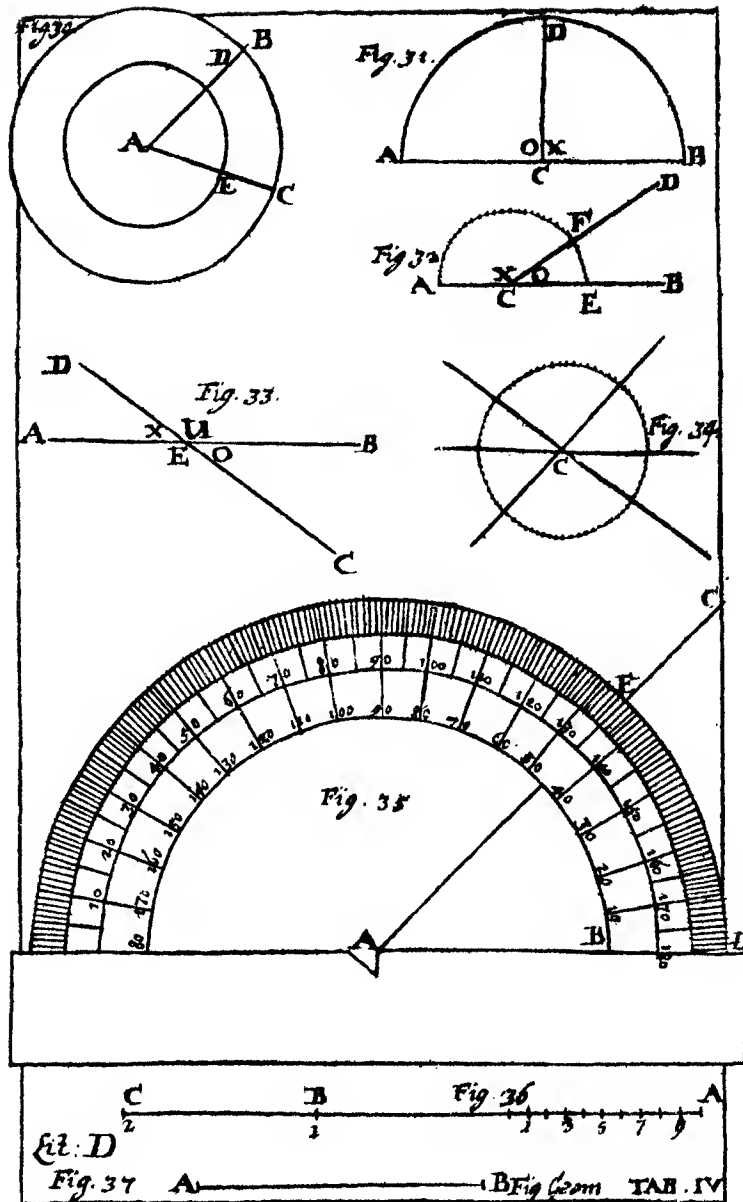
Fig. 11.

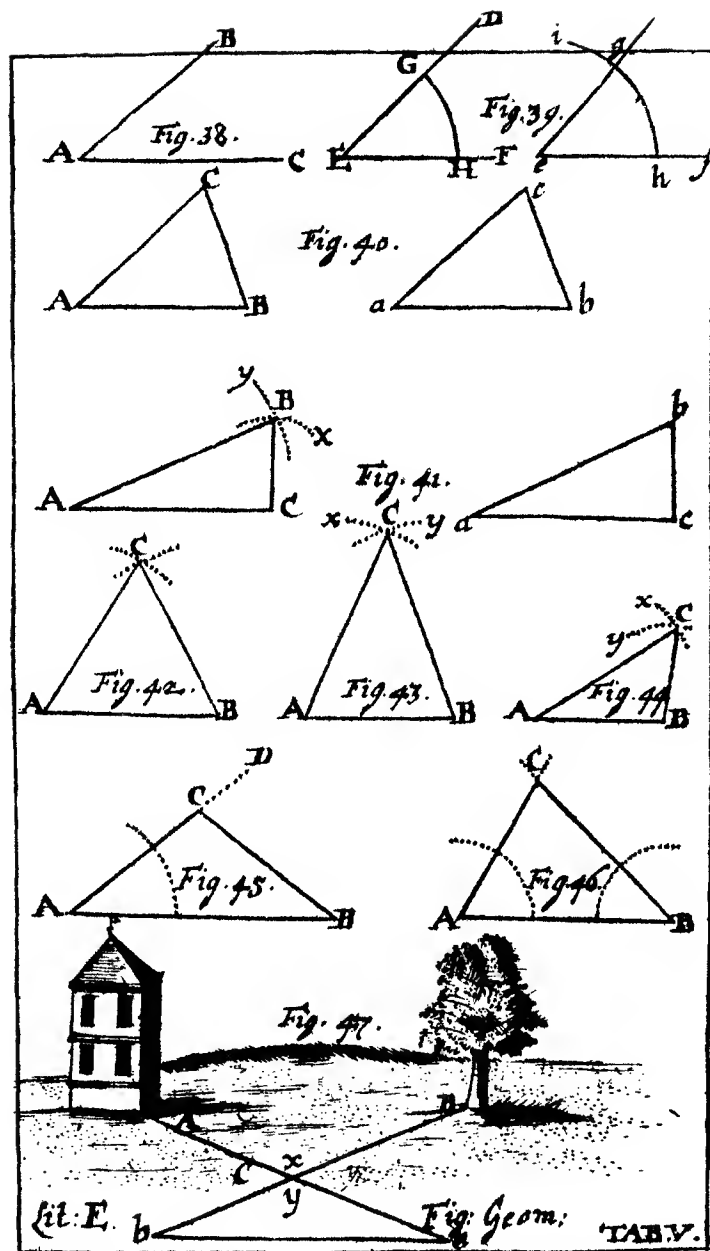
Fig. 12.

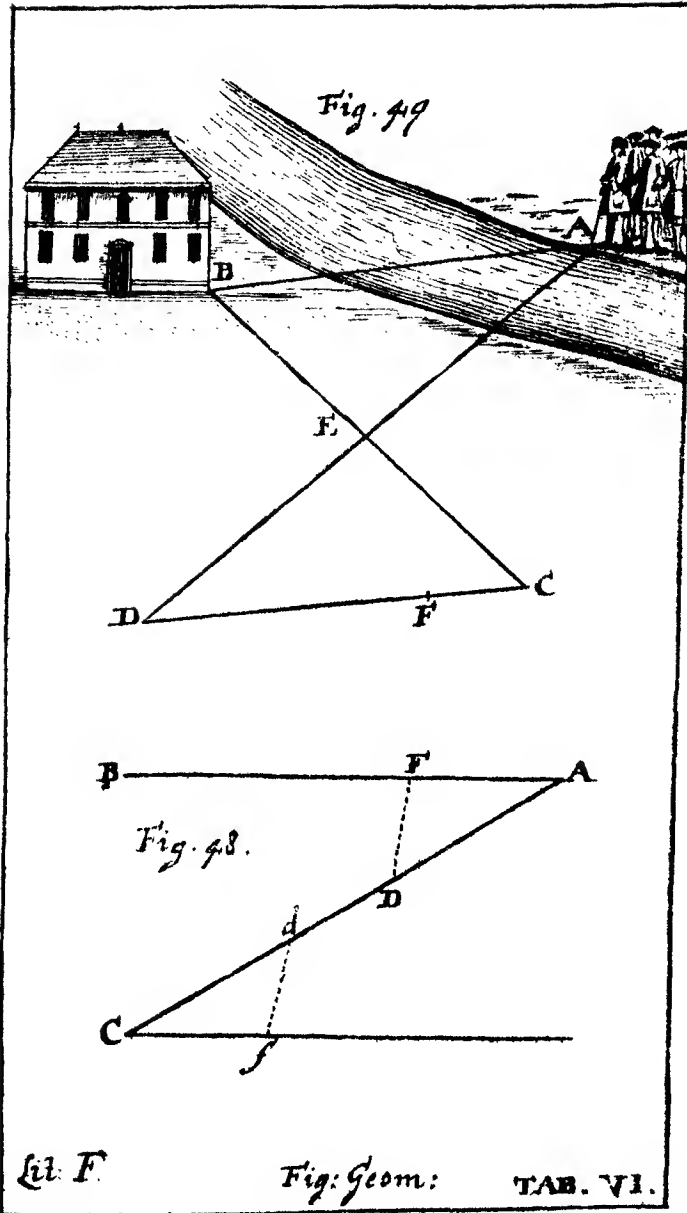
TAB. I.

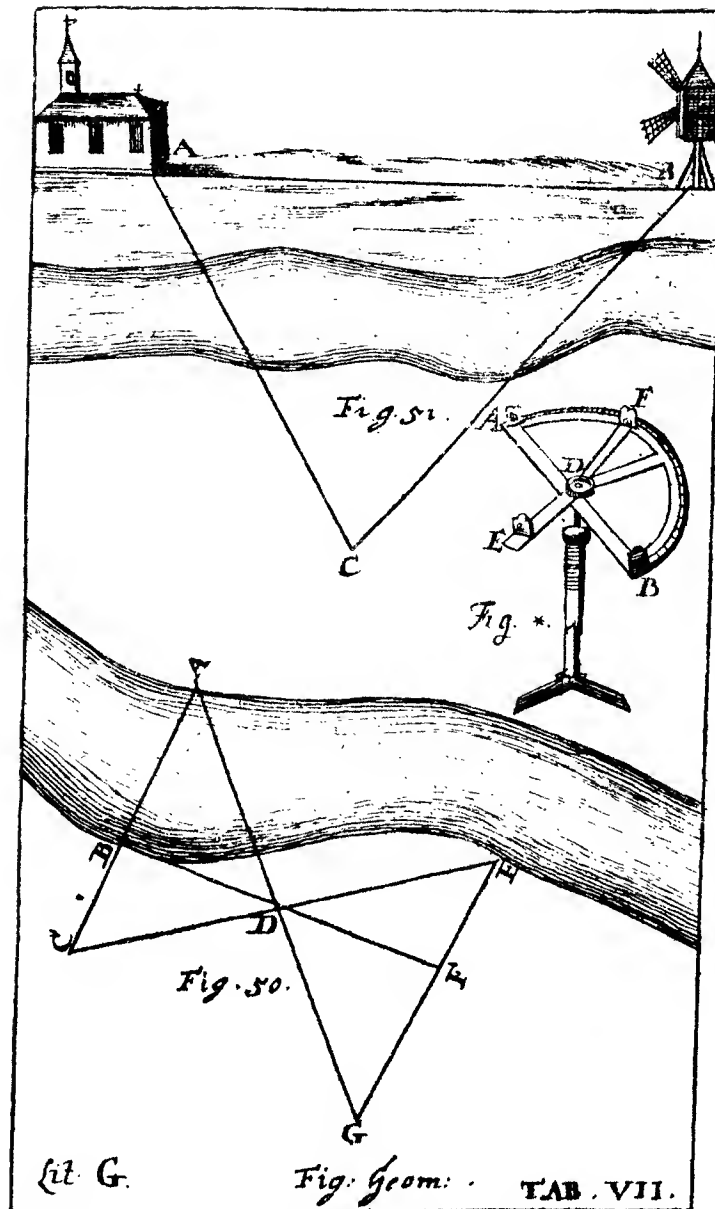


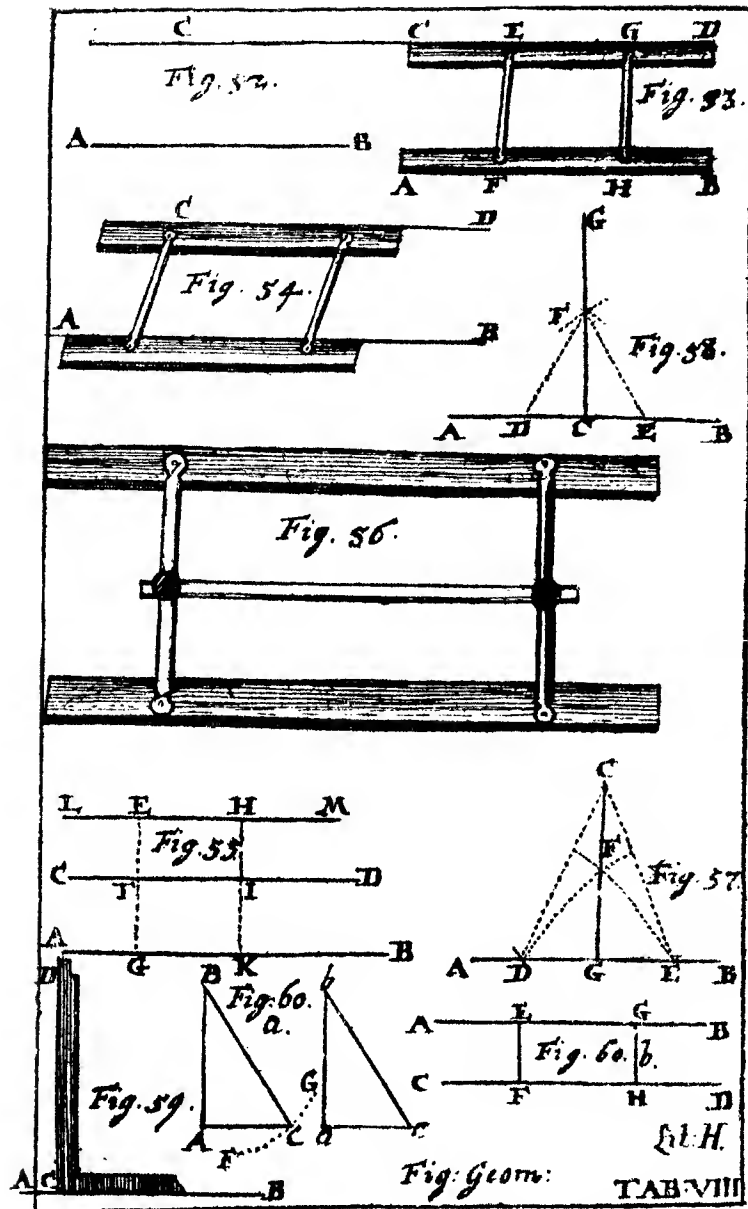


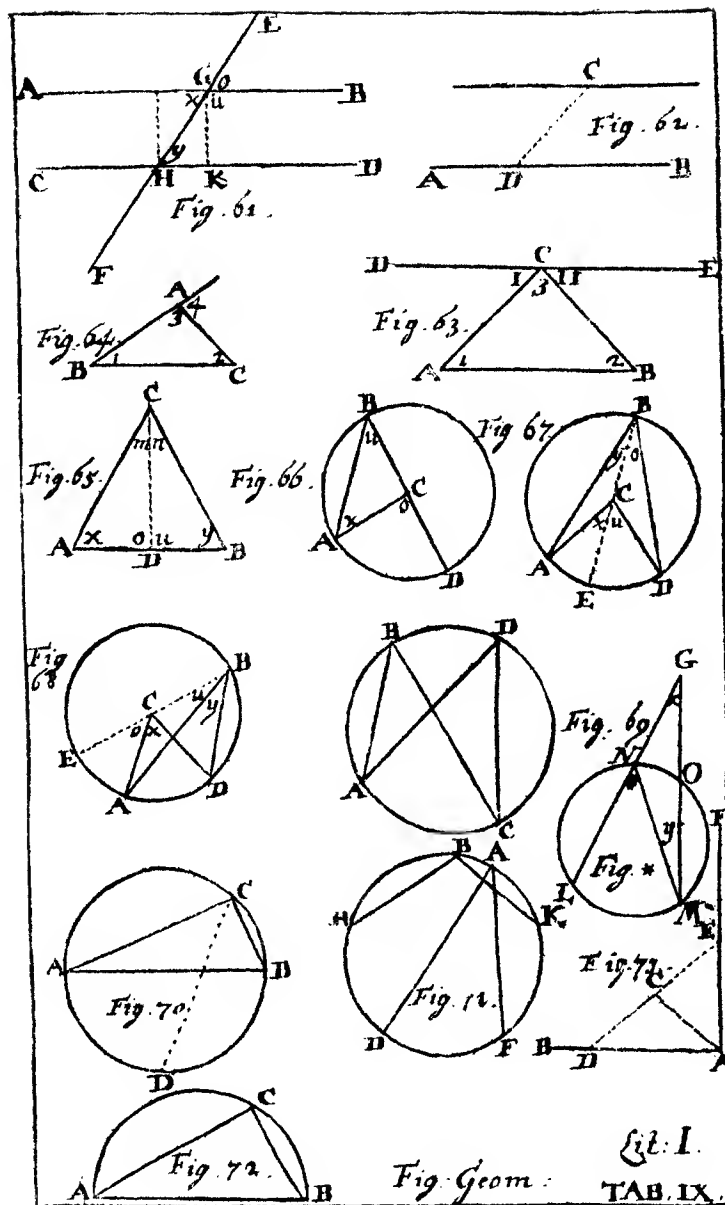


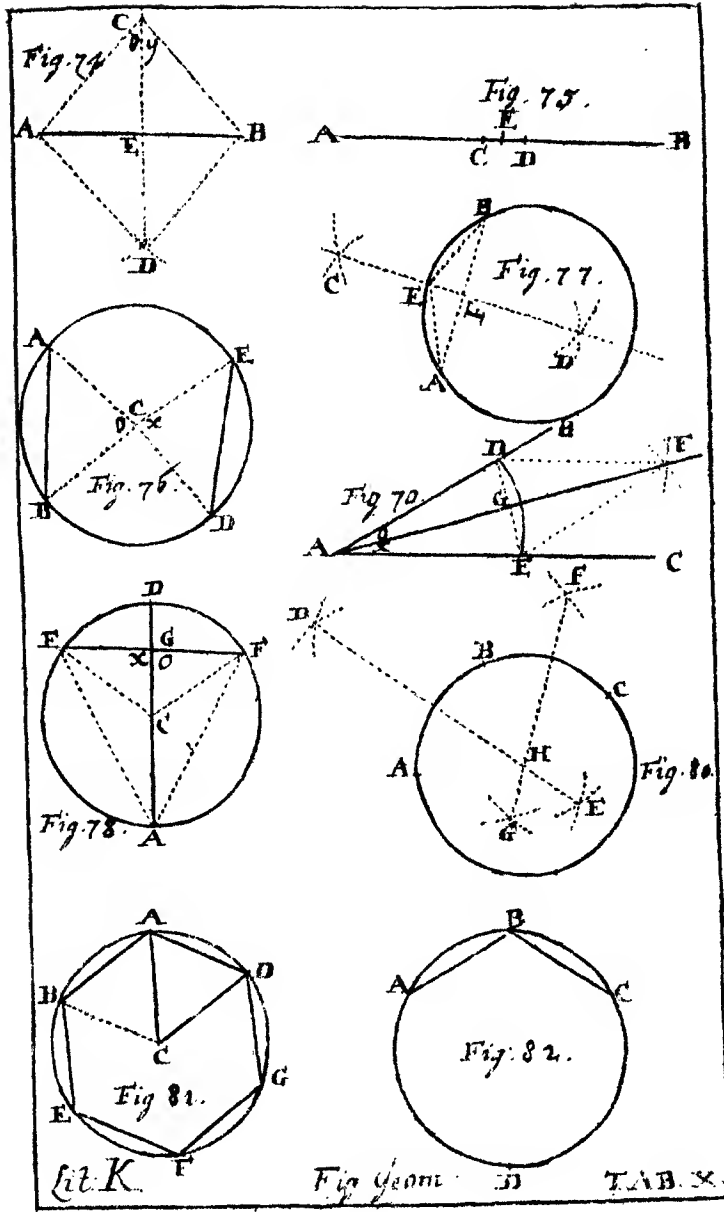








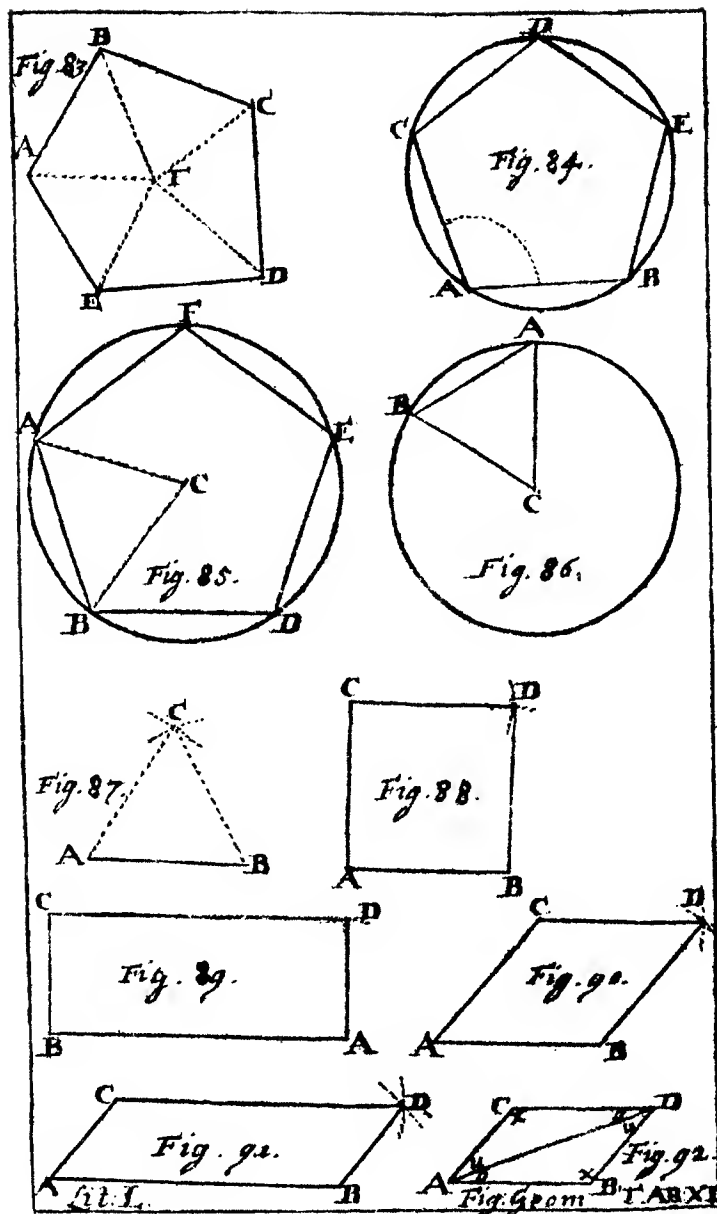


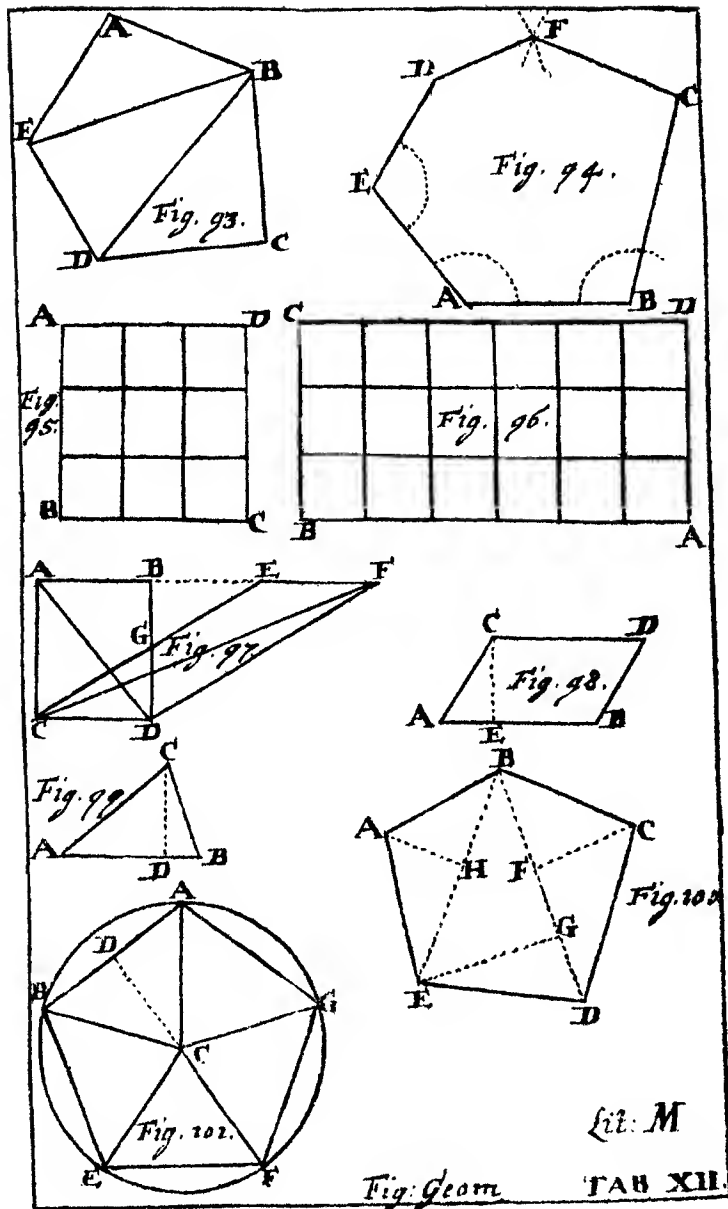


lit K

Fig Geom

TAB. X

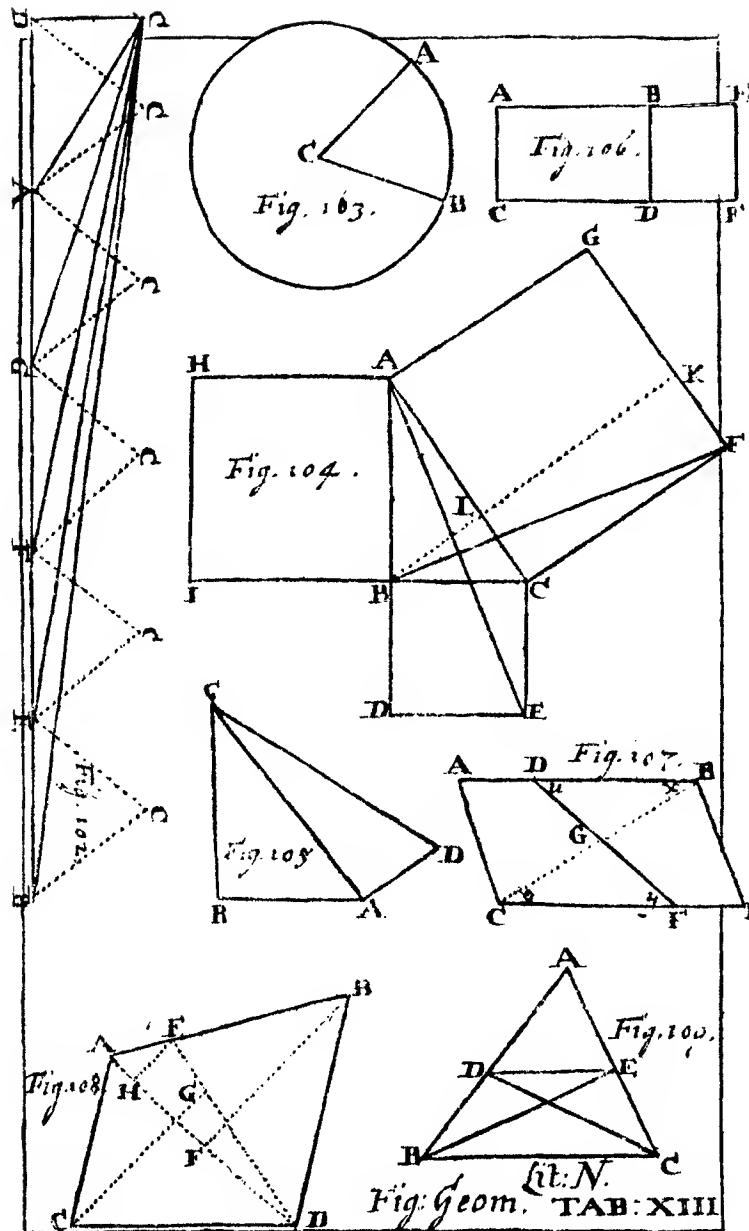




lit. M

Fig. Geom.

TAB XII.



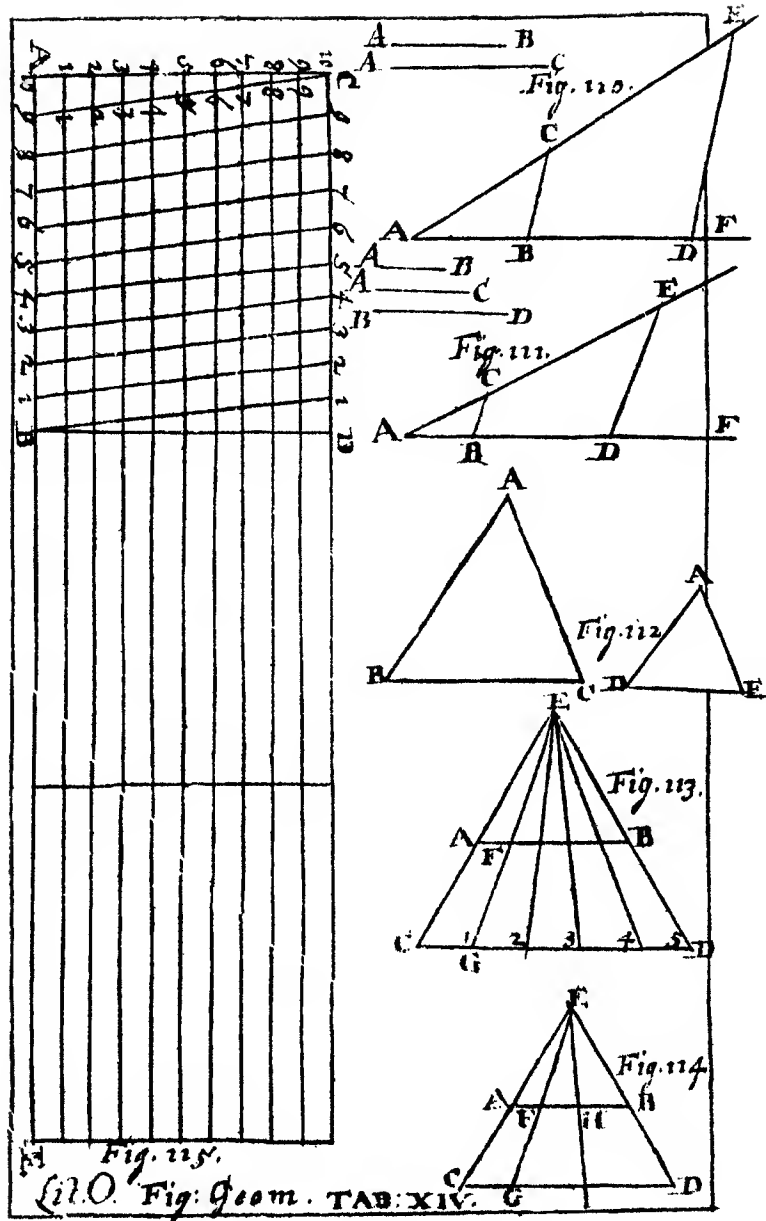
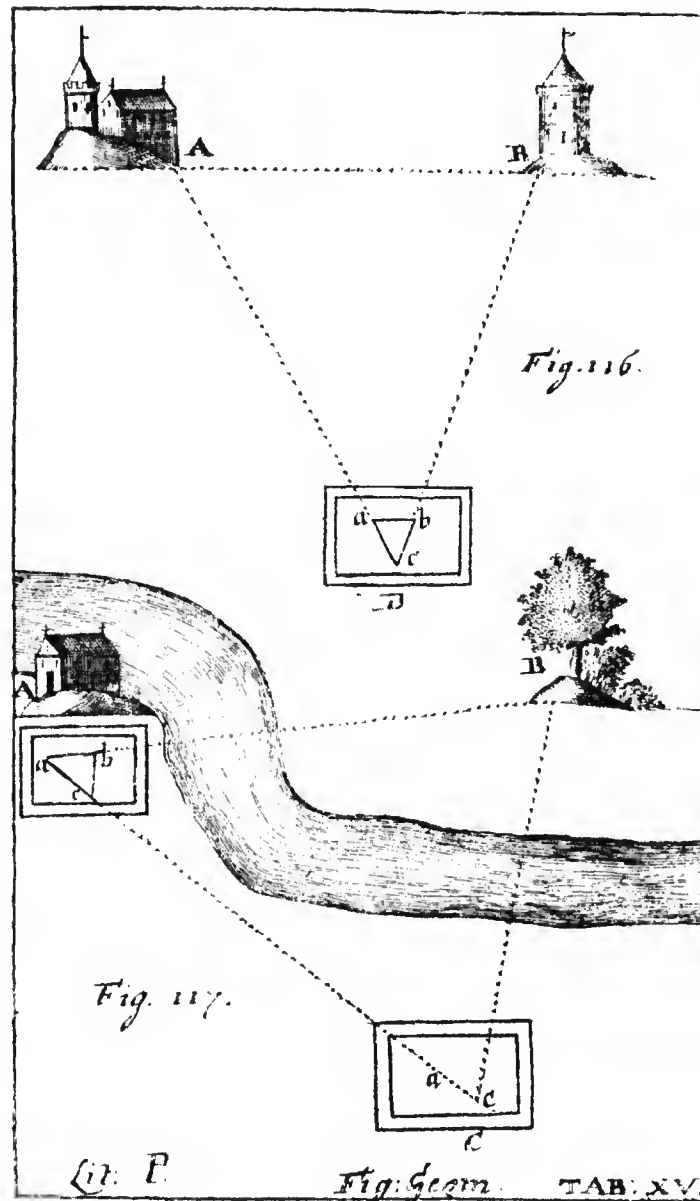


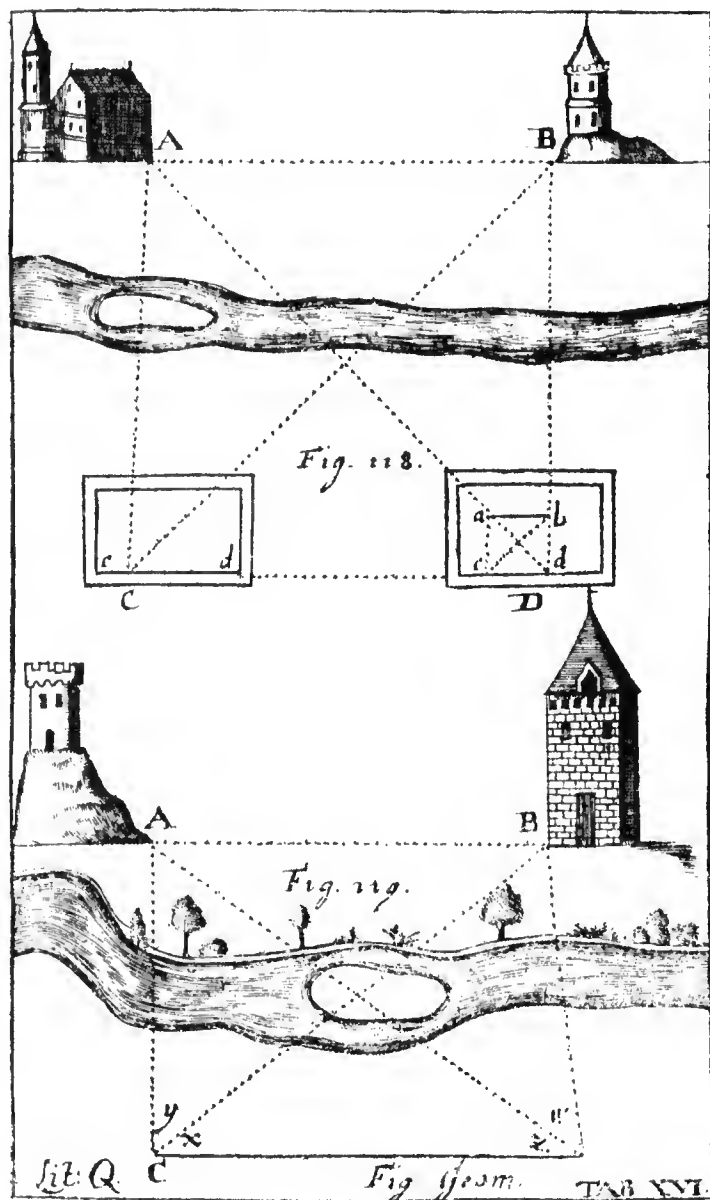
Fig. 110. Fig. 111. Fig. 112. Fig. 113. Fig. 114. Fig. 115. G. O. Fig. Geom. TAB. XIV.

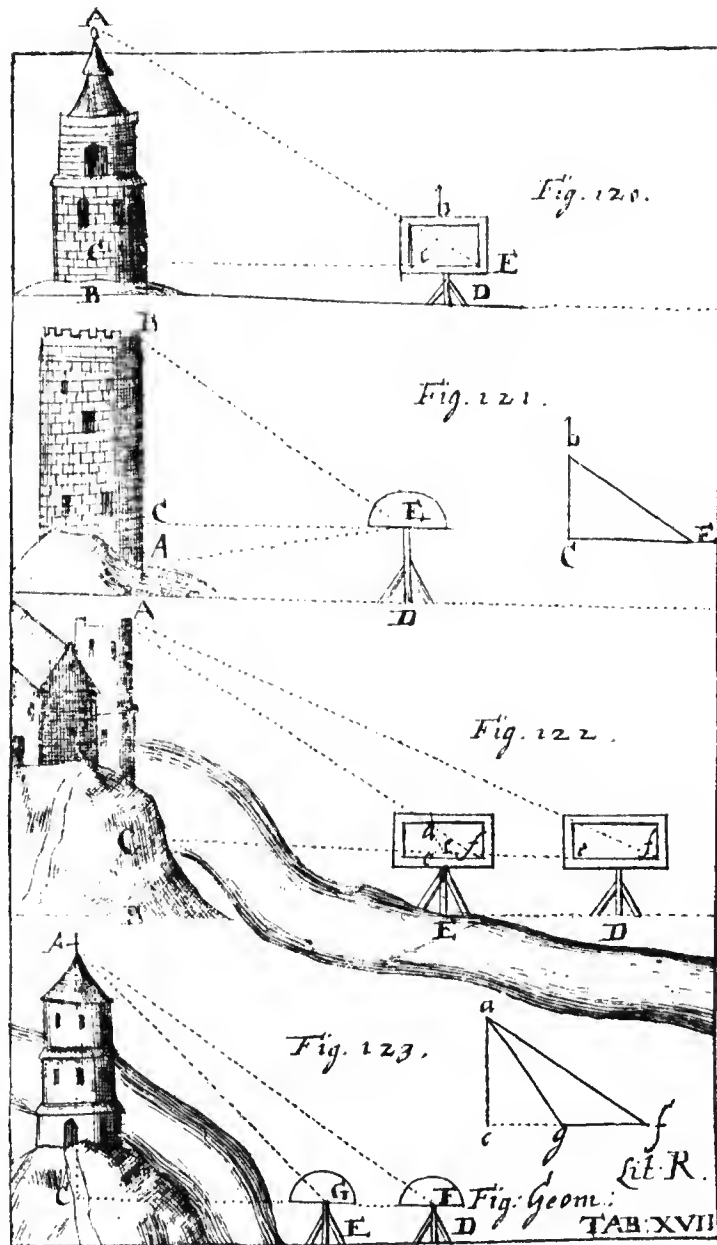


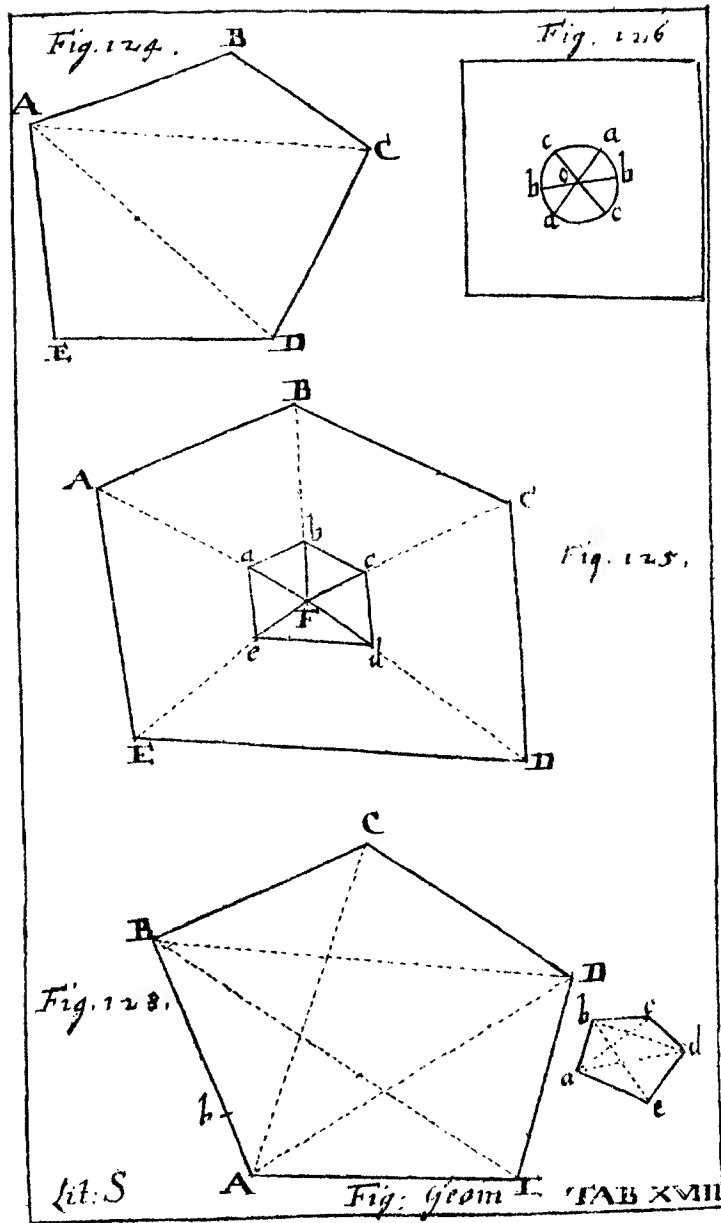
lit. P

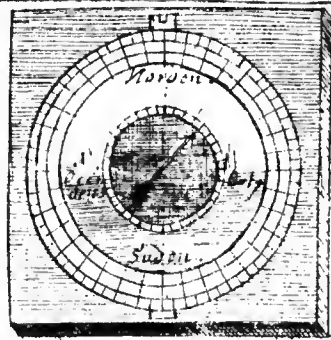
Fig: Geom.

TAB: XV.









Boussole .

Fig. 127.

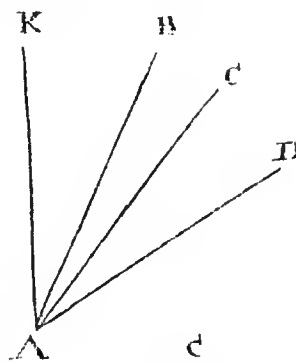


Fig. 130.

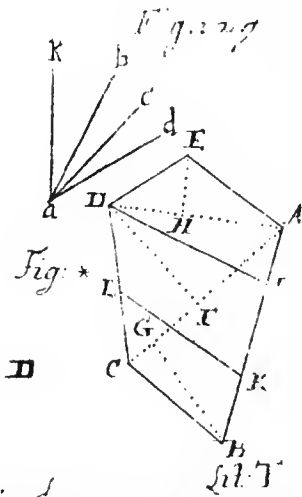
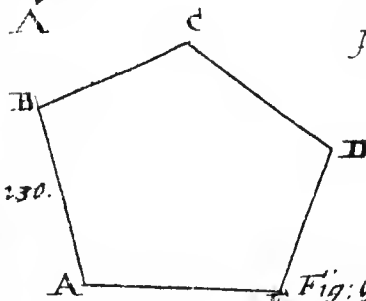
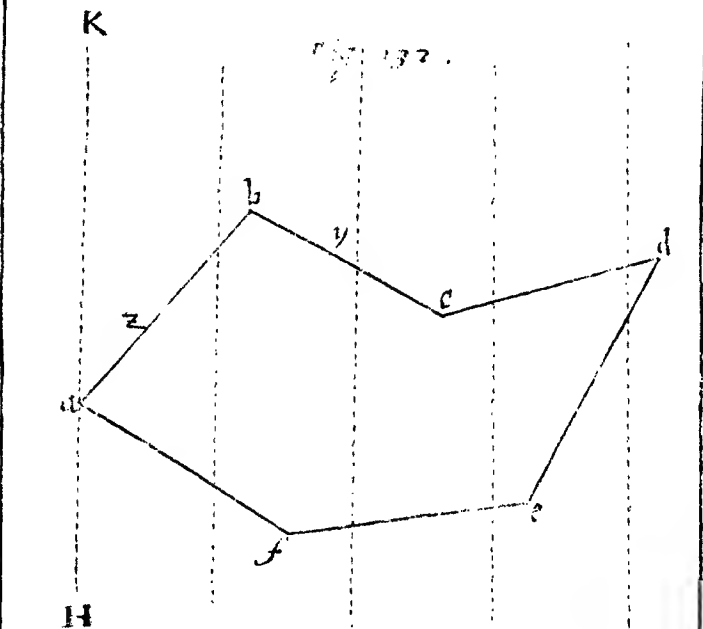
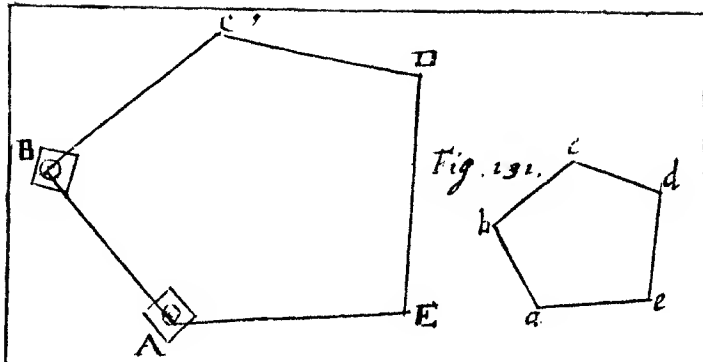


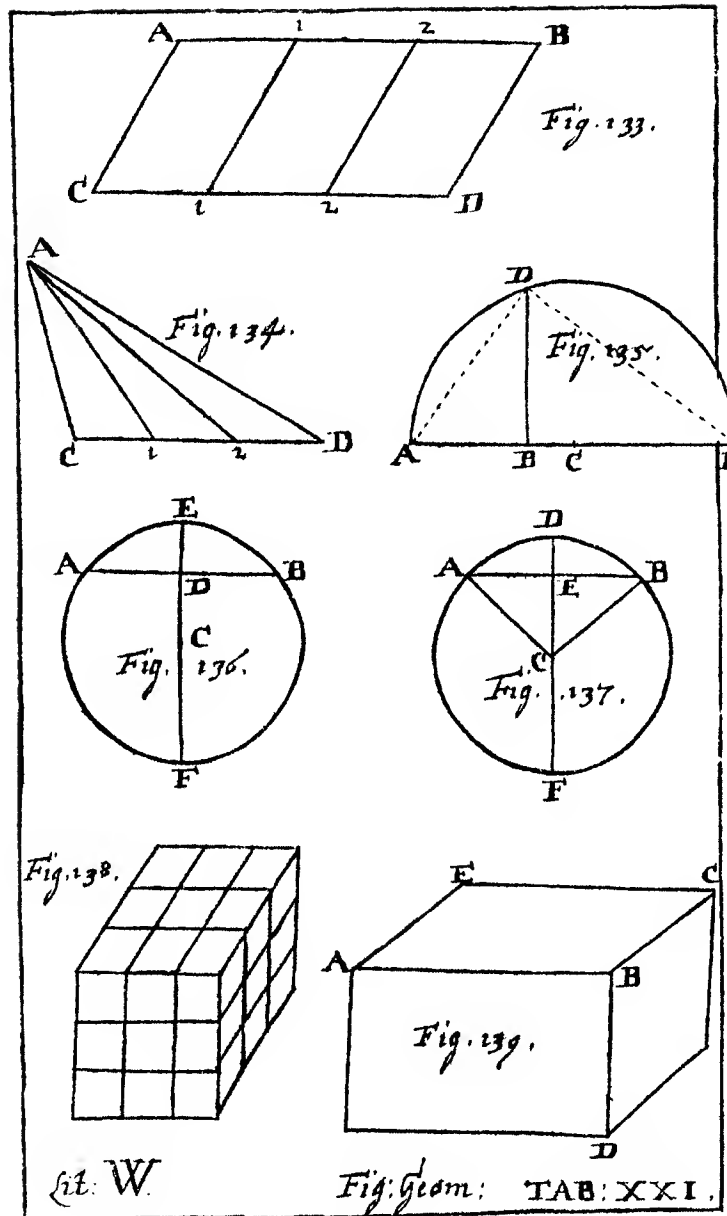
Fig. Geom. TAB. XIX

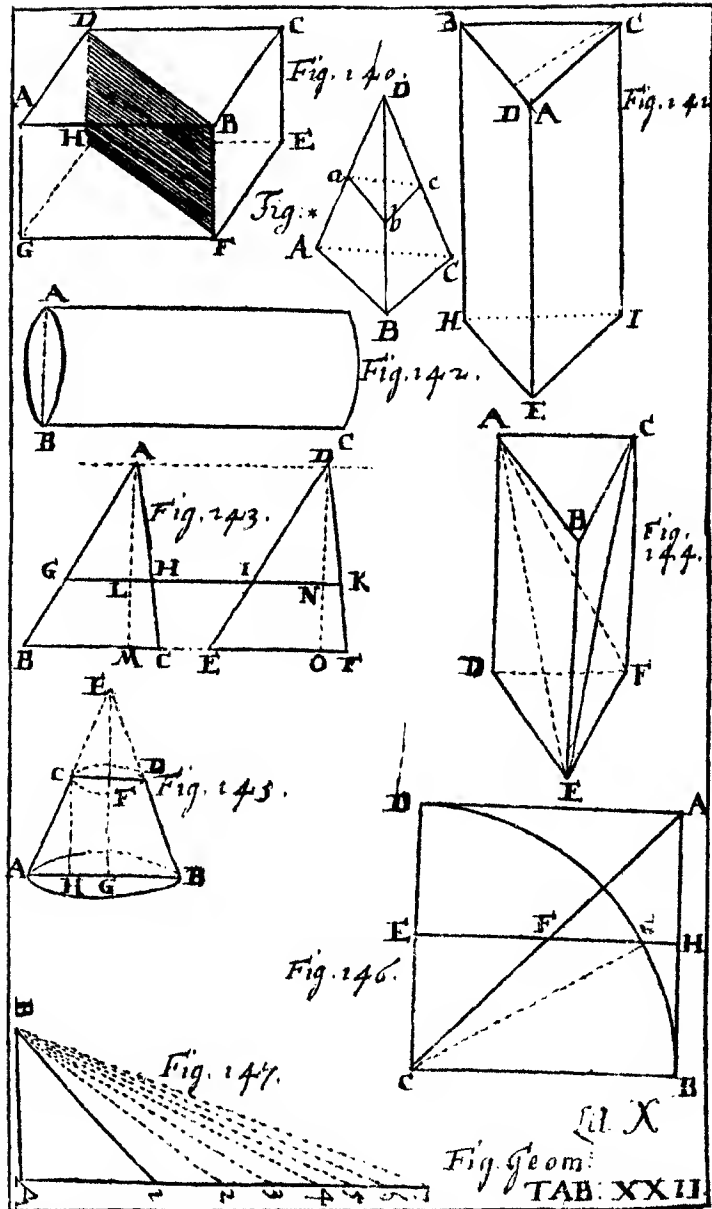


lit. II.

Fig. Geom

TAB x x





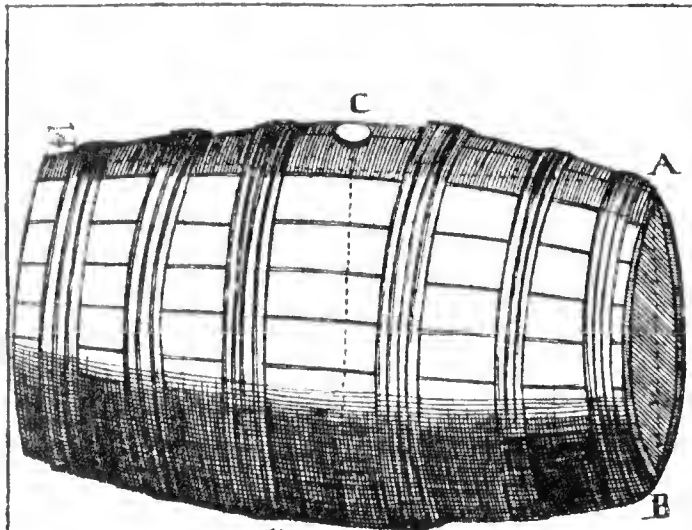


Fig. 148.
D

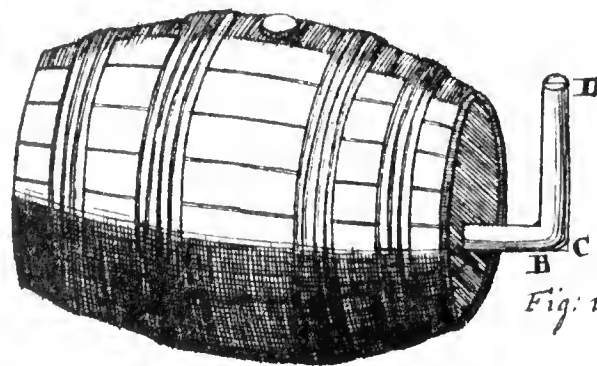
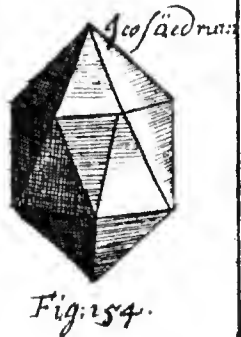
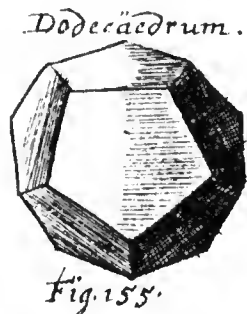
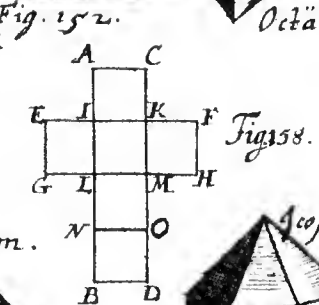
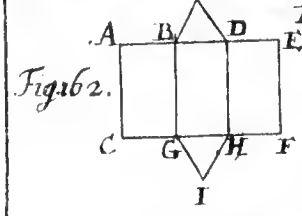
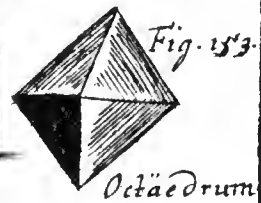
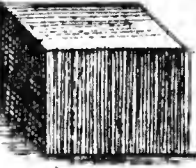
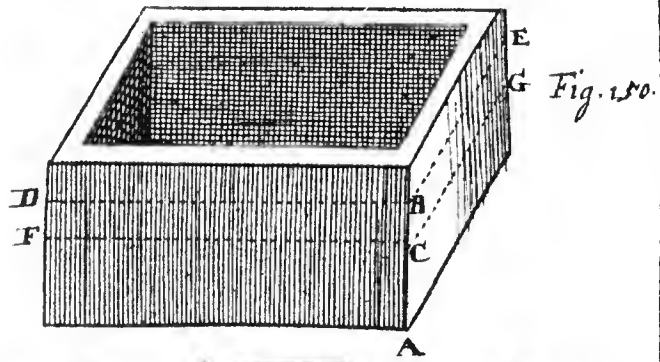


Fig. 149.

lit. y.

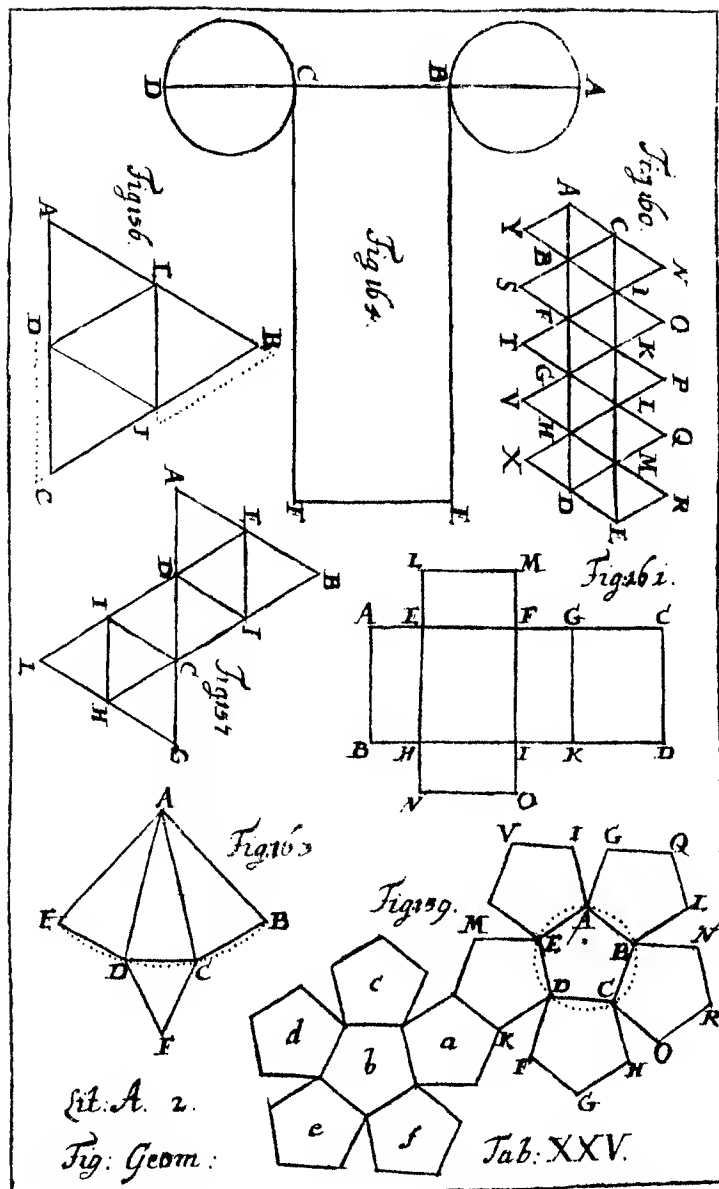
Fig. Geom. TAB. XX III



lit: 7.

Fig: Geom:

TAB: XXIV.



Tit. A. 2.

Fig. Geom.

Tab. XXV.

Anfangs = Gründe
der
Trigonometrie.

(Wolfs Mathes. Tom. I.)

R

Bors



V o r r e d e.

Geehrter Leser,

Die Trigonometrie kommt einem Anfänger zwar ganz schlecht vor, und sollte er meinen, es wäre an ihrer Erkenntniß wenig, ja gar nichts gelegen. Allein alle Verständige in der Mathematick wissen, daß wir der vortreflichsten Erfindungen würden beraubt werden,

R 2

wenn

wenn man uns die Trigonometrie nehmen wolte. Wir wüßten nichts von der Größe der Sterne, ihrer Entfernung von der Erde, ihrer Bewegung, denen Sonn- und Mondfinsternissen, der Größe der Erdkugel und andern unzähligen Dingen mehr, wenn wir nicht diese Wissenschaft hätten. Ihr habt demnach die Trigonometrie anzusehen, als eine Kunst, die verborgensten Dinge an das Tageslicht zu bringen. Derowegen erlernet dieselbe mit Fleiß, und erwartet mit Geduld, bis ihr in den folgenden Theilen der Mathematick, zum Theil auch aus diesen Anfangs-Gründen, ihren unaussprechlichen Nutzen erkennen lernet. Wenn euch aber der Glaube in die Hand kommen wird; so lernet inskünftige vorsichtiger von dem Nutzen der Sachen urtheilen.

An-

Anfangs-Gründe der Trigonometrie.

Die 1. Erklärung.

I.

Die Trigonometrie ist eine Wissenschaft, aus drey gegebenen Theilen eines Triangels die übrigen drey zu finden, nemlich aus zwey Seiten AB und AC und einem Winkel C, die übrigen beyden Winkel A und B nebst der Seite BC; aus zweyen Winkeln und einer Seite die übrigen Seiten; und aus drey Seiten die Winkel.

Tab. I.
Fig. 1.

Die 2. Erklärung.

2. Die halbe Sehne AD eines Bogens AB heisset der *SINVS* des Bogens AE, ingleichen des Bogens AI, welche die Helften der Bogen AEB und AIB sind.

Tab. I.
Fig. 2.

Der 1. Zusatz.

3. Derwegen stehet der Sinus eines Bogens AD auf dem Radio des Circuls EC perpendicular (S. 125 Geom.): und also sind die Sinus verschiedener Bogen mit einander parallel (S. 106 Geom.).

Der 2. Zusatz.

4. Weil der Bogen AE das Maaß des
N 3 Win-

Winkels ACE, und der Bogen AI das Maasß des Winkels ACI ist (§. 17 Geom.); so ist auch AD der Sinus derselben Winkel.

Der 3. Zusatz.

Tab. I. 5. Und also haben zween Winkel ACE
Fig. 2. und ACI, die neben einander auf einer Li-
nie EI stehen, einerley Sinum AD.

Die 3. Erklärung.

6. Die Linie EF, welche auf dem Ende des Radii EC perpendicular aufgerichtet wird, heisset des Bogens AE und folglich des Winkels ECA *TANGENS*; FC aber desselben Bogens und Winkels *SECANS*.

Die 4. Erklärung.

7. Hingegen ED wird sein *SINUS VERSUS*, und AG (=DC) der Sinus des Bogens AH, welcher mit EA 90 Grad machet, der *SINUS COMPLEMENTI*, oder auch *COSINUS* genennet. Eben dieses Bogens AH Tangens HK wird der *TANGENS COMPLEMENTI*, oder *COTANGENS*; der Secans aber KC desselben Bogens der *SECANS COMPLEMENTI* oder *COSECANS* genennet.

Die 5. Erklärung.

8. Endlich der *RADIUS* EC heisset der *SINUS TOTUS*.

Zusatz.

Zusatz.

9. Weil der Radius EC der Sinus des Quadranten EH ist; so ist der Sinus totus der Sinus eines rechten Winkels (§. 56 Geom.).

Der I. Lehrsatz.

10. Die Sinus ähnlicher Bogen BC und EF haben gegen ihre Radios BA und ED einerley Verhältniß. Tab. I.
Fig. 3.

Beweis.

Wenn die Bogen BG und EH einander ähnlich sind, so hat jeder gleich viel Grade (§. 46 Geom.), und also sind die Winkel A und D einander gleich (§. 17, 54 Geom.). Nun sind bey C und F rechte Winkel (§. 3). Derowegen ist: wie der Radius AB zum Sinu BC, so der Radius ED zum Sinu EF (§. 183 Geom.). **W. Z. E. W.**

Anmerkung.

11. Daher hat man dem Sinui toti in einem jeden Circul insgemein 10000000 Theile zugeeignet, und durch Hülfe der Geometrie ausgerechnet, wie viel derselben der Sinus und Tangens von jedem Grade, ja einer jeden Minute, durch den ganzen Quadranten bekommt. Und solchergestalt sind die Tabulæ Sinuum und Tangentium entstanden, welche man in der Trigonometrie nöthig hat: wie in folgenden Aufgaben umständlicher gezeigt wird.

Die I. Aufgabe.

12. Aus dem gegebenen Sinu AD eines Bogens AE den Sinum Complementi DC oder AG zu finden. Tab. I.
Fig. 2.

N 4

Auf:

Auflösung.

1. Ziehet das Quadrat des gegebenen Sinus AD von dem Quadrate des Sinus totius AC ab, so bleibt das Quadrat des Sinus Complementi DC übrig (*S. 172 Geom.*).
2. Aus diesem ziehet die Quadrat-Wurzel (*S. 97 Arithm.*), so komt der Sinus Complementi DC oder AG heraus.

Die 2. Aufgabe.

- Tab. I. 13. Aus dem gegebenen Sinu AD eines
Fig. 4. Bogens AE und dem Sinu Complementi DC den Sinum AM des halben Bogens AL zu finden.

Auflösung.

1. Ziehet den Sinum Complementi DC von dem Sinu toto EC ab, so bleibet der Sinus versus ED übrig.
2. Das Quadrat desselben addiret zu dem Quadrate des gegebenen Sinus AD, so komt das Quadrat der Sehne AE heraus (*S. 172 Geom.*).
3. Hieraus ziehet die Quadrat-Wurzel (*S. 97 Arithm.*): so habt ihr die Sehne AE.
4. Endlich halbiret dieselbe: so bekommt ihr AM den Sinum des verlangten Bogens AL (*S. 2*).

Die 3. Aufgabe.

- Tab. I. 14. Aus dem gegebenen Sinu BG und
Fig. 5. Cosinu GC eines Bogens FB den Sinum DE des doppelten Bogens DFB zu finden.
- Auf,

Auflösung.

In den Triangeln CGB und DEB sind die Winkel bey E und G rechte Winkel (§. 3), und der Winkel B ist beyden Triangeln gemein. Derowegen ist auch: wie der Sinus totus CB zu GC dem Sinu Complementi des Bogens FB, so der doppelte Sinus dieses Bogens DB zu dem verlangten Sinu DE des doppelten Bogens DFB (§. 183 Geom.). Danun die ersten drey gegeben sind, so könnet ihr den vierten durch die Regel Petri (§. 113 Arithm.) finden.

Die 4. Aufgabe.

15. Aus zween gegebenen Sinibus FG und DE zweener Bogen FA und DA, deren Unterscheid DF nicht über 45 Minuten ist, den Sinum IL eines Bogens IA, der zwischen sie fällt, zu finden.

Tab. I.
Fig. 6.

Auflösung.

1. Suchet zu den Bogen DF, IF und dem Unterscheide der gegebenen Sinuum DH die vierte Proportional = Zahl (§. 113 Arithm.).
2. Dieselbe addiret zu dem kleinen der gegebenen Sinuum FG, so komt der Sinus IL heraus.

Beweis.

Weil der Bogen DF nur etliche wenige Minuten hat, so kan man ihn für eine gerade Linie

R 5

Linie halten. Da nun IL mit DH parallel ist (§. 3); so ist: wie DF der Unterscheid der Bogen, deren Sinus gegeben werden, zu DH dem Unterscheide der gegebenen Sinuum; also IF der Unterscheid des Bogens FA, zu welchem der kleine gegebene Sinus gehört, von dem Bogen IA, dessen Sinus verlangt wird, zu dem Unterscheide IK zwischen dem Kleinen gegebenen Sinu FG und dem gesuchten IL (§. 184 Geom.). Derowegen, wenn ihr IK zu FG addiret, so muß nothwendig der verlangte Sinus IL heraus kommen (§. 18 Arithm.). W. 3. E. W.

Die 5. Aufgabe.

16. Einiger Bogen Sinus ohne die vorhergehenden Aufgaben zu finden.

Auflösung.

1. Weil die Seite des Sechseckes oder die Sehne von 60 Graden dem Radio oder Sinu toti gleich ist (§. 135 Geom.): so dürfet ihr nur den Sinum totum halbiren, wenn ihr den Sinum von 30 Graden verlangt (§. 2).
2. Weil die Seite des Vierecks AB die Sehne von 90 Graden, und ihr Quadrat denen beyden Quadraten BC und AC (das ist, da $BC = AC$ (§. 45 Geom.) dem Quadrat BC zwey mal genommen) gleich

Tab. I.
Fig. 7.

gleich ist (*S. 172 Geom.*); so duplirt das Quadrat des Sinus totius, und ziehet aus dem Producte die Quadrat-Wurzel (*S. 97 Arithm.*): alsdann bekommt ihr die Sehne von 90° , deren Helfte der Sinus von 45° ist.

Anmerkung.

17. Aus diesen Sinibus kan man durch die vorhergehenden Aufgaben die übrigen finden, wie ich in meinen Element. Trigon. *S. 25.* ausführlich gezeigt habe, wenn man nur noch die Seite des regulären Fünfecks gefunden hat, wie in der Algebra angewiesen wird. Zwar hat man, um die Arbeit zu erleichtern, noch mehrere Aufgaben erdacht, die hin und wieder in den Trigonometrischen Schriften zu finden sind: allein, da die Tabula Sinuum schon construiert sind, und wir weiter nichts, als die Möglichkeit ihrer Verrfertigung zu zeigen, gesonnen sind; so halten wir es vor unnöthig, ein mehreres davon zu gedenken, und zeigen nur noch an, wie man die Tangentes und Secantes aus den Sinibus hat finden können.

Die 6. Aufgabe.

18. Aus dem gegebenen Sinu eines Wogens AD den Tangentem FE zu finden. Tab. I.
Fig. 2.

Auflösung.

Weil bey D und E rechte Winkel sind (*S. 3, 6*); so ist die Linie AD mit EF parallel (*S. 106 Geom.*), und demnach verhält sich der Sinus Complementi DC zu dem Sinu AD, wie der Sinus totus CE zu dem Tangente EF (*S. 184 Geom.*).

Die

Die 7. Aufgabe.

Tab. I, 19. Aus dem gegebenen Sinu eines Wö-
Fig. 2, gens AD den Secantem desselben FC zu fin-
den.

Auflösung

Vermöge dessen, was von der vorherge-
henden Aufgabe ist erwiesen worden, verhält
sich: wie der Sinus complementi DC zum
Sinu toto AC, so der Sinus totus EC zu dem
Secante FE; und also kan man den letz-
ten durch die Regel Detri finden (*J. 112.*
Aritbm.).

Anmerkung.

20. Weil die Sinus und Tangentes große Zah-
len sind, welche das Multipliciren und Dividiren
in der Trigonometrie sehr beschwerlich machen; so
hat Johannes Zepper, ein Schottländischer Bas-
ron, und nach ihm Heinrich Briggs, ein Engels-
länder, gewisse Zahlen erfunden, welche man an-
statt der ordentlichen Zahlen mit großem Vortheile
in der Rechnung brauchen kan, indem sie das Mul-
tipliciren in das Addiren, und das Dividiren in
das Subtrahiren verwandeln. Sie werden Loga-
rithmi genennet, und sind nicht allein für alle Sinus
und Tangentes, sondern auch für die gemeinen Zah-
len von 1 bis 10000, zuweilen auch weiter in den
gewöhnlichen Tabulis Sinuum und Tangentium zu
finden. Von denselben müssen wir noch mit we-
nigem handeln.

Die 6. Erklärung.

21. Wenn eine Reihe Zahlen in geo-
metrischer Proportion, und andere in
arithmetischer fortgehen; so heißen die
in

in der letztern die *LOGARITHMI* der erstern.

Anmerkung.

22. Es seyn die beyden Reihen Zahlen

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512

0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9

unter welchen die erstern in einer geometrischen, die andern in einer arithmetischen Proportion fortgehen; so ist 0 der Logarithmus von 1, 1 der Logarithmus von 2, 2 der Logarithmus von 4, 7 der Logarithmus von 128 u. s. w.

Der 2. Lehrsatz.

23. Wenn der Logarithmus von Eins 0 ist, so ist der Logarithmus des Productes gleich der Summe der Logarithmorum der in einander multiplicirten Zahlen.

Beweis.

Weil sich verhält 1 zu der einen Zahl, wie die andere zu dem Producte (*S. 21 Arithm.*); so ist der Logarithmus des Productes die vierte arithmetische Proportionalzahl zu den Logarithmis von 1 und den in einander multiplicirten Zahlen (*S. 21*). Da nun der Logarithmus von Eins 0 ist; so ist der Logarithmus des Productes die Summe aus den Logarithmis der in einander multiplicirten Zahlen (*S. 108 Arithm.*). **W. 3. E. W.**

Anmerkung.

24. 3. E. 3 die Summe der Logarithmorum 1 und 2 ist der Logarithmus von 8 dem Producte der beyden

beiden Zahlen 2 und 4. Wiederum 7 die Summe der Logarithmorum 2 und 5, ingleichen 4 und 3, ist der Logarithmus von 128 dem Producte aus den beiden Zahlen 4 und 32, ingleichen 8 und 16.

Der 1. Zusatz.

25. Weil in einem Quadrate die beiden Zahlen, welche in einander multipliciret werden, gleich sind (§. 88 *Arithm.*); so ist der Logarithmus des Quadrats dem Logarithmo der Wurzel, zweymal genommen, gleich (§. 23).

Anmerkung.

26. Also ist 4 der Logarithmus von der Quadrat-Zahl 16 zwey mal so groß, wie 2 der Logarithmus von der Wurzel 4; und 6 der Logarithmus von der Quadrat-Zahl 64 ist zwey mal so groß, wie 3 der Logarithmus von der Wurzel 8.

Der 2. Zusatz.

27. Derwegen ist die Helfte eines Logarithmi der Logarithmus der Wurzel aus der ihm zugehörigen Zahl.

Anmerkung.

28. Also ist die Helfte des Logarithmi 8 der Logarithmus der Wurzel 16 aus der Quadrat-Zahl 256.

Der 3. Zusatz.

29. Weil die drey Zahlen, durch deren Multiplication in einander eine Cubic-Zahl entstehet, einander gleich sind (§. 89 *Arithm.*); so ist der Logarithmus einer Cubic-Zahl drey mal so groß, wie der Logarithmus der Wurzel (§. 23).

Anz

Anmerkung.

30. Also ist 9 der Logarithmus von der Cubic-
Zahl 512 dreymal so groß, als 3 der Logarithmus
von der ihr zugehörigen Wurzel 8.

Der 4. Zusatz.

31. Derwegen ist der Logarithmus der
Cubic-Wurzel der dritte Theil des Loga-
rithmi der Cubic-Zahl.

Anmerkung.

32. Z. E. 2 der Logarithmus von 4 ist der dritte
Theil des Logarithmi 6 von der Cubic-Zahl 64.

Der 3. Lehrsatz.

33. Wenn der Logarithmus von Eins 0
ist, so ist der Logarithmus des Quotien-
ten der Unterscheid zwischen den Loga-
rithmis der beyden Zahlen, die man durch
einander dividiret.

Beweis.

Weil sich Eins zu dem Quotienten ver-
hält, wie der Divisor zum Dividendo (S. 20
Arithm.); so ist der Logarithmus des Quo-
tienten die vierte arithmetische Proportio-
nal-Zahl zu den Logarithmis des Diviso-
ris, des Dividendi und Eins (S. 21). De-
rowegen, da der Logarithmus von Eins 0
ist, so muß der Logarithmus des Quotienten
der Unterscheid von den Logarithmis des
Divisoris und Dividendi seyn (S. 108
Arithm.). W. Z. E. W.

Zusatz.

34. Man findet also den Logarithmum
von

von einem Bruche, wenn man den Logarithmum des Zehlers von dem Logarithmo des Nenners abziehet, und vor das überbliebene das Zeichen der Subtraction — sehet (§. 52 *Arithm.*).

Die 1. Anmerkung.

35. Also ist 2 der Unterschied zwischen 5 und 7 der Logarithmus des Quotienten 4, welcher heraus kommt, wenn man die dazu gehörigen Zahlen 128 und 32 durch einander dividiret. Ingleichen 5 die Differenz zwischen 3 und 8 ist der Logarithmus von 32 dem Quotienten, der heraus kommt, wenn man 256 durch 8 dividiret. Hingegen —1, der Unterschied zwischen 0 und 1 ist der Logarithmus von $\frac{1}{2}$.

Die 2. Anmerkung.

36. Hieraus erhellet, wie die Logarithmi das Multipliciren in Addiren, das Dividiren in Subtrahiren, die Ausziehung der Quadrat-Wurzel in Halbiren und die Ausziehung der Cubic-Wurzel in das Dividiren durch 3 verwandeln.

Die 8. Aufgabe

37. Für eine jede Zahl den gehörigen Logarithmum zu finden.

Auflösung.

1. Weil 1, 10, 100, 1000, 10000 u. s. w. in einer geometrischen Proportion fortgehen, so kan man ihre Logarithmos nach Gefallen annehmen. Nehmet also davor an 0. 00000000, 1. 00000000, 2. 00000000, 3. 00000000, 4. 00000000 u. s. w. damit ihr die Logarithmos der Zahlen, die
zwi-

zwischen 1 und 10, zwischen 10 und 100, zwischen 100 und 1000, u. s. w. fallen, ohne Brüche finden können.

2. Nun ist zwar klar (§. 21), daß vor die Zahlen, welche zwischen 1 und 10, zwischen 10 und 100, zwischen 100 und 1000 und so weiter, fallen, keine Logarithmi genau können gefunden werden. Unter dessen lassen sich Logarithmi für Zahlen finden, die von ihnen um so einen kleinen Bruch unterschieden sind, als man nur verlangt, und daher in trigonometrischen Rechnungen, ohne einigen merklichen Fehler, für die Logarithmos derselben Zahlen selber können gehalten werden: welches sich am süglichsten in einem Exempel zeigen läßt. Wir wollen das gemeine Exempel behalten, welches man zu geben pfleget, weil es beschwehrlich ist, ein neues zu rechnen und demnach setzen, man solle den Logarithmum von 9 finden. Suchet zwischen 1 und 10 mit sieben Nullen vermehret, die mittlere geometrische (§. 112 *Aritbm.*), und zwischen ihren Logarithmis die mittlere arithmetische Proportional-Zahl (§. 107 *Aritbm.*); so habt ihr den Logarithmum von der Zahl C in beigesehter Tafel. Hierauf suchet ferner die mittlere Proportional-Zahl.

(*Wolfs Mathes. Tom. I.*) S D

D	} zwischen }	B und C
E		B und D
F		B und E
G		B und F
H		G und F
I		G und H
K		H und I
L		H und K
M		H und L
N		L und M
O		M und N
P		M und O
Q		O und P
R		P und Q
S		P und R
T		R und S
V		S und T
X		S und V
Y		V und X
Z		V und Y
a		V und Z
b		V und a
c		a und b
d		a und c
e		c und d

und jederzeit zwischen den zugehörigen Logarithmis die arithmetische mittlere Proportional-Zahl; so bekommt ihr endlich nach vieler Arbeit 0.95424251 den Logarithmum vor eine Zahl, die etwas grösser ist, als 9, jedoch

jedoch weniger als um $\frac{1}{100000000}$. Daher
k6nnt ihr denselben vor den Logarithmum
von 9 annehmen.

	Mittlere Pro- portional- Zahlen.	Logarith- mi.
A	1.0000000	0.00000000
B	10.0000000	1.00000000
C	3.1622777	0.50000000
D	5.0234132	0.75000000
E	7.4989421	0.87500000
F	8.6596432	0.93750000
G	9.3057204	0.96875000
H	8.9768713	0.95312500
I	9.1398170	0.96093750
K	9.0579777	0.95703125
L	9.0173333	0.95507812
M	8.9970796	0.95410156
N	9.0072008	0.95458983
O	9.0021388	0.95434570
P	8.9996088	0.95422363
Q	9.0008737	0.95428467
R	9.0002412	0.95425415
S	8.9999250	0.95421889
T	9.0000831	0.95424652
V	9.0000041	0.95424271
X	8.9999650	0.95424080
Y	8.9999845	0.95424217
Z	8.9999943	0.95424223
a	8.9999992	0.95424247
b	9.0000016	0.95424259
c	9.0000004	0.95424253
d	8.9999998	0.95424250
e	9.0000000	0.95424251

3. Ihr dürft aber nicht aller Zahlen Logarithmos auf eine so mühsame Art suchen; sondern, wenn einige Zahlen aus Multiplication anderer, deren Logarithmos ihr schon habt, erwachsen, so dürft ihr nur dieselben Logarithmos addiren (§. 23). Kommen einige Zahlen heraus, wenn ihr andere, deren Logarithmos ihr bereits gefunden habt, durch einander dividiret; so dürft ihr nur die erwähnten Logarithmos von einander subtrahiren (§. 33) u. s. w. (§. 25, 27, 29, 31). Z. E. Wenn ihr den Logarithmum von 9 halbiret, so kommt 0,47712125 der Logarithmus von 3, weil 9 das Quadrat von 3 ist (§. 27).

Die 9. Aufgabe.

38. Den Logarithmum vor einen gegebenen Sinum zu finden.

Auflösung.

Wenn die logarithmischen Tafeln auf so große Zahlen ausgerechnet wären, als die Sinus sind; so dürftet ihr nur die ihnen zugehörigen Logarithmos aus denselben ausschreiben. Allein, weil sie insgemein nur bis 10000, und in den allergrößten in des Heinrichs Brigs Arithmetica Logarithmica bis 100000 gehen; so könnt ihr dieses nicht practiciren. Nun ließen sie sich zwar auch nach der vorhergehenden Aufgabe finden: allein die Mühe und Arbeit wäre fast unüberwindlich.

lich. Derowegen bedienet man sich folgender Manier, die zwar in der geometrischen Schärfe nicht eintrifft, doch, wenn man sich insonderheit der großen Tafeln bedienet, nahe genug der Wahrheit tritt.

1. Schneidet zur Linken 4 oder 5 Ziffern ab, und suchet ihren Logarithmum in den Tafeln.
 2. Vermehret die erste Zahl mit so viel Einheiten, als zur Rechten Zahlen übrig bleiben.
 3. Ziehet den ausgeschriebenen Logarithmum von dem nächstfolgenden in den Tafeln ab.
 4. Sprechet: wie die Differenz der Zahlen, zu welchen beyde gedachte Logarithmi gehören, zu der Differenz der Logarithmorum; also die überbliebenen Zahlen zu der logarithmischen Differenz, die ihr suchet, und durch die Regel Detri finden könnt.
 5. So bald ihr selbige gefunden, addiret sie zu dem ausgeschriebenen Logarithmo: die Summe ist der verlangte Logarithmus.
- 3. E.** Man soll den Logarithmum Sinus von 25 Graden suchen. Dieser ist in den gewöhnlichen Tabulis Sinuum 4226183. Schneidet die ersten vier Ziffern zur Linken 4226 ab, und weil 3 übrig bleiben, so vermehret ihren Logarithmum 3.6259295 in der Characteristica oder ersten Zahl 3 um 3, so ist

S 3 6.

6.6259295 der Logarithmus von 4226000. Da nun die Differenz zwischen den Logarithmis von 4226 und 4227 welche beyde Zahlen um 1 von einander unterschieden, und also auch von 4226000 und 4227000, deren Unterscheid 1000 ist, 1027 gefunden wird, so sprechet:

$$1000 : 1027 = 183$$

183

3081

8216

1027

187941,

und ihr bekommt die logarithmische Differenz 188, welche zu dem Logarithmo 6.6259295 addiret, den Logarithmum Sinus von 25 Graden 6.6259483 bringet, ausser, daß die Characteristica 6 in 9 verwandelt werden muß, weil die Sinus in dem großen Canone des Pitisci, davor die Logarithmi gesucht werden, aus größern Zahlen bestehen, als in den gemeinen Tafeln. Solchergestalt ist der verlangte Logarithmus Sinus 9.6259483.

Zusatz.

39.. Weil die Sinus nichts anders sind, als große Zahlen, deren Logarithmi in den Tafeln nicht stehen; so ist klar, daß man auf eben solche Weise die Logarithmos für größere

sere Zahlen finden kan, als in den Tafeln stehen.

Anmerkung.

40. Unerachtet man die Sinus nach einem großen Radio gesucht hat, damit man sie desto genauer finden mögte; so wird doch der Sinus totus in den gemeinen Tafeln, um Weitläufigkeit in der Rechnung zu vermeiden, nur 10000000 angenommen, damit auch von den Sinibus hinten einige Zahlen wegbleiben können. Unterdeffen behält doch der Logarithmus seine zu dem großen Sinu gehörige Characteristicam. Denn die erste Zahl des Logarithmi wird die Characteristica genennet, weil man daraus siehet, zwischen welche Haupt-Zahlen der Logarithmus fällt. Nämlich, wenn sie 0 ist, fällt er zwischen 1 und 10; ist sie 1, zwischen 10 und 100; ist sie 2, zwischen 100 und 1000, u. s. w. (§. 37).

Die 10. Aufgabe.

41. Den Logarithmum eines Tangentis zu finden.

Auflösung.

1. Addiret die Logarithmos des Sinus und Sinus totius.
2. Von der Summe ziehet den Logarithmum Sinus complementi ab, so bleibt der Logarithmus Tangentis übrig (§. 18, 23, 33).
3. E. Ihr suchet den Logarithmum Tangentis von 23 Graden. Addiret

⊖ 4

Logar.

Logar. Sin. 23°	9.5918780
Logar. Sin. tot.	10.0000000

Von der Summe 1.9.5918780
 Ziehet den Logar. compl. 9.9640261 ab,
 so bleibt übrig Log. Tang 9.6278519.

Die II. Aufgabe.

42. Den Logarithmum eines Secantis zu finden.

Auflösung.

1. Dupliret den Logarithmum des Sinus totius.
2. Von dem, was heraus kommt, ziehet den Logarithmum Sinus Complementi ab, so bleibt der Logarithmus Secantis übrig (§. 19, 23, 33).
3. E. Ihr suchet den Logarithmum Secantis von 23° , so geschiehet es also:

Log. Sin. tot.	10.0000000
	2
	20.0000000
Log Sin. Compl.	9.9640261
Log. Secant.	10.0359739

Der 4. Lehrsatz.

Tab. I.
Fig. 8.

43. In einem jeden Triangel ABC verhalten sich die Seiten, wie die Sinus der ihnen entgegen stehenden Winkel.

Be:

Bevveiß.

Man gedencke sich, es sey der Triangel ABC in einen Circul geschrieben, welches jederzeit geschehen kan (§. 127 *Geom.*). So ist der halbe Bogen AB das Maaß des Winkels C (§. 113 *Geom.*), und also die halbe Seite AB desselben Sinus (§. 2). Eben so ist der halbe Bogen AC das Maaß des Winkels B, und daher die halbe Seite AC der Sinus des Winkels B. Derowegen verhält sich: wie die Seite AB zu dem Sinu des ihr entgegen gesetzten Winkels C, also die Seite CA zu dem Sinu des ihr entgegen stehenden Winkels B (§. 75 *Arithm.*).
W. Z. E. W.

Die 12. Aufgabe.

44. Aus der gegebenen Seite AB und Tab. I. zween Winkeln A und C, die Seite BC Fig. 9. zu finden.

Auflösung.

Sprechet (§. 43):

Wie der Sinus des Winkels C
zu der ihm entgegen gesetzten Seite AB,
So der Sinus des Winkels A
zu der ihm entgegen stehenden Seite BC.

Z. E. Es sey $C = 48^{\circ} 35'$, $A = 57^{\circ} 29'$,
 $AB = 74'$; so verfähret ihr mit den Logarithmis folgendergestalt:

S 5 Log.

Log. Sin. C	9.8750142	}
Log. AB	1.8692317	
Log. Sin. A	9.9259487	
Summe	<u>11.7951804</u>	

Log. BC 1 9201662, zu welchem
in den Tafeln der Logarithmus von 83 am
nächsten kommt.

Die 1. Anmerkung.

45. Wollt ihr mit den 83 Schuhen nicht zufrieden seyn, sondern noch Zolle dazu haben, so suchet diesen Logarithmum unter der characteristica 2 hinter 820 auf. Alsdenn werdet ihr finden, daß der Logarithmus von 832 ihm am allernächsten kommt, und also über 3 Schuhe noch 2 Zolle sind. Ja wollt ihr gar Linien haben, so suchet euren Logarithmum noch einmal unter der characteristica 3 hinter 8320 auf, so findet ihr, daß der Logarithmus von 8321 ihm am nächsten kommt, und also die Seite BC $8^{\circ}3'2''1'''$ sey. Und solchergestalt müßet ihr allezeit verfahren, wenn der Logarithmus einer Seite unter seiner characteristica nicht vollkommen zu finden ist.

Die 2. Anmerkung.

46. Weil die Auflösung der Aufgabe durch die Regel Detri geschieht (§. 113 *Arithm.*), und daher der Sinus A mit der Seite AB multipliciret, das Product aber durch den Sinum des Winkels C dividiret werden solte; so ist klar, daß man den Logarithmum von AB zu dem Logarithmo des Sinus A addiren, und von der Summe den Logarithmum des Sinus C abziehen muß (§. 36).

Die

Die 13. Aufgabe.

47. Aus zwei gegebenen Seiten AB Tab. I. und BC und einem Winkel C, der einer von ihnen entgegen steht, die übrigen Winkel zu finden.

Auflösung.

I. Sprechet (§. 43):

Wie die Seite AB

zu dem Sinu des entgegen stehenden
Winkels C,

So die Seite BC

zu dem Sinu des entgegen stehenden
Winkels A.

3. E. Es sey $AB = 82'$, $BC = 75'$,
 $C 64^\circ 33'$. Verfahret also:

Log. AB	1.9138138	}
Log Sin. C	9.9556688	
Log. BC	1.8750613	
Summe	11.8307301	

Log. Sin. A 9.9169163, zu welchem in den Tafeln der Logarithmus von $55^\circ 40'$ am nächsten kommt.

II. Wenn die gegebene Seite CB oder CG, welche einem gegebenen Winkel A entgegen gesetzt ist, kleiner ist, als eine andere gegebene AC; so kan der Winkel B oder G, den man suchet, so wohl ein spitziger, als stumpfer seyn, und also muß man wissen, ob der gegebene Triangel spitz-, oder stumpfwinklicht ist,

ist, und nimt man in dem andern Falle des gefundenen spizigen Complement zu zween rechten Winkeln (§. 5).

III. Gleichwie auch in dem Falle, wenn der stumpfe Winkel G gegeben wird, an dessen statt der Sinus des neben-Winkels genommen wird, der mit ihm 180° machet (§. cit.).

Die I. Anmerkung.

48. Seyd ihr mit $54^\circ 40'$ nicht zufrieden, so könnt ihr noch Secunden dazu suchen. Ziehet nemlich von eurem

Logarithmo	9.9169163
den nächst kleinern	9.9168593 ab, u. mercket
die erstere Differenz	570.

Zugleichen von dem	
nächst grössern	9.9169455
den nächst kleinern	9.9168593, und mercket
die andere Differenz	862.

Sprechet: 862 geben $60''$, wie viel geben 570^t

	34200 (39 ^{''})	34200,
862)	2586	
	8340	
	7758	

582.

So bekommt ihr noch $39''$, und also ist der Winkel A $55^\circ 40' 39''$.

Die

Die 2. Anmerkung.

49. Wenn ihr zween Winkel A und C habt, so könnet ihr den dritten durch die Geometrie finden (§. 104 Geom.): wie aus beygefügetem Exempel zu ersehen ist:

C	64°	33'	0''
A	55	40	39
<hr/>			
A + C	120	13	39
A + C + B	179	59	60
<hr/>			
B	59	46	21.

Die 14. Aufgabe.

50. Aus zween Seiten AB und BC, die Tab. II. in einem rechtwinkllichten Triangel den rechten Winkel B einschließen, die Winkel zu finden. Fig. 10.

Auflösung.

Nehmet BC für den Sinum totum an, so ist AB der Tangens des Winkels C (§. 6).

Sprechet demnach:

Wie die Seite BC

zu der Seite AB;

So verhält sich der Sinus totus

zu dem Tangente des Winkels C.

3. E. Es sey BC 79', AB 54'; so geschiehet die Rechnung also:

Log. BC	1.8976271	
Log. AB	1.7323938	}
Log. Sin. tot.	10.0000000	
<hr/>		
Log. Tang. C	9.8347667	welchem

hem in den Tafeln am nächsten kommt der Logarithmus Tangentis von $34^{\circ} 21'$. Demnach ist der Winkel C $34^{\circ} 21'$, der Winkel A aber $55^{\circ} 39'$ (S. 102 Geom.).

Lehrsatz.

§ 1. Wenn man zu der halben Summe zweier Zahlen oder Größen die halbe Differenz addiret, so kommt die größere von ihnen heraus: subtrahiret man aber dieselbe von ihr, so bleibt die kleinere übrig.

Beweis.

Die große Zahl besteht aus der kleinern und ihrer Differenz von der großen, und also der kleinern zwey mal genommen. Da nun die halbe Summe aus der kleinen und der halben Differenz besteht; so kommt die große heraus, wenn man die halbe Differenz dazu addiret; hingegen bleibt die kleine übrig, wenn man sie subtrahiret. W. Z. E. W.

Die 15. Aufgabe.

Tab. II.
Fig. 11.

§ 2. Aus zweyen gegebenen Seiten eines Triangels AC und CB, nebst dem Winkel C, den sie einschließen, die übrigen Winkel zu finden.

Auflösung.

1. Sprechet:

Wie

Wie die Summe der beyden Seiten AC und CB

zu ihrer Differenz;

So der Tangens der halben Summe der beyden gesuchten Winkel A und B

zu dem Tangente der halben Differenz derselben.

2. Addiret diese halbe Differenz zu der halben Summe, so habt ihr den Winkel B, welcher der größten von den gegebenen Seiten entgegen gesetzt ist. Subtrahiret sie von derselben, so bleibt der Winkel A übrig (§. 51).

3. E. Es sey AC 75', BC 58', C 108° 24'; so geschiehet die Rechnung folgendermaßen:

AC	75'	AC	75'	A+B+C	179° 69'
BC	58	BC	58	C	108 24'
AC+BC 133		AC-BC 17		A+B	71° 36'
				$\frac{1}{2}(A+B)$	35° 48'

Log. AC+BC	2.1238516	}
Log. AC-BC	1.2304489	
Log. Tang. $\frac{1}{2}(A+B)$	9.8580694	
Summe	1.10885183	
Log. Tang. $\frac{1}{2}(A-B)$	8.9646667	

dem in den Tafeln der Logarithmus Tangentis von 5° 16' am nächsten kommt.

$$\frac{1}{2}(A$$

$$\begin{array}{r}
 \frac{1}{2}(A+B) 35^{\circ} 48' \\
 \underline{5 \ 16} \\
 B \ 41^{\circ} \ 4'
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \frac{1}{2}(A+B) 35^{\circ} 48' \\
 \underline{5 \ 16} \\
 A \ 30^{\circ} 32'
 \end{array}$$

Beweis.

Verlängert die Seite AC in D, bis CD = BC, und machet CE = CB; so ist DA die Summe, EA die Differenz der beyden Seiten CB und CA, und DBE ein rechter Winkel (§. 115 Geom.). Man ziehe AG mit EB parallel: so ist bey G auch ein rechter Winkel (§. 106, 20 Geom.), und GAD = BED (§. 97 Geom.), ingleichen GB der Tangens des Winkels GAB, und GD der Tangens des Winkels GAD (§. 6). Nun ist DCB = CBA + CAB (§. 101 Geom.) = CBE + CEB (§. cit.) = 2 CEB (§. 107 Geom.), und also CEB oder BED, ingleichen GAD die halbe Summe der gesuchten Winkel CBA und CAB, folglich BAG die halbe Differenz (§. 51). Derowegen verhält sich: wie DA die Summe der beyden Seiten zu EA ihrer Differenz, also DG der Tangens der halben Summe der gesuchten Winkel zu BG dem Tangente ihrer halben Differenz (§. 184 Geom.). W. Z. E. W.

Die 16. Aufgabe.

Tab. II. 53. Aus drey gegebenen Seiten eines
Fig. 12. Triangels die Winkel zu finden.

Auf:

Auflösung.

1. Beschreibet aus der Spitze des Triangels A mit der kleinen Seite AB einen Circul, so ist CD [weil $AB = AD$ (§. 44 Geom.),] die Summe zweier Seiten, FC ihre Differenz.
 2. Sprechet: wie die Grund-Linie des Triangels BC zu DC der Summe der beyden Seiten $AB + AC$. So ihre Differenz FC zu dem Stück der Grund-Linie GC.
 3. Zieheth GC von der Grund-Linie BC ab, so bleibt BG übrig.
 4. Lasset aus A einen Perpendicul AE auf BG fallen, so ist $BE = \frac{1}{2} BG$ (§. 125 Geom.), und ihr könnet aus den beyden Seiten AB und BE in dem rechtwinclichten Triangel ABE die Winkel B und A; und in dem andern AEC aus den beyden Seiten AC und EC die Winkel C und A (§. 47) finden.
3. E. Es sey $AB = 36'$, $AC = 45'$, $BC = 40'$. Die Rechnung geschiehet folgender maßen:

(Wolfs Mathef. Tom. I.) E AB

	AB 36'	AC 45'
	AC 45	AB 36
<hr/>		<hr/>
AB + AC =	81	FC = 9
Log. BC	1.6020600	}
Log. AB + AC	1.9084850	
Log. FC	0.9542425	
Summe	<hr/> 2.8627275	

Log. GC 1.2606675, welchem
in den Tafeln der Logarithmus von 18 am
nächsten kommt. Wenn man aber weiter
nachsuchet (§. 45); so findet man endlich
GC 1822'''.

BC 4000'''	EG 1089'''
GC 1822	GC 1822
<hr/> BG 2178'''	<hr/> EC 2911'''
BE 1089'''	
Log. AB	3.5563025
Log. Sin. tot.	10.0000000
Log. FB	<hr/> 3.0370279

Log. Sin. EAB 9.4807254, welchem
in den Tafeln der Logarithmus von 17°
36' am nächsten kommt. Und also ist B
72° 24'.

Log. AC	3.6532125
Log. Sin. tot.	10.0000000
Log. EC	<hr/> 3.4640422

Log. Sin. EAC 9.8108297, welchem in
den

den Tafeln der Logarithmus von $40^{\circ} 19'$ am nächsten kommt. Und also ist der Winkel C $49^{\circ} 41'$.

Solchergehalt sind in dem Triangel ABC der Winkel A $57^{\circ} 55'$, B $72^{\circ} 24'$, und C $49^{\circ} 41'$.

Beweis.

Es ist weiter nichts zu erweisen, als daß Tab. II. sich CB zu CD, wie CF zu CG verhält: Fig. 13. welches auf folgende Weise geschieht.

Da y zu seinem Maaß den halben Bogen GFD, und x zu seinem den halben GBD hat (*J. 113 Geom.*); so ist $x + y = 180^{\circ}$ (*J. 15, 17 Geom.*). Nun ist auch $x + 0 = 180^{\circ}$ (*J. 59 Geom.*). Derowegen ist $0 = y$ (*J. 32 Arithm.*). Da ferner der Winkel C den beyden Triangeln CGF und CBD gemein ist; so ist $CB : CD = CF : CG$ (*J. 183 Geom.*). W. Z. E. W.

Die 1. Anmerkung.

54. Weil BE und EC in Linien gegeben sind, so Tab. II. muß man auch in der Rechnung an statt $36'$ für Fig. 12. AB $3600''$, und an statt $45'$ für AC $4500''$ annehmen.

Die 2. Anmerkung.

55. Wir wollen noch mit wenigen den Nutzen der Trigonometrie in Auflösung einiger geometrischen Aufgaben zeigen.

A n h a n g.

Die 1. Aufgabe.

Tab. III. 56. Eine Höhe AB (z. B. eines Thur-
Fig. 15. mes) zu messen, zu der man aus einem
angenommenen Stande E kommen kan.

Auflösung.

1. Messet den Winkel ADC (§. 64 Geom.)
und die Linie BE (§. 65 Geom.):
2. So wisset ihr auch den Winkel A,
weil bey C ein rechter Winkel ist (§. 102
Geom.).
3. Suchet alsdenn die Linie AC (§. 44),
und
4. Addiret dazu die Höhe des Instruments
DE (= BC; weil die Linien CD und BE
parallel, und CB und ED auf BE perpen-
dicular sind): so kommt die Höhe AB
heraus. Wäre aber BE nicht horizon-
tal, so müste man das Stück BC beson-
ders messen (§. 200 Geom.).

Die 2. Aufgabe.

Tab. III. 57. Eine Höhe AB zu messen, zu der
Fig. 16. man nicht kommen kan.

Auf:

Auflösung.

1. Erwählet euch zweyen Stände in E und G, um so viel weiter von einander, je höher der Berg oder Thurm ist, den ihr messen wollet, und messet aus demselben die Winkel ADC und AFC (§. 64 Geom.).
2. Zieheth den Winkel ADC von AFC ab, so bleibt der Winkel FAD übrig (§. 101 Geom.).
3. Suchet aus den nunmehr bekanten Winkeln und der Seite FD in dem Triangel AFD die Seite AF, und
4. Aus dem Winkel F und der Seite AF in dem rechtwinklichten Triangel AFC die Seite AC (§. 44).
5. Endlich addiret zu der Höhe AC die Höhe des Instruments DE, oder, wenn BC der Höhe des Instruments nicht gleich ist, suchet ferner FC, und endlich BC in dem Triangel FBC (§. 44): so habt ihr die verlangte Höhe AB.

Die 3. Aufgabe.

58. Aus zwey Fenstern E und F in verschiedenen Stockwercken eines Gebäudes eine Höhe zu messen, deren Spitze A man aus beyden Fenstern sehen kan.

§ 3

Auf:

Auflösung

1. Messet durch einen Bleiwurf die Höhe des andern Fensters über dem ersten EF, und des ersten über der Erde FG (§. 65 Geom.), und aus den Fenstern die Winkel AEC und AFD (§. 64 Geom.).
2. Addiret den Winkel AEC zu 90° , so habt ihr den Winkel AEF; subtrahiret von 90° den Winkel AFD, so bleibt der Winkel AFE übrig.
3. Addiret die beyden Winkel AEF und AFE, und ziehet die Summe von 180° ab; so bleibt der Winkel EAF übrig (§. 104 Geom.).
4. Suchet in dem Triangel AEF die Seite AF, und ferner
5. In dem Triangel AFD die Seite AD (§. 44).
6. Endlich addiret dazu die Höhe des Fensters FG von der Erde; oder, wenn GB nicht horizontal ist, suchet DB besonders (§. 44); so kommt die Höhe AB heraus.

Die 4. Aufgabe.

Tab. IV.
Fig. 18.

59. Die Weite zweener Orter, zu deren beyden man aus einem angenommenen Stande kommen kan, zu messen.

Auf:

Auflösung.

1. Messet den Winkel C (§. 64 Geom.), und die Linien AC und CB (§. 65 Geom.); so könnet ihr
2. Den Winkel A (§. 52), und endlich die verlangte Weite AB (§. 44) finden.

Die 5. Aufgabe.

60. Die Weite zweener Orter AB, zu Tab. IV. deren einem B man aus einem angenehmen Stande C nur kommen kan (z. B. die Breite eines Flusses), zu messen. Fig. 19.

Auflösung.

1. Messet die beyden Winkel B und C (§. 64 Geom.), und die Stand-Linie BC (§. 65 Geom.); so könnet ihr
2. Die verlangte Weite AB (§. 44) finden.

Die 6. Aufgabe.

61. Die Weite zweener Orter AB, zu deren keinem man kommen kan, zu finden.

Auflösung.

1. Erwählet drey Stände D, C und E in Tab. IV. Z 4 einer Fig. 10.

einer Linie, und messet die Winkel ADC, ACD, BCE und BEC (§. 64 Geom.) nebst den beyden Stand-Linien DC und CE (§. 65 Geom.).

2. Subtrahiret die beyden Winkel ADC und ACD, wiederum ACD und BCE, und abermal BCE und BEC von 180° ; so bleibt im ersten Fall der Winkel DAC, im andern der Winkel ACB, und im dritten der Winkel CBE übrig (§. 59, 104 Geom.). Alsdann könnet ihr
3. Die Seiten AC und BC (§. 44), und so ferner
4. Den Winkel CAB (§. 52), und endlich die Seite AB (§. 44) finden.

Die 7. Aufgabe.

Tab. II.
Fig. 21.

62: Es wird gegeben die Höhe AB und halbe Sehne BC eines Bogens FAC, man soll die Grösse des Bogens in Graden finden.

Auflösung.

1. Suchet anfangs den Radium AD (§. 212 Geom.,
2. Weil euch nun in dem Triangel DBC ausser dem rechten Winkel B (§. 125 Geom.), die Seiten BC und DC bekant sind;

sind; so könnet ihr (§. 47) den Winkel BDC finden.

3. Da nun der Bogen AC das Maap des gedachten Winkels ist (§. 17 Geom.); so dürfet ihr ihn nur dupliren, und es kommt die Grösse des verlangten Bogens FAC heraus.

Anmerkung.

63. Dieser Aufgabe könnt ihr euch bedienen, wenn ihr in der 66 Aufgabe der Geometrie (§. 214) den Abschnitt eines Circuls genau finden wollet. Denn dort haben wir den Winkel ADC nur mit dem Transporteur gemessen.

Die 8. Aufgabe.

64. Die Verhältniß des Diametri eines Circuls zu seiner Peripherie zu finden. Tab. II. Fig. 22.

Auflösung.

Wenn der Radius des Circuls CD 10000000 ist, so ist so wohl der Sinus AG, als Tangens ED des Bogens von einer Minute DA bey nahe 2909, und also muß der Bogen AD, welcher sonst etwas grösser ist als AG, und kleiner als ED, $\frac{1}{2}$ gleich

gleichfalls bey nahe 2909 seyn. Multiplificiret 2909 durch 21600, das ist, die Zahl der Minuten in der ganzen Peripherie: so ist das Product 62834400. Derowegen verhält sich der Diameter zu der Peripherie bey nahe, wie 20000000 zu 62834400, das ist, (wenn man beyderseits mit 200000 dividiret), wie 100 zu 314 (*S. 75 Arithm.*).

Die 9. Aufgabe.

65. Einen geradelinichten Transporteur zu construiren.

Auflösung.

- I. Aus den Tafeln der Sinuum schreibet die Sinus von $2^{\circ} 30'$, 5° , $7^{\circ} 30'$, 10° , $12^{\circ} 30'$ u. heraus, nemlich die in einer arithmetischen Progression fortgehen, da der Unterschied der Glieder $2\frac{1}{2}$ Grad ist. Multipliciret sie durch 2; so kommen die Sehnen der Bogen von 5, 10, 15, 20, 25 u. Graden heraus, wie beygesetztes Taflein zeigt.

Tab. II.
Fig. 14.

Grade

Grade	Sehnen	Grade	Sehnen	Grade	Sehnen
5	87	35	601	65	1074
10	174	40	684	70	1147
15	261	45	765	75	1217
20	347	50	845	80	1285
25	432	55	923	85	1351
30	517	60	1000	90	1414

2. Ziehet eine gerade Linie AD, und richtet AB perpendicular darauf, die nach Be-
lieben in 5, 10 u. Theile getheilet wer-
den kan, nachdem ihr entweder ganze,
oder halbe Grade verlangt.
3. Durch alle Theilungs-Puncte ziehet mit
AD Parallel-Linien (S. 91 Geom.).
4. Auf die Linie AD traget die Sehnen von
5, 15, 25, 35 u. Graden; auf BC aber
von 10, 20, 30 u. von einem subtilen
verjüngten Maaß-Stabe (S. 123 Geom.).
5. Endlich ziehet die Linien B 5, 5. 10, 10.
15 u.

Da nun A 5, B 10 u. die Sehnen der Bo-
gen von 5, 10 u. Graden sind, die Seh-
nen aber der Bogen von 5 zu 5 Graden,
wenn sie klein sind, fast in eben der Pro-
portion, wie die Bogen, zu nehmen; so ist
bis 1 die Sehne von einem Grade, bis 3
von dreym u. (S. 184 Geom.).

Wenn

Tab. II.
Fig. 22.

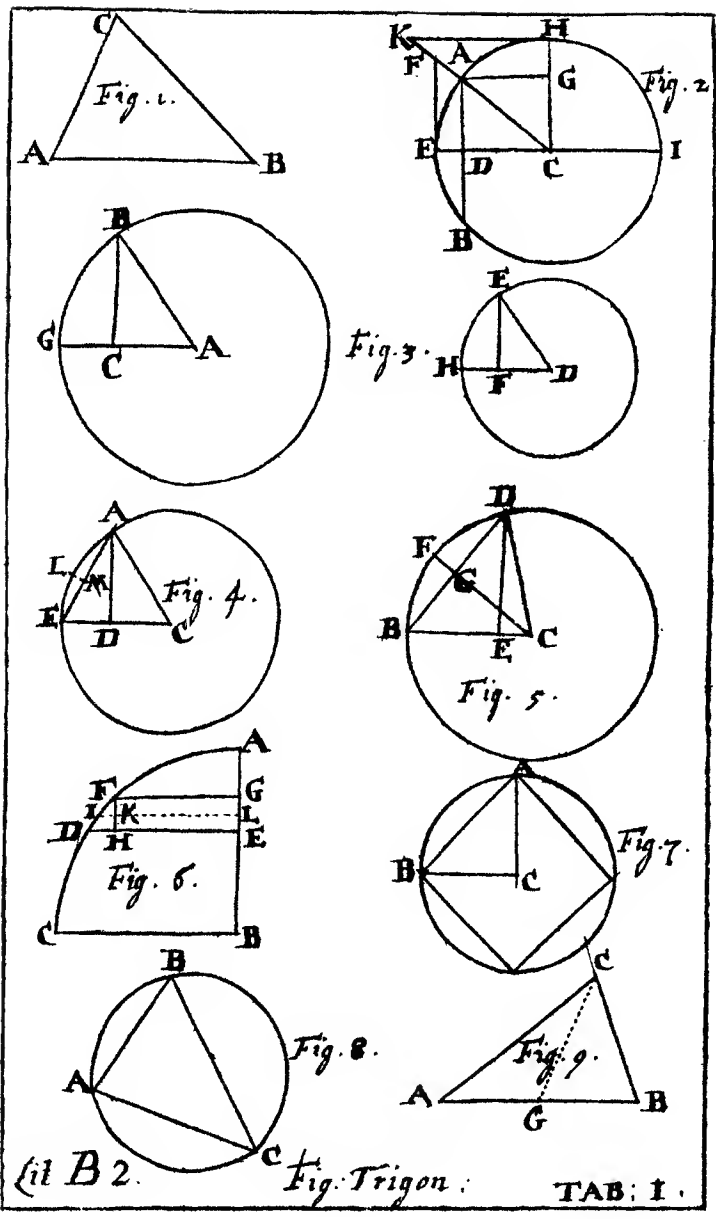
Wenn man demnach mit B 60, als der Sehne von 60° , die dem Radio gleich ist, aus der Spitze des Winkels C einen Bogen ADB beschreibt; so zeigt seine Sehne AB auf dem Instrumente, wie viel Grade der Bogen hat. Will man aber den Winkel construiren; so trägt man die Sehne aus B in den Bogen, und ziehet den andern Schenkel des Winkels CA.

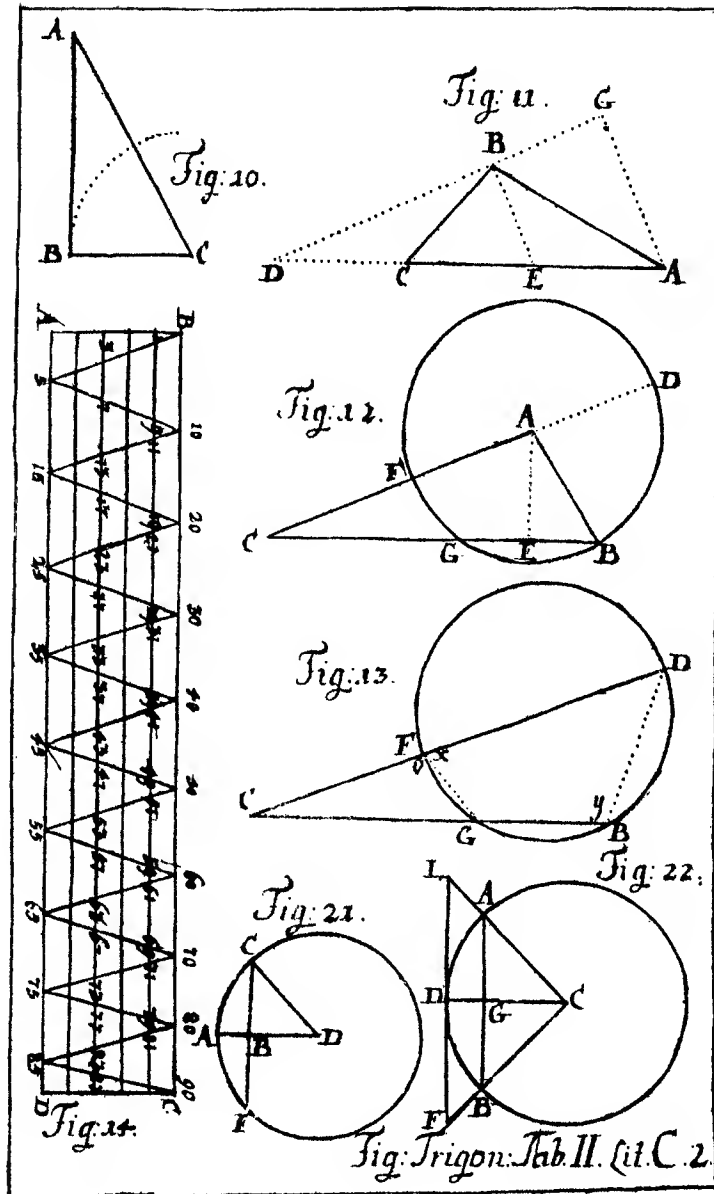
E N D E

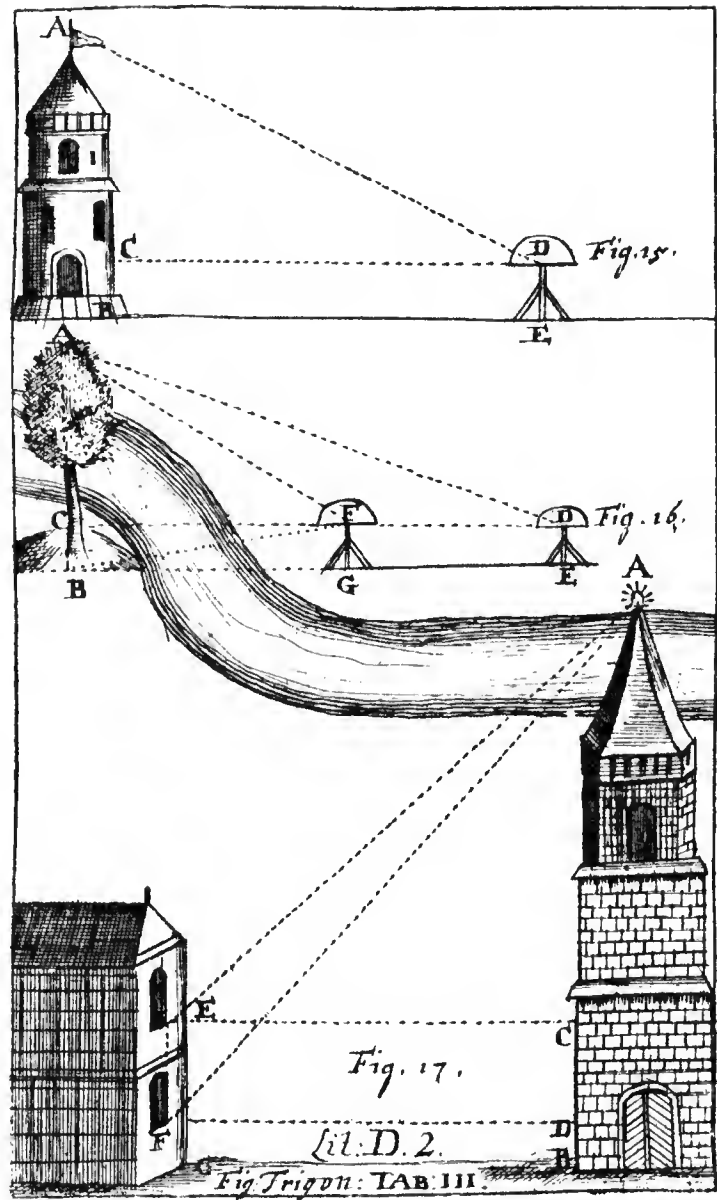
der

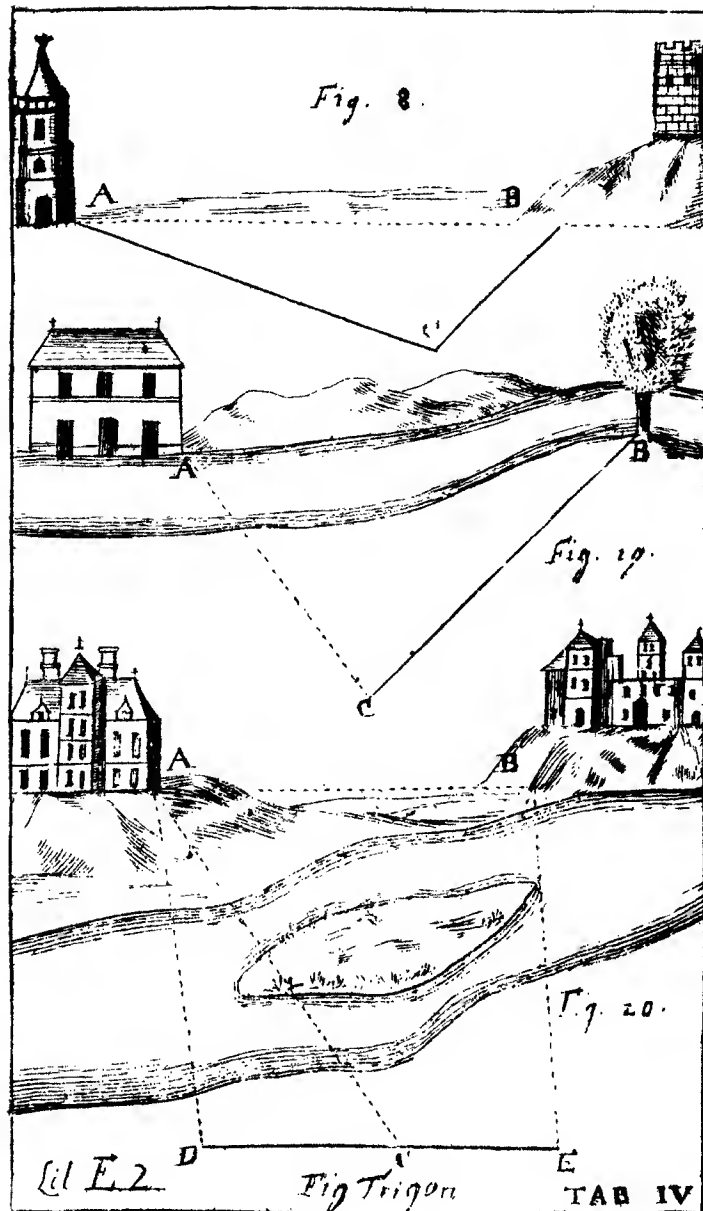
Trigonometrie.











Anfangs = Gründe
der
Bau = Kunst.

Vor:

Vorrede.

Geehrter Leser,

Man hat bisher die Bau:Kunst meistens als ein Handwerck getrieben. Daher ist es auch gekommen, daß man sie kaum hat würdigen wollen, unter die mathematischen Wissenschaften mit zu setzen. Und doch verdienet sie, wegen ihres großen Nutzens in dem menschlichen Leben, daß sie auf Academien gründlich gelehret, und von der studirenden Jugend mit Fleiß erlernet werde. Zu dem Ende habe ich nicht allein in diesen Anfangs:Gründen der gesamten mathematischen Wissenschaften die Bau:Kunst etwas umständlicher erklären, sondern sie zugleich auf gewisse Gründe setzen wollen, damit sie einer Wissenschaft ähnlich würde, und ein jeder Liebhaber derselben zulänglichen Grund von ihren Regeln in diesem Buche finden mögte. Es erfordert *Virruvius* mit Recht von einem Bauverständigen, daß
er

er von allem, was in einem Gebäude angegeben wird, genugsamen Grund zeigen könne. Bisher aber hat man sich wenig darum bekümmert. Und daher ist es geschehen, und geschiehet noch, daß viele Fehler an wichtigen Gebäuden begangen worden, und noch begangen werden. Vielleicht werden vielen die Beweissthümer nicht mathematisch genug herauskommen. Allein, diese wollen bedenken, daß es weder nöthig, noch möglich ist, alles geometrisch zu erweisen. Unterdessen werden sie doch hoffentlich finden, daß ich mich der mathematischen Lehrart, die oben erkläret worden, so viel in dergleichen Fällen möglich ist, beflissen habe. Und zweifle ich nicht im geringsten, man werde den Nutzen der von mir angeführten Gründe in Ausübung der Bau-Kunst zur Genüge verspüren, absonderlich, wenn es auf die Verzierungen ankommt, man mag entweder ein von andern aufgeführtes Gebäude, oder sonst verfertigtes architectonisches Werck beurtheilen, oder selbst etwas angeben wollen.

An.

Anfangs - Gründe der Bau = Kunst.

Der erste Theil,
Von den allgemeinen Regeln
der Bau = Kunst.

Die I. Erklärung.

Die Bau-Kunst ist eine Wissenschaft,
ein Gebäude recht anzugeben,
daß es nemlich mit den Haupt-Absichten
des Bau-Herrn in allem völlig überein
kommt.

Der I. Zusatz.

2. Weil die Wissenschaft in einer Fertig-
keit des Gemüths bestehet, von allen dem,
was man von einer Sache behauptet, richti-
gen und genugsamen Grund zu geben: so
muß der Bau Meister von dem ganzen Bau
zulängliche Raison zu geben wissen, das ist,
nicht allein sagen können, warum er jedes
so und nicht anders angiebt, sondern auch
darzuthun vermögend seyn, es sey der Bau
den Absichten des Bau-Herrn gemäß.

(Wolfs Mathes. Tom. I.) II Der

Der 2. Zusatz.

3. Und weil alles in dem Gebäude mit den Haupt-Absichten des Bau-Herrn überein kommen soll; so werden die Regeln der Bau-Kunst gefunden, und, nachdem sie gefunden worden, geschickt angebracht, auch wird von jedem Gebäude ein vernünftiges Urtheil gefällt werden können; wenn man bey jedem, auch dem allergeringsten Theile nachforschet, warum es gemacht wird, und wie es beschaffen seyn müsse, damit man seiner Absicht in allem auf die leichteste Weise völlig ein Genügen thue.

Die 2. Erklärung.

4. Durch das Gebäude verstehen wir einen Raum, der durch die Kunst eingeschlossen wird, um sicher und ungehindert gewisse Verrichtungen darinnen vorzunehmen.

Zusatz.

5. Daher entstehet aller Unterscheid der Gebäude aus dem Unterscheide der Verrichtungen, welche darinnen vorgenommen werden.

Die 3. Erklärung.

6. Ein Gebäude wird feste genennet, wenn keine Gefahr ist, daß es einfällt, oder in kurzem durch den Gebrauch verflummert und unbrauchbar gemacht wird.

Die

Die 4. Erklärung.

7. Ein Gebäude ist bequem, wenn man alle nöthige Verrichtungen ohne Hinderniß und Verdruß darinnen vornehmen kan.

Die 5. Erklärung.

8. Die Vollkommenheit des Gebäudes bestehet in einer völligen Uebereinstimmung desselben mit den Haupt-Absichten des Bau-Herrn, gleichwie die Vollkommenheiten der Theile in einer Uebereinstimmung mit ihren Absichten.

Die 6. Erklärung.

9. Die Schönheit ist die Vollkommenheit oder ein nöthiger Schein derselben, in so weit so wohl jense, als dieser wahrgenommen wird, und einen Gefallen in uns verursacht.

Der 1. Zusatz.

10. Weil uns um eines Vorurtheils willen etwas gefallen kan; so können wir vor schön halten, was in der That nicht schön ist: und im Gegentheil entweder die Schönheit nicht merken, oder gar einen Uebelstand daraus machen. Und daher ist es möglich, daß einer etwas vor schön hält, der andere nicht.

Der 2. Zusatz.

11. Weil aber die wahre Vollkommenheit eine nothwendige Verknüpfung mit den

Haupt = Absichten des Gebäudes und den Absichten der Theile haben muß (§. 8); so können dergleichen Vorurtheile leicht vermieden werden, wenn man sich nach den Haupt = Absichten des Gebäudes und den Absichten der Theile erkundiget: und solchergestalt kan man die wahre Schönheit von der falschen unterscheiden.

Die 7. Erklärung.

12. Außerwesentliche Zierrathen des Gebäudes nennet man alles dasjenige, was bloß zu dem Ende gemacht wird, damit die Vorbeygehenden dadurch angelockt werden, das Gebäude anzuschauen.

Zusatz.

13. Damit man nun nicht an ihnen allein hängen bleibe, und dadurch von Betrachtung des Gebäudes abgehalten werde; so müssen sie nicht überflüssig gemacht werden.

Anmerkung.

14. Will man demnach denen Anschauenden Gedanken von der Kostbarkeit des Gebäudes beybringen; so kan dieses viel besser durch die Kostbarkeit der Materie und der Arbeit, als durch den Ueberfluß der außerwesentlichen Zierrathen geschehen.

Der 1. Grundsatz.

15. Ein jedes Gebäude muß feste aufgeführt werden (§. 6).

Der 2. Grundsatz.

16. Die Dauerhaftigkeit des Gebäudes hat man aus der Länge der Zeit zu urtheilen,

theilen, durch welche die Verrichtungen wahren, die in demselben vorzunehmen sind (§. 6).

Der 3. Grundsatz.

17. Ein jedes Gebäude muß bequem gebauet werden (§. 7.).

Der 1. Lehrsatz.

18. Ein Gebäude muß schön und zierlich gebauet werden.

Beweis.

Denn es muß mit den Haupt-Absichten des Bau-Herrn völlig übereinstimmen (§. 1), und also seine wesentliche Vollkommenheit haben (§. 8). Wenn man aber diese wahrnimmt, so verursacht sie in uns einen Gefallen (*J. 304 Met.*), und also nennen wir das Gebäude schön (§. 9). Und weil ein Schein des Mangels einer zur Vollkommenheit des Gebäudes nöthigen Sache leicht zu einem Vorurtheile Anlaß geben kan, als wenn dem Gebäude etwas fehlete, und dadurch ein Mißfallen in Betrachtung des Gebäudes entstehen würde (§. 10); so muß der Bau-Meister bey einem Gebäude auch dasjenige anbringen, welches auch nur einen unvermeidlichen Schein der Nothwendigkeit hat, um dergleichen Vorurtheile zu verhindern, in die man verfallen kan, auch wenn man nach den Absichten des ganzen Gebäudes

des und seiner Theile sich erkundiget, Derwegen muß ein Gebäude schön gebauet werden (§. 9). Welches das erstere war.

Weil uns aber kein Gebäude schön dünken kan, welches wir nicht mit Fleiß betrachten; so muß der Bau-Meister auch bey dem Gebäude hin und wieder etwas anbringen, wodurch die Leute bewogen werden, es mit Ernst anzuschauen. Und demnach muß ein Gebäude auch zierlich seyn (§. 12). Welches das andere war.

Der 2. Lehrsatz.

19. Die außerwesentlichen Zierrathen müssen weder der wesentlichen Vollkommenheit des Gebäudes, noch ihrem unvermeidlichen Scheine im geringsten etwas benehmen.

Beweis.

Denn, weil der Bau-Meister ein Gebäude schön angeben soll (§. 18), so muß er so wohl dessen Vollkommenheit, als auch ihren unvermeidlichen Schein völlig bedenken (§. 9). Und also darf dasjenige, welches uns dazu bringen soll, daß wir wahrnehmen, wie er beides so wohl bedacht hat, das ist, der außerwesentliche Zierath (§. 12), keinem etwas im geringsten benehmen. W. Z. E. W.

Der 3. Lehrsatz.

20. Diejenigen Verhältnisse sind in der Bau-Kunst die besten, welche sich durch

durch nicht allzu große Zahlen aussprechen lassen.

Beweis.

Diejenigen Verhältnisse sind für schön zu achten, welche einen Gefallen in uns verursachen, indem wir sie wahrnehmen (§. 9). Wir können sie aber nicht wahrnehmen, wenn wir sie nicht durch das Augen-Maaß messen können; welches auch bey geübten nicht angehet, als in denen Verhältnissen, welche sich durch nicht allzu große Zahlen aussprechen lassen. Derowegen sind diese für die besten Verhältnisse zu achten. W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

21. Die guten Verhältnisse sind demnach 1:1, 1:2, 1:3, 1:4, 1:5, 1:6. u. s. w. ingleichen 2:3, 3:4, 4:5, 5:6. u. s. w. noch mehr 3:5, 5:7, 7:9 u. s. w.

Der 2. Zusatz.

22. Weil das bloße Augen-Maaß auch derer geübten die Verhältnisse nicht auf ein Haar treffen kan, so mag man ohne Gewissen, sonderlich wenn es andere Umstände erfordern, von den erzehlten in Kleinigkeiten abweichen.

Der 3. Zusatz.

23. Durch das Augen-Maaß kan man am besten urtheilen, ob etwas noch einmal so groß ist, als das andere. Derowegen ist die Verhältniß wie 1 zu 2 die zierlichste unter allen.

Anmerkung.

24. Die Alten haben die Verhältnisse von dem menschlichen Körper genommen; andere haben sie aus der Muschiergeholet; wie aus dem Vitruvio zu ersehen ist (lib. 3. c. 1.). Unerachtet aber keiner von allen Baumeistern hat zeigen können, mit was Vorrechte man von dem menschlichen Körper und der Music auf ein Gebäude schliessen kan; so hat denn noch, um dieser Ursachen willen Perrault in der Vorrede über sein Werk von den 5 Ordnungen f. 11. & seqq. und in den Anmerkungen über den Vitruvium lib. 4. c. 1. n. 7. f. 105. & n. 12. f. 106. den Grund der Verhältnisse nicht wohl in der bloßen Gewohnheit gesucht, und dannenhero Blandell in seinem Cours d' Architecture part. 5. lib. 1. c. 14. 15 f. 761. seqq. ihm mit Recht widersprochen. Aus der Ursache, die ich gebe, ist klar, warum ein jederley Verhältnisse überall gefallen müssen: nemlich überall gefallen diejenigen, die man leicht wahrnehmen kan. Die Seele hat Lust an dem, was sie leicht begreifen kan; aber Mißfallen daran, was sie verwirret.

Die 1. Aufgabe.

25. In einem jeden vorkommenden Falle aus den guten Verhältnissen die beste zu erwehlen.

Auflösung.

1. Weil die Verhältnisse auch mit den Absichten der Theile des Gebäudes, in welchen sie gebraucht werden, übereinkommen müssen (§. 1); so könnet ihr aus Erwägung derselben urtheilen, welche Abmessung grösser seyn soll, als die andere,

1. C.

1. E. ob die Höhe grösser seyn soll, als die Breite: ja ihr könntet auch daraus schließen, ob die grössere viel oder wenig grösser seyn soll, als die kleinere.
2. Nachdem ihr dieses gefunden habt, so wehlet euch aus dem ersten Zusage des dritten Lehrsatzes (§. 21) eine Verhältniß, da die beyden Glieder entweder viel oder wenig, nach Erforderung der Sache, von einander abgehen.
3. E. Eine Gemach-Thür muß so hoch seyn, daß man aufgerichtet durchgehen kan, und also nicht unter 6¹/₂ Schuhen. Da nun die Helfte davon 3¹/₄ nicht viel grösser ist, als die Breite eines angekleideten Menschen; so schickt sich am besten für die Verhältniß der Breite einer Gemach-Thür zu der Höhe, wie 1 zu 2.

Die 8. Erklärung.

26. Die Eurythmie oder Wohlgeretheit ist die Aehnlichkeit der Seiten bey einem unähnlichen Mittel. Die Franzosen nennen sie Symmetrie. Ein Exempel giebt die äußerliche Gestalt unsers Leibes.

Der 1. Zusatz.

27. Da nun die Erfahrung lehret, daß, wenn man auch nur im geringsten von der Eurythmie abweicht, das gute Ansehen so bald verdorbet wird, so muß der Bau-Meister dieselbe sorgfältig in allem, was man auf einmal übersehen kan, in acht nehmen.

Der 2. Zusatz.

28. Wenn man demnach etwas in die Weite ganz übersiehet, in der Nähe aber nur einen Theil desselben auf einmal sehen kan; so muß man die Eurythmie so wohl im Ganzen, als in den besondern Theilen anbringen.

Der 3. Zusatz.

29. Daher, wenn ein Gebäude sehr breit ist, so wird es entweder nur in der Mitten, oder auch an den Ecken etwas herausgerückt, oder wie man insgemein redet, es bekommt *risalit*.

Anmerkung.

30. Warum eben die Eurythmie einen so sonderbaren Gefallen in uns erregt, wollen wir hier eben nicht untersuchen, denn in der Baukunst ist es genug, daß wir wissen, es geschieht. Jedoch erinnere ich nur dieses, daß sie der Seele behülflich sey, die Gestalt des Gebäudes ohne Mühe deutlich zu begreifen, und in vielen Werken der Kunst und der Natur, ja auch selbst im Gebäude, mit der wesentlichen Vollkommenheit verknüpft ist. Denn, wenn z. E. die Thür in der Mitten, die Fenster und übrigen Sachen auf beyden Seiten in allem einander gleich sind; so kommt der Schwere Punct recht in die Mitte, und stehet demnach das Gebäude fester, wie aus den Gründen der Mechanick sich erweisen läßt. Wir haben aber schon vorhin vernommen, daß uns gefällt, was wir leicht begreifen können (§. 24), ingleichen, was zur Vollkommenheit einer Sache gehöret (§. 18).

Die

Die 9. Erklärung.

31. Durch den Bau-Zeug verstehen wir alles, was zum Baue würcklich angewendet wird, als Holz, Ziegeln, Steine, Sand, Kalk.

Der 4. Lehrsatz.

32. Zu einem vorhabenden Baue soll man dauerhaften Bau-Zeug erwählen.

Beweis.

Das Gebäude soll feste aufgeführt werden, (§. 15). Weil aber dieses nicht lange unversehrt stehen kan, wenn der Bau-Zeug sich in kurzem verschlimmern läßt; so muß man zu einem vorhabenden Baue dauerhaften Bau-Zeug erwählen. W. J. E. W.

Der 1. Zusatz.

33. Derowegen muß man keinen brauchen, an dessen statt man einen dauerhaften haben kan, es mag derselbe entweder von verschiedener Art (als Holz, Ziegel, Steine), oder nur von verschiedener Güte seyn (als Steine die im Feuer springen, und Steine, denen das Feuer nicht schadet).

Der 2. Zusatz.

34. Da man nun zum Bauen Holz, Ziegeln, Steine, Sand und Kalk braucht, so muß sich ein Bau-Meister die Eigenschaften dieses Zeuges durch fleißige Erfahrung bekant machen.

Die

Die 1. Anmerkung.

35. Es wäre zu wünschen, daß Leute, die Geschicklichkeit, Zeit und Gelegenheit dazu hätten, diese Eigenschaften genau untersuchten, und die Art und Weise, wodurch sie dieselben erforschen, zugleich mit umständlich bekannt machten, damit wir in denen Dingen völlige Gewißheit bekämen, die wir jetzt blos denen glauben müssen, welche sie uns sagen. Vermöge dessen, was ich in den Leipziger Actis A. 1708. p. 161. & seqq. und nach diesem in meinem Tractate von den Kräften des Verstandes c. 4. von den Gesetzen der Erfahrung angewiesen habe.

Der 3. Zusatz.

36. Es lehret aber die Erfahrung, daß die Gebäude durch das Feuer, das Wasser, die Witterungen der Luft, ihre eigene Last, und endlich durch den Gebrauch verschlammert und verheeret werden. Derowegen, weil ihr die Dauerhaftigkeit des Bau-zeuges beurtheilen sollet (S. 34); so müßet ihr nachforschen, wie er sich im Feuer, im Wasser in den Witterungen der Luft, unter der Last des Gebäudes und bey dessen Gebrauch hält.

Der 4. Zusatz.

37. Da nun das Holz im Feuer nicht dauret, leicht wurmstichig wird, und versaulet; so soll man in Gebäuden, die lange stehen sollen, es entweder gar nicht brauchen, wo man einen andern Zeug dafür nehmen kan, oder, wo dieses nicht angehet, theils den überflüssigen Gebrauch des Holzes vermeiden, (als wenn man die unnöthigen

thigen Sparren in dem Dache, die hölzernen Gesimse an den Gebäuden, u. s. w. weg läßt); theils auch selbstunter dem Holze eine geschickte Wahl anstellen (§. 33).

Die 2. Anmerkung.

38. Es hat nemlich nicht alles Holz einerley Eigenschaften. Vitruvius (lib. 2. c. 9.) mercket an, daß das tannene fein gerade bleibe, aber leicht wurmfichicht werde, und sich geschinde entzünde; das eichene in der Erde wohl daure, und im Wasser fast zu Stein werde, aber sich leicht werfe und Riß bekommen; Pappeln und Linden sehr weich seyn, und dannenhero den Bildhauern zu Schnitz-Werck dienen; die Erle in sumpfigen Boden sich wohl halte, und ungeheure Lasten trage; Cypressen und Fichten sich leicht sencken. Sonst hat man auch von dem eichenen Holze angemercket, daß sich eine schwarze Materie heraus ziehe, davon die Fische sterben.

Die 3. Anmerkung.

39. Ja auch das Holz von einerley Art wird nicht alles von gleicher Güte befunden. Leevvenhoeck (in Anatomia rerum cum animatarum, tum inanimatarum p. 45.) behauptet, daß das Holz, welches geschwinde wächst und dicke wird, stärker, fester und dauerhafter sey, als das langsam wächst und dicke wird, und folglich das Holz besser sey, welches breite, als welches schmale Jahre hat: ins gleichen p. 44, daß das Holz, welches inwendig hohl ist, leicht faule. Und Alberti l. 2. c. 7. hält das Holz an erhabenen Orten für trockener und fester, als das in niedrigen, absonderlich sumpfigen und morastigen. Daher wollen auch einige, man soll das Holz von einerley Art alles aus einem Walde nehmen, damit es gleiche Zeit an dem Gebäude daure.

Der

Der 5. Lehrsatz.

40. Das Bau-Holz muß recht trocken seyn.

Beweis.

Wenn das Holz nicht trocken ist, so trocknet es erst in dem Gebäude. Wenn es trocknet, so schwindet es, wirft sich und bekommt Rizen. Da nun aber hierdurch das Gebäude verschlimmert wird; so muß man recht trocken Holz zum Bauen nehmen (§. 32). W. J. E. W.

Anmerkung.

41. Es wird wol niemand zweifeln, daß das Gebäude Schaden nimt, wenn das Holz schwindet und sich wirft, wer nur bedenket, was hieraus erfolgt. Denn, wenn z. E. nicht recht trocken Holz zu den Thüren genommen wird, und sie schwinden, so gehen sie nicht recht zu, und kan des Winters die kalte Luft beständig in das Zimmer hinein streichen. Ja, zuweilen springen sie gar, und bekommen in der Mitten Rizen. Bey den Fenstern kan, wenn sie geschwunden sind, nicht allein der Wind und Winterszeit die kalte Luft in das Zimmer hinein blasen, sondern auch der Regen hinein laufen, wenn ihn der Wind an die Fenster schlägt.

Zusatz.

42. Derowegen muß man nicht allein das Holz zu einer Zeit fällen, da es am allerwenigsten Feuchtigkeit hat, sondern auch vorher recht austrocknen lassen, ehe man es zum Bauen braucht.

Die

Die 2. Aufgabe.

43. Das Bau-Holz zu fällen.

Auflösung.

1. Hauet im Herbst die Bäume auf der einen Seite bis an die Mitte des Marcks ein, oder auch wol noch lieber, (wie Böckler gethan in Not. ad *Pallad.* lib. 1. c. 1. f. 4.) zu unterst am Stamme rings herum, als ihr vermeinet, daß der Stamm kaum stehen bleibet.
2. Lasset auch, wenn es euch nicht zu beschwehrlich ist, vor dem Einhauen alle Aeste bis auf den Gipfel ablösen, und verschmieret die obere Verletzung des Gipfels bald mit Leimen (*Alberti* lib. 2. c. 4. Böckler l. c.).
3. Endlich von der Mitte des Decembris an bis gegen die Mitte des Februarii lasset es fallen.

Beweis.

Denn, weil die Bäume nicht allein die Feuchtigkeit aus der Erde durch die Wurzeln, sondern auch von dem Regen, dem Thau und der Luft durch die Blätter und Rinde an sich ziehen, und der in ihnen sich befindliche Saft insonderheit zwischen der Rinde in die Höhe steigt, und gleich dem Geblüte in dem menschlichen Körper circuliret (wie *Perrault* in Not. ad *Vitruv.* lib. 2. c. 9. n. 7. f. m. 50. und *Mariotte* in seinem *Essai premiere de la Vegetation des plantes*

plantes p. 63. & seqq. ausgeführt): so wird durch das Ablösen der Rinde und das Einhauen des Stammes dem Baume die Feuchtigkeit benommen, so viel nur möglich ist. Da nun aber nicht allein den Sommer über die überflüssige Feuchtigkeit zur Nahrung der Blätter und Früchte angewendet worden; sondern auch bey uns hauptsächlich die Erde vor dem December ihrer Wärme nicht völlig beraubt wird, (wie *Mariotte* experimentiret in seinem *Essai troisieme du chaud & du froid*. p. 38. seqq.), und folalich die Feuchtigkeit darinnen nicht völlig gefrieren kan: über dieses, da um die Mitte des Februarii die Sonne merklich höher steigt, der Saft wieder in die Bäume tritt; so haben die Bäume von der Mitte des Decembris an bis gegen die Mitte des Februarii die wenigste Feuchtigkeit. Und dannenhero ist diese die rechte Zeit, sie zu fällen (§. 41). Wenn man nun das Holz jederzeit fället, da es die wenigste Feuchtigkeit hat, ihm auch vorher so viel möglich, alle Feuchtigkeit benommen ist; so hat man alles gethan, was man hat thun können, um das Bau-Holz echt trocken zu bekommen. W. Z. E. W.

Die 3. Aufgabe.

44. Das gefällte Bau-Holz recht auszutrocknen.

Auf:

Auflösung.

Leget es unter einen Schopfen an einem trockenen Orte dergestalt über einander, daß es nicht auf der Erde auflieget, und zwar vor den Sonnen-Strahlen und dem Regen verwahret ist, dennoch aber allenthalben von der freyen Luft durchstrichen werden kan, und lasset es 3 Jahre liegen: so wird es nach und nach austrocknen.

Beweis.

Weil der Regen das Holz feuchte macht, so hindert er das Trocknen. Wenn es in der Sonne liegt, so bekommt es Rissen, weil der obere Theil des Holzes eher trocknet, als der mittlere, und, indem es sich zusammenziehet und das mittlere nicht bedecken kan, springet. Wenn das Holz auf der Erde auflieget, so ist es unter ihm immer naß, unerschachtet der Erdboden um und um trocken ist, indem die aus der Erde steigenden Dünste nicht in die Luft gehen können. Die Luft trocknet fast geschwinder, als die Wärme der Sonne, und nicht so ungleich, wie diese. Daher, wenn das Holz nach und nach austrocknen und im trocken nicht aufspringensoll; so muß es wieder den Regen und die Sonne verwahret werden; die freye Luft aber muß darunter wegstreichen, und es von allen Seiten bestreichen können.

W. J. E. W.

(Wolfs Mathes. Tom. 1.)

℞

An

Anmerkung.

45. *Perrault* (in Not. ad *Vitruv.* lib. 2. c. 9.) hat gefunden, daß das Wasser durch das Holz sickere, wenn es von oben begossen wird, nicht aber so leicht, wenn es von unten geschieht. Ich habe das Experiment mehr als einmal wiederholet und richtig befunden: wie wol eine gute Weile erfordert worden, ehe es durchgelaufen ist. Um dieser Ursache willen will *Perrault*, man solle dem Holze im Gebäude eine verkehrte Lage derjenigen geben, die es im Walde hatte: daß dannenhero *Böcker* (in Not. ad *Pallad.* lib. 1. c. 2. f. 5.) ohne Grund das Gegentheil beziehet. *Palladius* loc. cit. hält davor, daß das Holz fein gleich trocken und sich nicht spalte, wenn man es mit Rindermist anstreicht.

Die 4. Aufgabe.

46. Die Güte der Steine zu erforschen.

Auflösung.

Die Güte der Steine bestehet darinnen, daß sie große Lasten tragen können, auch sich nicht leicht zerreiben; ingleichen in der Luft und dem Meer-Wasser nicht zerfallen, weder in der Kälte, noch im Feuer springen (§. 36).

Wollet ihr nun wissen, ob der Stein feste ist oder nicht, so könnet ihr solches durch gewaltsames Schlagen erfahren. Die Dauerhaftigkeit in der Kälte und Luft könnet ihr erfahren, wenn ihr sie nach dem *Vitruvio* (lib. 2. c. 7.) zwey Jahre unter frehem Himmel liegen lasset; oder nach dem *Alberti* (lib. 2.

(lib. 2. c. 8. p. m 25.) mit Scheide-Wasser, oder auch nur gemeinem Wasser anfeuchtet, und mit einer eisernen Bürste kratzet: denn, so sie in dem letztern Falle eine schleimige Materie von sich gehen lassen, sollen sie sich in der Luft nicht wohl halten. Wenn ihr einen Stein ins Feuer werfet, so werdet ihr gemahr, ob er darinnen springet, oder nicht. Auch meint *Alberti* (lib. 2. c. 8.), es könne sich ein Stein im feuchten nicht wohl halten, wenn er schwacher wird, so man ihn mit Wasser begießt.

Anmerkung.

47. Man hat auch bey gebrochenen Steinen, die nicht gar zu harte sind, acht zu geben, ob sie Stein-Galle haben: indem dieselbe oft weich wie Kreide ist, sich im Wasser oder feuchten auflöset, und mit der Zeit ganz verzehret wird, wodurch das Gemäure leicht spaltet und oftmals sein Fallersorgen kan. (*Böckler in Not. ad Pallad. l. 10.*).

Der 6. Lehrsatz.

48. Die Steine sollen im Sommer gebrochen, und in die Sonne gelegt werden, auch eine Weile liegen, ehe sie verarbeitet werden.

Beweis.

Denn alle Steine haben eine Feuchtigkeit in sich, wenn sie aus der Erde kommen. Legt man sie in die Sonne, so trocknen sie aus. Gefrieren aber im Winter dieselben, so springen sie öfters, oder werden wenig-

stens mürbe. Durch das liegen aber werden die Steine harte.

Anmerkung.

49. Der Marmor und die Bruchsteine, welche die Stein-Meßer brauchen, sollen bald verarbeitet werden, weil sie noch gelinde und gut zu arbeiten sind.

Die 5. Aufgabe.

50. Die Back-Steine oder Ziegeln zu machen.

Auflösung.

1. Streichet die Ziegeln im Frühlinge und Herbst, nicht aber im heißen Sommer und im Winter, wenn es gefrieret, aus zarter und nicht allzu fetter Erde, die ohne Sand, Kieß, Würzelgen und Würmern ist, welche ihr vorher einge-
weicht und wohl untereinander gerühret habt.
2. Setzt sie in eine Scheure, da sie zwar wieder die Sonnen-Strahlen und den Regen verwahret sind, aber doch die Luft frey durchstreichen kan: damit sie austrocknen. Müßet ihr sie aber aus Noth im Sommer oder im Winter streichen, so bedeckt sie im Winter mit Sande, im Sommer mit Spreu oder Stroh.
3. Endlich, wenn sie recht ausgetrocknet sind, so laßt sie in dem Ofen brennen.

Beweis.

Von den Ziegeln erfordert man, daß sie feste und nicht allzuschwehr sind. Aus sand-
dichter

dichter Erde aber werden sie schwehr und zerbrechlich. Die fette schwindet sehr und machet, daß die Ziegeln im austrocknen Riß bekommen. Der Kieß machet sie im austrocknen pucklicht, indem die harte Materie der Steine nicht wie die Erde schwindet. Ja die Kalck = Steine werden im brennen gar zu Kalck. Wenn nun hernach die Ziegeln die Feuchtigkeit in sich ziehen, so werden sie von dem sich aufblasenden Kalcke auseinander getrieben. Die Würzelgen und Würmer werden von der Gewalt des Feuers verzehret, und lassen die Ziegeln hin und wieder hohl. Wenn nun in dem feuchten Herbst sich die Feuchtigkeiten häufig hinein ziehen, und sie in dem Winter durch den Frost gefrieren; so werden die Ziegeln dadurch gesprengt: wie *Dieussart* in seinem *Theatro Archit. Civil. lib. 1. c. 6. f. 15.* angemercket hat. Daher muß man im Ziegel = Streichen sich vor allen diesen Dingen hüten. Wenn die Erde wohl erweicht wird, so löset sie sich recht auf, und, indem sie durch einander gerühret wird, giebt sie sich wieder fester zusammen. Daher kan man auch feste Ziegeln daraus streichen. Wenn der Frost die Ziegeln betrift, so zerfallen sie, und ist die ganze Arbeit vergebens: ist der Frost nicht zu heftig, so werden sie wenigstens zerbrechlich. Daher kan man sie nicht im Winter streichen, es sey denn, daß sie zugedeckt und wieder den Frost verwahret werden.

den. In der Hitze trocknen sie ungleich, bekommen Rissen, und werfen sich. Daher streicht man sie nicht in heißen Sommer-Tagen, oder bedeckt sie mit Stroh, daß sie nicht so geschwinde trocknen können: aus welcher Absicht auch sie nicht in die Sonne geleyet werden. Und weil sie in kalten Ländern von der Sonne, nachdem sie ausgetrocknet sind, nicht genug gehärtet werden können; so muß man sie endlich brennen und durch die Gewalt des Feuers ausrichten, was die Sonnen-Strahlen bey uns nicht vermögen. Sie müssen aber vorher recht trocken seyn; sonst bekommen sie im Ofen Rissen. Demnach hat man gültige Ursachen, warum man alles dasjenige in acht nimmt, was zur Zubereitung der Ziegeln ist vorgeschrieben worden. B. J. C. B.

Die 1. Anmerkung.

51. Die übermäßige Fettigkeit der Erde wird durch dazu gemischten feinen Sand gemäßiget.

Die 2. Anmerkung.

52. Damit die Steine aus der Erde können geworfen werden, so kan man sie zwar erst durch das Viehe, zuletzt aber, wenn die grobe Arbeit verrichtet worden ist, durch Menschen treten lassen.

Die 3. Anmerkung.

53. Damit die Ziegel-Erde recht aufgelöst würde, so haben es die Alten (wie *Diouffart* l. c. berichtet) für gut befunden, wenn sie in einem bey der Ziegelscheure dazu gemachten Kumm zween Winter und einem Sommer angefeuchtet aufbehalten würde, ehe man sie zum Ziegel-Streichen brauchet.

Die

Die 4. Anmerkung.

54. Die große Glut machet die Ziegeln aus Ziegels Erde im Ofen flüßig, und verwandelt sie gar in Glas. Daher machet man nicht allein in den Ziegel = Ofen Gewölber von Kalk = Steinen, damit die stärkste Glut daran schläget und sie calciniret; sondern man setzet auch unten herum Ziegeln aus Thon, oder Töpfer = Erde, denen die Glut nicht schadet; die aber viel schwehtrer sind, als die andern.

Die 5. Anmerkung.

55. Goldmann (lib. 1. c. 15. f. 61.) erinnert, daß die Ziegeln noch einmal so hart werden, als sonst, wenn man sie wiederum Wasser in sich ziehen läßt, nachdem sie aus dem Ofen kommen, und sie zum andern male brennet.

Die 6. Aufgabe.

56. Die Ziegeln zu probiren, ob sie gut sind, oder nicht.

Auflösung.

Wollet ihr wissen, ob die Ziegeln recht feste sind, oder nicht, so dürfet ihr sie nur beschwehren, oder darauf schlagen.

Gingegen, wenn ihr euch versichern wollt, ob sie recht ausgebrannt sind, oder nicht, so schlaget mit einem Hölzlein, Eisen oder Finger daran, und mercket darauf, ob sie helle klingen.

Oder tauchet sie ins Wasser, und gebet darauf acht, ob sie schlammig werden, oder nicht. Denn, wenn sie rein klingen und nicht schlammig werden, sind sie recht ausgebrannt.

Der 7. Lehrsatz.

57. Der Sand, den man zum Bauen brauchet, muß trocken, rauh und rein, das ist, mit keiner Erde vermenget seyn.

Beweis.

Man mischet im Bauen den Sand unter den Kalk vermittlest des Wassers, damit man dadurch die Ziegeln und Steine in dem Mauer-Werke mit einander verbinden kan. Derwegen muß man solchen Sand brauchen, der sich mit dem Kalk fest vereiniget, das ist, vermöge der Erfahrung, trocken, rauhe und rein ist. W Z E W.

Die 7. Aufgabe.

58. Den Bau-Sand u. probiren.

Auflösung.

Reibet ihn in dem Hand-Zeller, und merket darauf, ob er ein Geräusche macht, und Staub zurücke läßt. Denn aus dem erstern erkennet man, daß er trocken und rauhe; aus dem andern, daß er rein ist.

Oder: Rühret ihn im Wasser herum. Denn so er dasselbe trübe macht, so ist er unrein.

Oder; Laßt ihn unter freyem Himmel liegen und gebet acht, ob er bewächst. Denn wenn dieses geschiehet, so ist er unrein. Er wird aber auch unrein, wenn er lange unter freyem Himmel liegt, weil der Staub aus
der

der Luft darauf fällt, und mit Thau und Regen auch tiefer hinunter gebracht wird.

Die 1. Anmerkung.

59. *Vitruvius* (lib. 2. c. 4.) erzehlet dreierley Arten des Sandes, nemlich den gegrabenen Sand, den Fluß-Sand und den Meer-Sand. Der gegrabene ist entweder schwarz, oder grau, oder roth, oder glänzend, oder kiesicht. Der schwarze Sand ist unrein, und also zum Bauen nicht tauglich (§. 57). Der graue ist etwas besser, weil er nicht so viel Erde bey sich hat. *Vitruvius* ziehet ihm den rothen vor, den man nach *Alberti* Bericht (lib. 2. c. 12.) zu den öffentlichen Gebäuden in Rom gebraucht; allen Arten des Sandes aber den glänzenden, weil er der reineste und festeste ist.

Die 2. Anmerkung.

60. Es meldet *Palladius* (lib. 1. c. 4.), daß unter dem gegrabenen Sande durch lange Erfahrung der weiße für den schlimmsten befunden worden, sonder Zweifel, weil er nicht rauh genug, und sich daher mit dem Kalk nicht wohl verbinden läßt.

Die 3. Anmerkung.

61. Ueber dieses erinnert *Vitruvius* (l. c.), daß der gegrabene Sand unrein wird, wenn er lange Zeit in der Luft, der Sonne, dem Monde und dem Meise lieget: wovon ich vorhin die Ursache angezeigt habe. Der Mond thut nichts dabey; aber wohl die Sonne, in so weit sie durch ihre Wärme ihn austrocknet, wenn er feuchte worden ist, wodurch der Staub an dem Sande hangen bleibt.

Die 4. Anmerkung.

62. Der Meer-Sand muß mit kühnem Wasser abgewaschen werden, sonst zerbeißet das mit ihm vermischte Salz den Kalk. Hingegen den Kieß Sand muß man durch Hürten (das ist, durch ein von
E 5
eiserz

eisernem Drath gemachtes Segitter) werfen, damit er von den groben Kiesel-Steinen gereinigt werde, die sonst verhindern, daß man die Ziegeln nicht gerade auf einander legen kan.

Der 8. Lehrsatz.

63. Der Kalck soll aus harten und reinen Steinen gebrannt werden.

Beweis.

Denn es lehret die Erfahrung, daß die harten Steine einen weissen und festen; die weichen aber einen Kalck geben, der gleichsam in Asche zerfällt, wenn er aus dem Ofen getragen wird. Und wenn die Steine unrein sind, so wird auch der Kalck unrein. Weil aber weder der Kalck, welcher bald zerfällt, noch auch der unreine feste Mörtel giebet; so wird keiner von beyden in der Bau-Kunst gelobt (§. 32). Und dannenhero ziehet man den aus harten und reinen Steinen vor. W. J. E. W.

Die 1. Anmerkung.

64. *Vitruvius* (lib. 2. c. 3.) und *Alberti* (lib. 2. c. 11.) verworfen auch nicht den Kalck, der aus Schwammlöcherichten Steinen gebrannt wird. Und der letztere hält den Kalck zu allem Gebrauche dienlich, den man aus Mühl-Steinen, in welchen kein Salz zu finden ist, zubereitet. Er ziehet über dieses die gebrochenen Steine den zusammen geklaubeten vor, und hält die vor besser, welche in einem schattichten, und feuchten, als die in einem trockenen Bruch gefunden werden. *Palladius* pflichtet ihm bey, und erinnert noch dazu, daß die Steine aus fließenden
Wass

Wassern und Bächen einen saubern und weissen Kalck geben (lib. 1. c. 5.).

Die 2. Anmerckung.

65. Wo man Mangel an Kalck-Steinen hat, brennet man Kalck aus Muscheln, wie in Holland, und werden dazu die runden weissen Muscheln genommen, welche man an dem Ufer der See findet. Es erinnert aber Goldmann (lib. 1. c. 17. f. 62.), daß er die Feuchtigkeit sehr an sich ziehet, und wenn er zum Lünch gebraucht wird, der Regen ihn von den Wänden abschälet. In andern Fällen halten ihn einige vor den besten. (Dieussart lib. 1. c. 7. f. 18.).

Die 3. Anmerckung.

66. Es ist auch eine Art Kalck, welcher aus den Kalck-Gruben gegraben, in Ziegel-Formen gestrichen, hierauf abgetrocknet, und endlich wie die Ziegeln, im Ofen gebrannt wird. Und muß derselbe trocken, und im trockenen verwahret werden. (Dieussart (l. 1. c. 7. f. 18.). Goldmann mercket an (lib. 1. c. 17. f. 62.), daß er erst durch die Länge der Zeit erhärtet wird.

Die 4. Anmerckung.

67. Ehe man die Steine in den Ofen wirft, sollen sie zuvor zerschlagen werden. Denn, wenn es sich sonst zuträgt, daß in dem Steine eine große Höhle ist; so dehnet sich die Luft von der Gewalt der Flamme aus, wirft den Stein mit einem großen Kuaale in Stücken, und beschädiget leicht den Ofen.

Die 5. Anmerckung.

68. Albert: und Palladius (1. c.) wollen, der Kalck solle 60 Stunden gebrannt werden, welches Böckler in den Anmerckungen über den Palladium (lib. 1. c. 5.) billiget.

Die

Die 8. Aufgabe.

69. Den Kalk zu probiren, ob er gut gebrant sey, oder nicht.

Auflösung.

Alberti (lib. 2. c. 11. lib. 3. c. 4) giebt folgende Proben an. Es sollen die Steine um $\frac{1}{2}$ leichter worden seyn: der Kalk soll weiß, leicht und klingend seyn: er soll sich in dem Gestelle, darinnen er eingemacht wird, dicke anhängen. *Böcler* (l. c.) giebet als ein Merkmal eines guten Kalkes an, wenn er im Löschén mit einem dicken Dampfe aufsteiget: und *Dieussart* (l. c.) sehet hinzu, wenn er im Löschén viel Wasser erfordert.

Die 9. Aufgabe.

70. Den Kalk durch etliche Jahre gut zu erhalten.

Auflösung.

1. Löschet ihn mit Wasser, und rühret ihn in einen dünnen Bren.
2. Lasset ihn durch ein Loch an dem Boden des Troges in eine in der Erde zubereitete Grube fließen.
3. Wenn die Grube voll ist, so decket sie mit Sande zu, damit der Kalk nicht austrocknen kan, sondern so lange feuchte bleibt, bis man ihn zum Verarbeiten mit Spathe aussticht.

Anders.

Anders.

Böckler (in seinen Anmerkungen über den *Palladium* lib. 1. c. 5.) recommendiret folgende Manier. Wenn ihr den Kalck 3, 4, 10 und noch mehrere Jahre gut und kräftig erhalten wollt:

1. So bald er aus dem Ofen kommt, leget ihn auf einen Platz zwey bis drey Schuh über einander.
2. Streuet 2 bis 3 Schuh hoch Fluß- oder Feld-Sand darüber, und feuchtet den Sand durchaus starck genug an, indem ihr so viel Wasser darauf gießet, daß der Kalck sich nicht bloß entzündet und verbrennet, sondern gelöscht wird.
3. Wenn sich der Sand von dem aufsteigenden Dampfe spaltet, so ziehet ihn mit einer hölkernen Schaufel bald wieder zu, daß der Dampf nicht heraus kan.

So sollen die Kalck-Steine zu lauter Feiste, wie ein Käse von eitel Milchram, werden, und die Ziegeln als das beste Rütt heften.

Die 10. Erklärung.

71. Eine Stütze nennen wir alles dasjenige, was eine Last aufhält, die sonst fallen würde.

Die 11. Erklärung.

72. Die runden Stützen werden Ceulen genennet, und zwar Wand-Ceulen, wenn ihr Schaft zum Theil eingemauert ist.

Die

Die 12. Erklärung.

73. Die echte Stützen heißen Pila-
sters oder Pfeiler, und nennen sie einige
Wand-Pfeiler, wenn sie zum Theil ein-
gemauret sind.

Die 13. Erklärung.

74. Ein Stein, der den Kopf eines
über die Mauer hervorragenden Bal-
kens vorstellet, wird ein Krag-Stein ge-
nennet.

Der 9. Lehrsatz.

75. Es muß an dem ganzen Gebäude
nichts angehängtes und angekleibtes er-
scheinen, sondern vielmehr alles entwe-
der seinen festen Grund haben, oder zu-
länglich unterstützt seyn.

Beweis.

Denn, was weder einen festen Grund
hat, noch unterstützt ist, wird entweder in
der Zeit in der That herunter fallen, oder
wenigstens das Ansehen haben, als wenn
es in die Länge nicht würde dauern können.
Keines aber von beyden kan an einem Ge-
bäude geduldet werden (§. 15, 18). Dero-
wegen muß an dem ganzen Gebäude zc.
W. 3. E. W.

Der 1. Zusatz.

76. Und demnach müssen die Scheide-
Mauern und Zwischen-Wände entweder
auf einer Mauer oder einem Gewölbe auf-
stehen,

stehen, oder man muß die letztern von Hän-
ge-Wercke machen.

Der 2. Zusatz.

77. Man muß keine Stütze an das Ge-
bäude machen, wo nichts zu tragen ist.

Der 3. Zusatz.

78. Und weil die Stütze hindern soll, daß
die auf ihr ruhende Last nicht weichen kan;
so muß sie auch selbst nicht weichen können,
und dannenhero auf einem festen Grunde
ruhen.

Der 4. Zusatz.

79. Wiederum, weil alles zulänglich un-
terstützt seyn soll, so muß man frey stehende
Seulen und Pfeiler brauchen, wo die Last
weit heraus gehet, oder gar frey schwebet,
als das Gewölbe einer Kirche. Hingegen,
wenn die Last nicht weit hervor raget, so kan
man mit Wand-Seulen und Wand-Pfei-
lern zufrieden seyn (§. 72, 73). Wo aber
zu Säulen und Pfeilern kein Raum ist; da
bedienet man sich der Krag-Steine (§. 74).

Der 5. Zusatz.

80. Also sind Krag-Steine Noth-Stü-
cken, und können nirgends gebilliget werden,
wo man für andere Raum hat. Vielwe-
niger würde sichs reimen, wenn man Krag-
Steine auf Seulen und Pilastern legen
wolte.

Der

Der 6. Zusatz.

81. Und damit man dem Ansehen der Festigkeit nichts vergebe (§ 9, 18, so dürfen die Krag-Steine oder auch würcklichen Köpfe der Balken innerhalb der Last, welche sie tragen, nicht verborgen werden.

Der 10. Lehrsatz.

82. Jede Stütze muß in ihren Abmessungen der Last proportionirt seyn, die sie tragen soll, und entweder aus eben solcher Materie zubereitet werden, aus welcher die Last bestehet, oder auch aus gleich fester, oder auch lieber aus noch festerer.

Beweis.

Denn, sonst wäre Gefahr, daß entweder die Stütze mit der Zeit dem Drucken der Last nachgeben würde, wenn sie gleich im Anfange hielte, oder nicht so lange daurete, als die Last, welche auf ihr ruhet. Da nun beides der Festigkeit des Gebäudes zu wieder ist (§ 6); so muß jede Stütze der Last proportioniret seyn, die sie tragen soll, u. s. w. (§. 15.). W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

83. Weil nun eine kurze und dicke Stütze mehr tragen kan, als eine hohe und dünne; so muß die Dicke in der Höhe wenig mal enthalten seyn, wo eine große Last zu tragen ist, hingegen vielmal, wo eine kleine zu unterstützen ist.

Der

Der 2. Zusatz.

84. Und da sie gewisser stehet, wenn sie unten dicke, und oben dünne ist (wie aus der Mechanick und Erfahrung bekant); so muß sie wie ein abgekürzter Keil in ihrer Dicke abnehmen.

Anmerkung.

85. In der alten schlechten Bau-Art, (welche Blondell Cours d' Architecture lib. 1. c. 2. part. 1. f. 3, und Goldmann lib. 2. c. 1. f. 73. nach Anleitung des Vitruvii lib. 2. c. 1. deutlich beschrieben haben), brauchte man anfangs, die Stämme der Bäume K das Dach zu unterstützen, und setzte sie an die vier Ecken des Hauses, damit das Dach darauf ruhen mögte, und nicht die Wände mit desselben Last beschwehret würden. Damit nun diese Stützen nicht spalteten, umgab man sie oben und unten mit einem eisernen Reifen C und B; legte auch oben eine Tafel D darauf, welche der Reifen tragen half. Damit sie wieder den Regen und die Feuchtigkeit der Erde verwahret würden, setzte man einen viereckichten Besatzziegel A unter. Hierauf kam, nach der Breite des Gebäus des quer über, der Balken E, auf welchem andere Balken F, F, F &c. nach der Länge des Gebäudes ruheten, darauf die Dielen des Bodens genagelt wurden. Endlich wurden die Dachsparren IHI aufgerichtet, und zu den Seiten wurde zu oberste die Dachrinne dem Dache unterzogen, damit der Regen abfließen konnte. Da man aber ferner wahrnahm, daß bey großem Platz Regen die Seulen unten Schaden nahmen, so setzte man einen Würfel aus Werckstücken unter; damit nun auch dessen Ecken unbeschädiger blieben, legte man unten einen breiten Grundstein unter, oben deckte man denselben mit

Tab. I.
Fig. 1.

(Wolfs Mathes. Tom. 1.)

D

einem

einem platten Deckel: wiewol man den Grundstein und Deckel abhängig machte, daß der Regen daran ablaufen konnte.

Die 14. Erklärung.

86. Alles was in dieser schlechten Bauart aus nöthigen Absichten ist gemacht worden, hat man aus Stein oder auch zuweilen aus Holze zierlich nachzumachen getrachtet, und das Werk, welches durch diese Arbeit heraus gekommen ist, eine Ordnung genennet: daß also die Ordnung der Bau-Kunst eine Seule mit ihren dazu gehörigen Gesimsen ist.

Der 1. Zusatz.

Tab. I. 87. Daher ist es geschehen, daß eine
Fig. 2. Ordnung aus drey Haupt-Theilen besteht, von denen der unterste AB dasjenige, was zu Erhöhung der Stützen gebraucht worden; der andere CD die Seule oder Stütze selbst; der dritte EF die Last, so auf der Stütze ruhete, vorstellt.

Der 2. Zusatz.

88. Wenn man von den Ordnungen und ihrem Gebrauche urtheilen will, so muß man die nöthigen Absichten in der schlechten Bauart jederzeit zum Grunde des Urtheils setzen.

Anmerkung.

89. Hieraus siehet man, daß diejenigen sich sehr betrügen, welche die Lehre von den Ordnungen in
der

der Bau-Kunst keinen Grund zu haben vermeynen. Denn unerachtet die wesentliche Vollkommenheit des Gebäudes dieselben nicht überall erfordert, wo man sie zu gebrauchen pfleget; so muß sie doch dieselben zu erfordern scheinen. Und da der Bau-Meister auch diesem Scheine ein Genügen thun muß (§. 18); so hat er sich völlig nach den Absichten zu richten, die man haben müßte, wenn sie schlechterdings nöthig wären. Diese Absichten aber hat man aus der schlechten Bau-Art (§. 85) herzuholen. Dannhero, wenn auch einer den angegebenen Ursprung der Ordnungen historisch für unrichtig hielt; so muß er dennoch, vermöge der von uns besttigten Gründe der Bau-Regeln, zugeben, daß man die bey der schlechten Bau-Art nöthigen Absichten zu Schein-Absichten bey den Regeln machen müsse, und man dannhero annehmen könne, als wenn dieses ihr Ursprung gewesen wäre.

Die 15. Erklärung.

90. Der unterste Theil der Ordnung AB wird das Postement, der mittlere CD die Seule; der obere EF des Haupt-Gefimse genennet. Tab I.
Fig. 2.

Anmerkung.

91. Goldmann nennet das Postement den Seulen-Stuhl, und das Haupt-Gefimse das Gebälk &c. Es ist nemlich zu wissen, daß er sich so wohl in der Benennung der Haupt-, als anderer Glieder beständig nach den Lateinischen Rahmen des *Vitruvii* richtet. Wir bleiben bey den Benennungen der meisten Werke Leute, theils, damit auch sie diese Anfangs-Gründe der Bau-Kunst ungehindert zu ihrem Nutzen lesen, theils unsere Zuhörer und andere, die nach ihnen sich etwan informiren zu lassen, beliebet mögten;

mit jenen von Bau-Sachen reden können, theils; weil dieser Benennungen nicht so viel sind, als bey dem Goldmann, da öfters ein Glied verschiedene Rahmen bekommt, blos von der Stelle, die es in der Ordnung einnimmt, auch weil sie in andern Teutschen Schriften beständig gebraucht worden sind.

Der 1. Zusatz.

92. Weil das Postement nur zur Erhöhung der Seule gebraucht wird (§ 87, 90); so kan es überall wegbleiben, wo die Seule schon vor sich erhöht ist.

Der 2. Zusatz.

93. Hingegen, weil das Haupt-Gesimse die Last ist, welche die Seule trägt (§. 87, 90), keine Seule aber gemacht werden muß, wo nichts zu tragen ist (§. 77); so kan das Haupt-Gesimse niemals wegbleiben.

Der 3. Zusatz.

94. Gleichwie aber das Postement zur Erhöhung der Seulen gebraucht wird (§. 87); eben so kan man es zur Erhöhung anderer Sachen, die um einer gleichmäßigen Ursache willen erhöht werden müssen, als der Statuen in einem Garten, brauchen.

Die 16. Erklärung.

95. Die Linie, um welche ein Theil, oder auch ein Glied eines Theils breiter ist, als das andere, nennet man die Ausladung. Goldmann heisset sie die Vorstechung.

Die

Die 17. Erklärung.

96. Das Postement hat drey Theile, Tab. I.
1. das Fuß-Gesimse BG (den Fuß des Seulen-Stuhls), 2. den Würfel HG, 3. das Postement-Gesimse AH (den Deckel); deren der erste den Grund-Stein, den man unter den Würfel, der andere aber den Deckel, den man über den Würfel legte, vorstelllet (§. 85).

Zusatz.

97. Da nun das Fuß- und Postement-Gesimse zu Verwahrung des Würfels dienen (§. 85); so kan keines von beyden jemals weggelassen werden, beyde aber müssen Ausladung über den Würfel haben.

Die 18. Erklärung.

98. Die Seule hat gleichfalls drey Theile, Tab. I.
1. das Schaft-Gesimse IC (den Fuß), 2. den Schaft IK (den Stamm), 3. das Capitäl DK (den Anauf). Der erste stellet den Befestigung Ziegel vor, der unter die Seule kam; der dritte die Tafel, welche auf die Seule gelegt wurde (§. 85).

Zusatz.

99. Daher muß das Schaft-Gesimse und Capitäl Ausladung über die Seule haben, damit die Seule gewisser stehet, und der Balken sicherer auflieget. Hingegen kan

das Schaft-Gesimse keine Ausladung über den Würfel haben, weil es auf diesem ruhet.

Die 19. Erklärung.

Tab. I. 100. Auch das Haupt-Gesimse hat drey
Fig. 2. Theile, 1. den Architrab LE (den Unter-
Balcken), 2. den Frieß MN den Borten),
3. den Karnieß FO (den Kranz). Der
erste stellet den Quer-Balcken vor, der
nach der Breite des Hauses gelegt wur-
de, der andere die Köpfe der Balcken,
welche auf diesem ruheten, und der dritte
die Dielen, so darauf genagelt wurden,
nebst der Dach-Kinne (§. 85).

Der 1. Zusatz.

101. Daher muß das unterste Glied des
Architrabs, ingleichen der Frieß keine Aus-
ladung über den Ober-Theil des Schaftes
haben. Denn keine Last muß breiter seyn,
als der Grund, worauf sie ruhet, wenn sie
feste liegen soll.

Der 2. Zusatz.

102. Hingegen der Karnieß muß Ausla-
dung über die ganze Ordnung haben, weil
er den Regen von ihr abhalten soll (§. 85).

Anmerkung.

103. Die Rahmen, welche in eine parenthesin
eingeschlossen, sind Goldmanns. Und haben wir
sie um deswillen mit beybehalten, damit der Leser
zugleich zu einem herrlichen Werke von der Bau-
Kunst zubereitet würde.

Die

Die 20. Erklärung.

104. Damit die erwehnten Theile der Ordnungen ein besseres Ansehen bekämen, so hat man sie aus kleinen Gliedern zusammen setzen wollen. Da man sich aber vorgenommen hat, keine anzunehmen, als die sich durch Circel und Linealzeichnen lassen, so hat man zweyerley Arten der Glieder bekommen, platte und krumme. Jene nennet man Platten, wenn sie groß sind; Plättlein, wenn sie klein sind; diese aber sind entweder erhaben, oder ausgehöhlet, oder erhaben und ausgehöhlet zugleich. Es können aber die erhabenen und ausgehöhlten entweder aus einem halben Circul, oder nur aus einem Bogen gemacht werden. Die erhabenen heißen Stäbe, wenn sie groß sind; Stäblein, wenn sie klein sind; Viertel-Stäbe, wenn ihre Figur nach einem Bogen gerichtet ist; die ausgehöhlten insgesamt Hohl-Kehlen: die zugleich erhaben und ausgehöhlet sind, Karniese, wenn sie groß sind, Karnießein, wenn sie klein sind. Hierzu kommt noch der Ab- und Anlauf, welcher ein ausgehöhltes Glied ist, welches entweder oben, oder unten zwey, sonderlich platte Glieder an einander hängen.

Tab. II.
Fig. 11.

Anmerkung.

105. Goldmann nennet diese Glieder ganz anders und mit viel mehreren Nahmen. Die Platten heißen bey ihm bald Streifen, bald Bänder, im Karnieße und Postement-Gessimse Kranz-Leisten, die Plättlein aber Kiemlein; und an dem Ende eines Haupt-Theils Ueberschläge; unten an dem Schafte Untersäume, oben Obersäume. Die gangen Stäbe nennet er Pfähle, die Viertel Stäbe Wülste, die Stäblein Stäbe und Stäblein: die nach einem Bogen ausgehöhlten Hohl-Kehlen Hohl-Leisten, die übrigen Einziehungen: die Karnieße, da die Ausladung der Höhe gleich ist, Rinn-Leisten und Sturz-Rinnen; die übrigen aber Kehl-Leisten.

Die 10. Aufgabe.

Tab. I.
Fig. 3.

106. Einen Stab zu zeichnen.

Auflösung.

1. Theilet die Höhe AB in 2 gleiche Theile in C (§. 120, 121 Geom.).
2. Beschreibet aus C mit dem Radio CA einen halben Circul (§. 104).

Die 11. Aufgabe.

Tab. I.
Fig. 4.

107. Einen Viertel-Stab zu zeichnen.

Auflösung.

1. Theilet die Höhe BC in 3 gleiche Theile, und gebet $\frac{2}{3}$ davon, nemlich BG, der Ausladung AB (§. 21).
2. Theilet das mittlere Drittel EG in 4 gleiche Theile, und machet $BD = BF = \frac{1}{3} BC + \frac{1}{4} EG$.

3. End-

3. Endlich beschreibet aus D mit dem Radio DA den Bogen AC.

Anders.

1. Suchet die Ausladung AB wie vorhin. Tab. I.
2. Machet mit BC aus C und B einen Durchschnitt in D. Fig. 5.
3. Beschreibet aus D den Bogen BC.

Die 12. Aufgabe.

108. Eine Hohl-Rehle zu zeichnen.

Tab. II.
Fig. 6.

Auflösung.

1. Theilet die Höhe AB in 2 gleiche Theile in E und machet die Ausladung $AC=AE$ (§. 21).
2. Theilet ferner AE in zween gleiche Theile in F, und verlängert BG in D, bis $DB = AB + AF = \frac{3}{2}AB$ wird.
3. Beschreibet aus D mit dem Radio DB den Bogen CB.

Anders.

1. Suchet die Ausladung AC, wie vorhin.
2. Machet mit BC aus B und C einen Durchschnitt in D.
3. Beschreibet aus D mit DB den Bogen BC.

Die 13. Aufgabe.

109. Einen großen Karnies zu zeichnen.

Tab. II.
Fig. 7.

Auflösung.

1. Machet die Ausladung $AC=AB$ (§. 21). Tab. II.
2. Richtet aus der Mitten E der Höhe AB einen

einen Perpendicul $DE=AC$ auf (I. 95. Geom.).

3. Beschreibet aus D mit dem Radio DC den Quadranten CF, und aus E mit dem Radio EB den Quadranten BF.

Die 14. Aufgabe.

Tab. II.
Fig. 9.

110. Einen kleinen verkehrten Barmieß zu zeichnen.

Auflösung.

1. Theilet die Höhe AB in 2 gleiche Theile in E, und machet die Ausladung $AC=AE$ (§. 21).
2. Ziehet ferner eine blinde Linie BC.
3. Theilet ferner AE in 4 gleiche Theile, und machet $AF=AH=\frac{1}{4}AE$.
4. Beschreibet aus F mit FC den Bogen DC.
5. Machet $BG=FC$, und
6. Beschreibet damit aus G den Bogen DB.

Anders.

Tab. II.
Fig. 10.

1. Machet abermals die Ausladung $AC=\frac{1}{2}AB$.
2. Theilet die Linie BC in zween gleiche Theile in D.
3. Machet mit CD aus C und D den Durchschnitt F, und aus D und B den andern G.
4. Endlich beschreibet aus F mit FC den Bogen DC und aus G mit GD den Bogen DB.

Die

Die 15. Aufgabe.

111. Eine doppelte Hohl = Kehle zu zeichnen. Tab. XXII.
Fig. *.

Auflösung.

1. Theilet die Höhe NL in drey gleiche Theile, so, daß $NK = \frac{1}{3}NL$, und $KL = \frac{2}{3}NL$.
2. Machet $HN = NK$, und $LI = KL$, und ziehet KM mit NH parallel.
3. Machet $KO = NH$, und $KM = LI$, und beschreibet aus O mit KO den Bogen KH, und aus M mit MK den Bogen KI.

Die 16. Aufgabe.

112. Einen Ab- und Anlauf zu zeichnen. Tab. II.
Fig. 11.

Auflösung

1. Theilet die Höhe HC in zween gleiche Theile, und machet die Ausladung $AH = \frac{1}{2}HC$.
2. Zieheth CI auf HC perpendicular, und machet es $= \frac{1}{2}HC$.
3. Endlich beschreibet aus I mit IC den Bogen CA.

Anders.

Wenn man die Ausladung $AH = \frac{2}{3}HC$ machet; so wird $CI = \frac{1}{3}HC$.

Man könnte auch mit AC aus A und C einen Durchschnitt in I machen.

Der 11. Lehrsatz.

113. Einerley Glieder stehen in einem Gesimse nicht wohl unmittelbar über einander.

Be-

Beweis.

Wenn einerley Glieder übereinander stehen, so läßt sich ein Theil nicht wohl von dem andern unterscheiden. Da nun die Sachen, darinnen sich nicht alles wohl von einander unterscheidet, verwirret aussehen, und keinen Gefallen in uns erwecken (§. 24); so können wir sie auch nicht vor schöne halten (§. 9.): und daher muß man einerley Glieder nicht über einander setzen (§. 18).

W. J. E. W.

Der 1. Zusatz.

114. Darum werden die großen Glieder durch kleine, und besonders die runden durch Plättlein, die Platten durch Stäblein unterschieden.

Der 2. Zusatz.

115. Weil der Ab- und Anlauf rund ist (§. 112); so lassen sich zwey platte Glieder über einander setzen, wenn man eins an das andere ab-, oder anlaufen läßt.

Der 12. Lehrsatz.

116. Der Würfel, Schaft und Grieff sollen an ihre Ober- und Unter-Plättlein ab- und anlaufen.

Beweis.

Der Bau-Meister soll auf das Ansehen der Stärke bedacht seyn (§. 15, 18). Derwegen, da die Sachen, welche aus einem Stücke gemacht sind, fester aussehen, als die aus vielen zusammengefüget werden; der Würfel
aber,

aber, Schaft und Griesß als Dinge, die zum unterstützen gemacht sind, feste aussehen sollen (§. 85, 96, 98, 100): so müssen sie mit ihren Ober- und Unter-Plättlein nicht allein aus einem Stücke gemacht werden; sondern man muß auch dieses deutlich wahrnehmen können. Dieses letztere aber wird durch den Ab- und Anlauf erhalten (§. 04). Demnach muß man sich desselben bedienen. W. S. E. W.

Der 13. Lehrsatz.

117. Der Schaft soll nicht mit Ringen und Kränzen umgeben, noch mit Wein-Ranken umwunden, oder auf Schrauben-Art umher ausgedrehet werden.

Beweis.

Der Beweis ist fast eben wie (§. 116). Er gründet sich nemlich auf das Ansehen der Festigkeit.

Der 14. Lehrsatz.

118. Der Schaft der Seulen soll keinen Bauch haben, und aus den Flächen der Würfel sollen keine Tafeln ausgenommen werden.

Beweis.

Die Seule als eine Stütze (§. 72) soll sich durch das Ansehen der Festigkeit recommendiren (§. 15). Da nun eine bauchichte Seule nicht so feste stehet, als eine andere: so
kan

kan sie keinen Bauch haben. Welches das erstere war.

Das Schaft-Gesimse kan keine Ausladung über den Würfel haben (§. 99). Wenn aber aus der Fläche des Würfels Tafeln ausgenommen werden, so bekommt es an diesen Orten eine Ausladung über den Würfel. Derowegen dürfen sie nicht ausgenommen werden. Welches das andere war.

Der 15. Lehrsatz.

119. Kein Glied eines Haupt-Theils darf an ein Glied eines andern ablaufen.

Beweis.

Der Ablauf verbindet zwey Glieder, als wenn sie eins wären. Derowegen, wenn man ein Glied eines Haupt-Theils an ein anderes ablaufen läßt, so siehet es aus, als wenn es zu einem fremden Theile gehörte: welche Verwirrung nicht kan geduldet werden (§. 2.). Derowegen soll kein Glied zc. W. Z. E. W.

Zusatz.

120. Daher tadelt *Perrault* (in seinem Werke von den Seulen part. 2. c. 8. f. 120) mit Recht, wenn man die große Platte des Schaft-Gesimses an das Postement-Gesimse anlaufen läßt.

Die

Die 21. Erklärung.

121. Durch die wesentlichen Glieder verstehe ich diejenigen, welche in einem Theile der Ordnung nothwendig seyn müssen.

Der 1. Zusatz.

122. Es sind also wesentliche Glieder, die etwas vorstellen, welches in der schlechtesten Bau-Art nöthig war (§. 88).

Der 2. Zusatz.

123. Demnach muß in dem Fuß-Gesimse nothwendig eine Platte, und in dem Postement-Gesimse eine Platte oder wenigstens ein Ober-Plättlein seyn (§. 96).

Der 3. Zusatz.

124. An dem Schaft muß ein Unter-Plättlein mit einem Ab Laufe seyn (§. 85, 116).

Der 4. Zusatz.

125. In dem Schaft-Gesimse und Capital muß eine große Platte seyn (§. 98).

Der 5. Zusatz.

126. In den Architrab gehört eine große Platte und in den Karnieß eine große abhängende Platte nebst dem Karnieße und Ober-Plättlein (§. 100).

Der 16. Lehrsatz.

127. In das Postement-Gesimse, das Capital und den Karnieß schicken sich

sich alle Glieder, ausser dem Stabe und der doppelten Hohl-Kehle.

Beweis.

In dem Postement-Gesimse, Capitäle und Karnieße nimmt die Ausladung beständig zu: und dannenhero schicken sich dahin alle Glieder, welche nicht allein selbst oben eine Ausladung haben, sondern über die auch andere darüber geordnete Glieder eine Ausladung bekommen können. Dieses aber trifft bey allen Gliedern, ausser dem Stabe und der doppelten Hohl-Kehle, ein (§. 104). Denn, weil in dem Stabe, die Glieder über den Diameter, in der genannten Hohl-Kehle über die Linie, welche den ausgehöhlten Bogen berühret, geordnet werden müssen; so können sie keine Ausladung über dieselben bekommen. Derowegen schicken sich in die erwehnten Theile der Ordnungen alle Glieder, ausser dem Stabe und derselben Hohl-Kehle. W. Z. E. W.

Der 17. Lehrsatz.

128. In oas Fuß- und Schaft-Gesimse schicken sich alle Glieder ausser dem Viertel-Stabe.

Beweis.

In diesen beyden Gesimsen nimmt die Ausladung immer ab. Derowegen schicken sich ausser den Platten-Gliedern, dem Stabe und der doppelten Hohl-Kehle nur diejen-

gen,

gen Glieder dahin, welche man verkehrt setzen kan. Man kan aber die Karniesse und Hohl-Kehlen verkehrt setzen, und wegen des Stabes hat man den Viertel-Stab nicht nöthig. Derowegen schicken sich dazu alle Glieder, ausser dem Viertel-Stabe. W. Z. E. W.

Der 18. Lehrsatz.

129. Die Glieder, welche im Postement-Gesimse zu finden sind, müssen im Fuß-Gesimse verkehrt zu sehen seyn: ausser, wenn in jenem ein Viertel-Stab ist, so muß in diesem ein ganzer Stab, wenn in diesem eine ganze Hohl-Kehle ist, in jenem eine Platte mit einem Ab Laufe an ein Plättlein seyn.

Beweis.

Weil man das Postement in der Nähe ganz übersehen kan, so muß man bey ihm die Eurythmie in acht nehmen (§. 28), und dannhero müssen die Glieder des Postement-Gesimses auch in dem Fuß-Gesimse zu finden seyn (§. 26). Da sich aber in das Postement-Gesimse kein ganzer Stab und keine doppelte Hohl-Kehle schicket (§. 127); so muß man an deren Stelle ähnliche Glieder setzen, die sich dahin reimen, als an die Stelle des ganzen Stabes einen Viertel-Stab, und an die Stelle der gedachten Hohl-Kehle eine Platte mit einem Ab Laufe an ein Plättlein. W. Z. E. W.

(Wolfs Mathef. Tom. I.)

3

Die

Die 22. Erklärung.

130. Außer den verschiedenen Gliedern haben die Griechischen Bau-Meister, und mit ihnen die Römischen noch andere Zierrathen eingeführet, nemlich die Schnörckel und Blätter von welschem Bären-Alee mit den Stengeln; die Triglyphe mit den Zapfen; die Kälber-Zähne und Krag-Steine: die ersten als eine Zierrath der Capitäle, die andern als eine Zierrath des Frieses, und die dritten als eine Zierrath des Karnieſes im Haupt-Gesimſe. Den Raum zwischen zweien Triglyphen, Kälber-Zähnen und Krag-Steinen nennet man die Zwischen-Tiefe. Aller dieser Zierrathen Beschaffenheit ist aus den unten folgenden Aufgaben (§. 158 & seqq.) abzunehmen.

Anmerkung.

131. Wie die Griechen auf diese Zierrathen gekommen sind, wird bald mit mehrern angeführet werden.

Die 17. Aufgabe.

132. Alle möglichen Gesimſe und Ordnungen zu finden.

Auflösung.

1. Setzet eine Ordnung aus den wesentlichen Gliedern zusammen (§. 123 & seqq.).
2. Nehmet jeden Theil besonders, und setzet nach und nach zu den wesentlichen Gliedern ein, zwey und mehrere Glieder, die sich in dasselbe schicken (§. 127, 128),
doch

doch so, daß ihr zugleich die oben (§. 113 & seqq.) gegebenen Regeln in acht nehmet, und der gehörigen Zierrathen (§. 130) nicht vergesset.

3. Wenn ihr nun so wohl die schlechtern Theile, als auch die zierlichern zusammen setzet; so kommen ganze Ordnungen heraus.

Beweis.

Daß ihr auf solche Weise alle möglichen Gesimse, und folglich alle Ordnungen bekommen müßet, daran kan man nicht zweifeln, weil alle Ordnungen aus den Gesimsen, alle Gesimse aber aus den Gliedern, nach den vorhin erwiesenen Regeln, zusammen gesetzt werden müssen. Wenn ihr nun von den einfachen Zusammensetzungen anfahet, und immer weiter ordentlich zu den höhern fortschreitet; so kommen nothwendig alle möglichen Zusammensetzungen heraus. W. Z. E. W.

Die 1. Anmerkung.

133. Es hat noch niemand den Vorrath der Bau-Kunst nach der 17. Aufgabe untersucht. Weil aber Leute von geringem Verstande diese Arbeit verrichten können; so begnüget mich, ihnen den Weg gezeigt zu haben, und bin vor meine Person damit zufrieden, daß ich ihnen Anlaß gegeben habe, sich um die Bau-Kunst wohl zu verdienen. Welche sich werden belieben lassen, auf dem von mir angewiesenen Wege ordentlich fortzugehen, denen werden sich allgemeine Regeln von selbst an die Hand geben, nach welchen

Tab.
XXIX.
Fig. 12.

ungehliche Werke der Kunst in ihrer völligen Schönheit zu verfertigen, welche jeztund von Drechslern, Schreibern, Töpfern und andern Handwerkern und Künstlern meistens sehr alber gemacht werden. Und was das Haupt-Werk ist, man wird diese Handwerke und Künste zu einer Vollkommenheit bringen können. Zum Exempel habe ich hier einen Anfang von den Postamentern geben wollen.

Die 2. Anmerkung.

134. Die Alten, welche die Ordnungen der Baukunst zuerst erfunden, haben es großen Theils auf gutes Glück ankommen lassen. *Vitruvius* giebet uns (lib. 4. c. 1) von den ersten vier Ordnungen folgende Nachricht. Als Dorus, der über Achajam und Peloponesum geherrschet, der Junoni zu Argis einen Tempel erbauet, hat er die Dorische Ordnung zuerst erfunden. Da hernach die Athenienser dem Apollini Panjonio einen Tempel aufgeführt; haben sie gleichfalls diese Ordnung gebraucht, und die Dicke zu der Höhe nach der Fuß-Länge einer Manns-Person zu seiner ganzen Länge proportioniret. Es ist aber die erste Dorische Ordnung eben diejenige gewesen, welche jeztund die Tuscanische genennet wird, weil sie sonderlich von den Tuscanern in ihren Tempeln ist gebraucht worden. Hingegen hat man nach und nach die erste Dorische Ordnung weiter ausgearbeitet, und diese wohl ausgearbeitete hat den Nahmen der Dorischen Ordnung behalten. Da man der Dianæ einen Tempel aufrichten wollen, nahm man die Verhältniß der Höhe der Seule zu ihrer Dicke von dem weiblichen Körper, und machte den Diameter des gleich dicken Stammes $\frac{1}{6}$ der Höhe. Das Capital zierete man mit Schnörckeln, die aufgebundenen Zöpfe der Weibes-Personen, nach damaliger Mode, damit zu bezeichnen. Den Schaft hat man geripelt, das ist, mit Hohl-Röhren

len verzieret, um die Falten des langen Rockes, welchen ihre Matronen trugen, damit anzudeuten. Diese Ordnung ist die Ionische genennet worden. Die Corinthische hat man nach jungfräulicher Länge gemacht, und ihr Capitäl ist von Callimacha, einem berühmten Bildhauer folgendergestalt erfunden worden. Es war zu Corintho eine mannbare Jungfrau gestorben, deren Amme etliche Geschirre, welche ihr lieb gewesen waren, in einem Körblein auf ihr Grab gesetzt, und oben mit einem Besetz-Ziegel zugedeckt hatte. Da es nun ohngefehr auf die Wurzel einer Pflanze, welche Acaanthus, oder Welcher Bären-Klee genennet wird, gekommen war, drungen des Frühlings die Blätter unter dem Körblein hervor, und bekleideten es. Und als die zarren Stengel den Ziegel erreichten, krümmeten sie sich in einen Würbel. Nach dieser Figur hat Callimachus sein Capitäl eingerichtet. Nachdem Vitruvius seine Bücher von der Bau-Kunst schon geschrieben, hat man aus der Dorischen, Ionischen und Corinthischen Ordnung die fünfte zusammen gesetzt, welche daher die Composita, ingleichen von ihren Erfindern den Römern, die Römische genennet wird.

Die 23. Erklärung.

135. Die Tuscanische Ordnung ist die schlechteste unter allen, deren Capitäl und Gesimse mit wenigen Gliedern gezieret ist. Die Dorische hat im Capitäl auch keine Schnörkel, aber in den Gesimsen mehr Glieder, und im Frieße Triglyphen mit Zapfen. Die Ionische hat im Capitäl acht Schnörkel und keine Blätter: die Römische noch dazu zwei Reihen Blät-

3 3 ter:

ter: die Corinthische sechzehn Schnörkel,
acht Stengel und drey Reihen Blätter.

Anmerkung.

136. Unerachtet aber alle Bau-Meister in der Zahl der Ordnungen, ihren Rahmen und Capitäl-ten mit einander übereinkommen, ausser daß *J. del Duca* dem Jonischen Capitäl eine Reihe Blätter gegeben, und *Franciscus Borromini* die Zahl der Schnörkel in dem Römischen verdoppelt hat: so ist doch in den übrigen Theilen derselben keine völlige Uebereinstimmung. Daher es auch unmöglich fällt, allgemeine Kennzeichen anzugeben. Denn, die *Goldmann* (lib. 1, c. 2. §. 80, 81) angewiesen hat, finden, wie er selbst gestehet, nur bey seinen statt. Den Unterscheid zeigen *Rok. Freard de Chambray* in der *Archirecture parallele*. *Carol. Philip. Dietusfort*, in *Theatro Architecturæ Civilis*, der Herr *Sturm* in dem Anhang zu des *Goldmanns* *Baukunst*, und *Johann Christian Seyler* im *Parallelismo Architectonico*. Weil aber *Goldmann* die Lehre von den fünf Ordnungen in einen bessern Zustand gesetzt hat, als sie vorher bey andern Bau-Meistern gewesen sind; so wollen wir bey ihm verbleiben, und sie hernach nach seinem Sinne beschreiben.

Die 18. Aufgabe.

137. Die Höhen der Glieder in den Gesimsen oder Theilen der Ordnungen geschielt gegen einander zu proportioniren.

Auflösung.

1. Weil die Höhe der Seule nach ihrer Dicke proportioniret werden muß (§. 83); so nehmet zum Maas oder Modul den
Semi-

Semidiameter des gleich dicken Schaftes an, und theilet ihn in 30 kleine Theile, oder Minuten.

2. Gebet denen kleinern Gliedern wenige, denen größern mehrere von diesen dreyszig Theilgen des Moduls; so werden lauter gute Verhältnisse der Glieder gegen einander heraus kommen.

Beweis.

Der deutlichste Beweis ist, wenn man eine Tafel verfertiget, darinnen die Höhen jedes Gliedes nach dergleichen Theilgen angewiesen sind. Dergleichen wir auch zu dem Ende hieher setzen.

Nahmen der Glieder.	Höhen.
Ein Plättlein	1 bis 2.
Ein Ober-Plättlein	1½ bis 4.
Eine Platte	3 bis 10.
• • im Architrab	8 bis 15.
Die abhängende Platte	6 bis 10.
Ein Stäblein	1½ bis 3.
Ein Stab	4 bis 8.
Ein Viertel-Stab	3 bis 6.
Eine Hohl-Kehle aus einem halben Circul.	2½ bis 5.
Eine Hohl-Kehle	2 bis 5.
Ein Karnießlein	2 bis 5.
Ein Karnieß.	5 bis 10.

Denn hier dürfet ihr nur die Höhen verschiedener Glieder mit einander vergleichen; so werdet ihr allezeit wahrnehmen, daß eine gute Verhältniß (§. 20, 21) heraus kommt. W. Z. E. W.

Die 19. Aufgabe.

138. Die Höhe der Seule gegen ihre Dicke, und die Höhen der Theile der Ordnungen, gegen die Höhe der Seule geschickt zu proportioniren.

Auflösung.

Weil wir die Lehre von den Ordnungen nach Goldmanns Sinne vortragen wollen (§. 136); so müssen wir es auch bey seiner Proportionirung bewenden lassen, und dannhero an statt der Auflösung folgendes Täflein hersehen, darinnen die Höhen der Theile nach Moduln angedeutet werden.

Nahmen der Theile.	Eusc.	Dorif.	Jonif.	Röm.	Cor.
Das Postement	5	5	5	5	5
Untersatz zu Erhöhung der Soulen	1	1	1	1	1
Die Seule	16	16	16	20	20
Das Haupt-Gesimse	4	4	4	4	4
Das Fuß-Gesimse	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
Der Würfel	$2\frac{3}{4}$	$2\frac{3}{4}$	$2\frac{3}{4}$	$2\frac{3}{4}$	$2\frac{3}{4}$
Das Postement-Gesimse	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$

Das

Rahmen der Theile.	Iusc.	Dorif.	Jonif.	Röm.	Cor.
Das Schaft-Gesimse	1	1	1	1	1
Der Schaft	14	14	14	$16\frac{2}{3}$	$16\frac{2}{3}$
Das Capital	1	1	1	$2\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{3}$
Der Architrab	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$
Der Frieß	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{5}$	$1\frac{1}{5}$	$1\frac{1}{5}$
Der Karnieß	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{5}$	$1\frac{2}{5}$	$1\frac{2}{5}$	$1\frac{2}{5}$

Die Auslaufungen dieser Theile verhalten sich nach dem Goldmann also:

Rahmen der Theile.	Iusc.	Dorif.	Jonif.	Röm.	Cor.
Das Fuß-Gesimse	$1\frac{31}{40}$	$1\frac{31}{40}$	$1\frac{31}{40}$	$1\frac{31}{40}$	$1\frac{31}{40}$
Der Würfel	$1\frac{3}{8}$	$1\frac{3}{8}$	$1\frac{3}{8}$	$1\frac{3}{8}$	$1\frac{3}{8}$
Das Postement-Gesimse	$1\frac{7}{8}$	$1\frac{7}{8}$	$1\frac{7}{8}$	$1\frac{7}{8}$	$1\frac{7}{8}$
Das Schaft-Gesimse	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$
Der Schaft	1	1	1	1	1
Der verjüngte	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$
Das Capital	$1\frac{2}{5}$	$1\frac{2}{5}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
Der Architrab	$\frac{9}{10}$	$\frac{29}{30}$	1	$1\frac{1}{10}$	$1\frac{1}{12}$
Der Frieß	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$
Der Karnieß	$2\frac{2}{3}$	$2\frac{2}{5}$	$2\frac{2}{5}$	$2\frac{12}{30}$	$2\frac{12}{30}$

Alle diese Auslaufungen werden gefunden, wenn man die Ausladungen der Glieder über dem verjüngten und gleich dicken Schaft zusammen addiret, und dem Untersaße die Breite des Würfels, den Frieß und die unterste Platte im Architrabe dem verjüngten Schaft gleich machet, und endlich die Ausladung der Glieder über den Würfel, den Frieß und die unterste Platte des Architrabs, wie vorhin, addiret.

Anmerkung.

139. Aus der ersten Tafel erhellet, daß Goldmann seine Ordnungen in zwei Classen getheilet hat, nemlich in niedrige und hohe. Den niedrigen giebt er 26 den hohen 30 Modul. *Vignola*, welcher die Lehre von den Ordnungen zuerst erleichtert hat, giebt der Tuscanischen 14, der Dorischen 16, der Ionischen 18, der Römischen und Corinthischen 20 Modul zur Höhe, und in allen machet er das Postament $\frac{1}{3}$, das Haupt-Gesimse $\frac{1}{4}$ von der Höhe der Seule. Goldmann hat die Höhe der Dorischen für seine niedrige angenommen, und die Römische und Corinthische behalten, wie sie *Vignola* angiebet. Da er sich nach ihm gerichtet; so ist glaublich, er habe die Tuscanische, Dorische und Ionische Ordnung von einer Höhe gemacht, weil *Vignola* die Römische und Corinthische von einer Höhe angegeben. Er hat aber für alle drei 16 Modul angenommen, weil dieses die mittlere Höhe für dieselben ist.

Die 20. Aufgabe.

140. Es wird gegeben die Höhe, wohin eine Ordnung kommen soll, man soll den

den Modul, und folglich die Dicke des Schaftes daraus finden.

Auflösung.

1. Wenn es eine von den hohen Ordnungen ist mit einem Postemente, so dividiret die gegebene Höhe durch 30; soll aber kein Postement dazu kommen, durch 25: was heraus kommt, ist der Modul. Diesen dupliret, so habt ihr die Dicke des Schaftes (§. 138).
2. Ist es aber eine von den niedrigeren Ordnungen, und zwar mit einem Postemente, so theilet die gegebene Höhe durch 26; hingegen, wenn kein Postement dabey ist, durch 21; was heraus kommt, ist abermals der Modul (§. 138). Diesen dupliret, so habt ihr die Dicke des Schaftes.

Anmerkung.

141. Soll man den Untersatz nicht behalten, so müßt ihr (§. 138) die gegebene Höhe in dem ersten Falle durch 24, in dem andern durch 20 dividiren. Z. E. Es ist die Höhe 16', dahin eine Tuscanische Säule ohne Postement, aber mit einem Untersatze kommen soll. Dividiret 16' oder 1600''' durch 21; so kommt der Modul $76\frac{4}{21}$ Linien heraus.

Die 21. Aufgabe.

142. Aus der gegebenen Höhe eines Postements die Höhe seiner Theile zu finden.

Auf:

Auflösung.

1. Dividiret die gegebene Höhe durch 20.
2. Was heraus kommt, multipliciret mit 6, mit 11 und mit 3; so giebt das erste Product die Höhe des Fuß-Gesimses, das andere die Höhe des Würfels, und das dritte die Höhe des Postement-Gesimses (§. 138).
3. E. Die Höhe des Postements ist 5' oder 50'', so ist die Höhe des Fuß-Gesimses 1'', die Höhe des Würfels $27\frac{1}{2}''$, die Höhe des Postement-Gesimses $7\frac{1}{2}''$.

Die 22. Aufgabe.

143. Aus der gegebenen Höhe eines Haupt-Gesimses die Höhen seiner Theile zu finden.

Auflösung.

1. In der Tuscanischen und Dorischen Ordnung dividiret die gegebene Höhe durch 3; so kommt die Höhe des Architrabs, Frieses und Karnieses heraus (§. 138).
2. In den übrigen drei Ordnungen dividiret die Höhe des Haupt-Gesimses mit 15, was heraus kommt, multipliciret mit 5, mit 4 und mit 6, so giebt das erste Product die Höhe des Architrabs, das andere die Höhe des Frieses, das dritte die Höhe des Karnieses: denn

es verhalten sich diese Theile, wie $1\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{2}{3}$ (S. 138), das ist, wenn man alles zu Brüchen reduciret, da der Nenner 15 ist, wie 20, 16, 24. Folglich, wenn man mit 4 dividiret (S. 75 *Arithm.*), wie 5, 4, 6.

3 C. Die Höhe des Gesimses in der Ionischen Ordnung sey 2' oder 200"', so ist die Höhe des Architravs $66\frac{2}{3}$ ", die Höhe des Frieses $53\frac{1}{3}$ ", die Höhe des Karnieses 80".

144. Tuscanische Ordnung.			
	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Fuß-Gesimse.	Die Platte	1 ^o . 0'	1. $23\frac{1}{4}$
	Der Stab	4	-
	Das Plättlein	1	1. $21\frac{1}{4}$
	Der verkehrte Karnieß	6	-
	Das Plättlein	1	1. $15\frac{1}{4}$
	Die Hohl-Kehle	3	1. $13\frac{3}{4}$
Postament.	Der Würfel	2. $22\frac{1}{2}$	1. $11\frac{1}{4}$
	Die Hohl-Kehle	3	1. $13\frac{3}{4}$
	Das Plättlein	1	1. $15\frac{1}{4}$
	Der Viertel-Stab	5	1. $18\frac{7}{12}$
	Die Platte	6	1. $23\frac{1}{4}$
	Das Plättlein	1	1. $24\frac{1}{4}$

Tab. III.
Fig. 13.

Die

Tab. IV.
Fig. 14.

	Rahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Gesimse.	Die Platte bis an den Ablauf	2	I. $25\frac{1}{4}$
	Der Ablauf	2	Rad. $2\frac{1}{2}$
	Das Ober-Plättlein	$2\frac{1}{4}$	I. $26\frac{1}{4}$
Schäfte.	Der Unter-Satz	I. 0	I. $11\frac{1}{4}$
	Die Platte	15	I. 10
Schäfte.	Der Stab	15	-
	Das Plättlein	3	I. $2\frac{1}{2}$
Schäfte.	Der Anlauf	5	I. -
	Der verdünnte Schaft	-	24
	Der Ablauf	4	Rad. $6\frac{1}{4}$
	Das Plättlein	2	27
	Das Stäblein	6	-
Capitäl.	Der Hals	9	24
	Das Plättlein	1	25
	Das andere Plättlein	1	26
	Das dritte Plättlein	1	27
	Der Viertel-Stab	8	I. $2\frac{1}{3}$
	Die Platte bis an den Ablauf	6	I. 3
	Der Ablauf	2	Rad. $2\frac{1}{2}$
	Das Ober-Plättlein	2	I. 4
Nischentrab.	Die erste Platte	15	24
	Die andere Platte	20	25
	Das Plättlein	1	26
	Das Ober-Plättlein	4	27
	Der Frieß	I. 6	24

Das

Rahmen der Glieder.		Höhen.	Auslauf.
Karnieß.	Das Ober-Plättlein	4	25
	Die Hohl-Kehle	4	26
	Das Plättlein	1	28
	Der Viertel-Stab	6	1. 2
	Die Hohl-Kehle	3	1. 3 $\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	1. 4
	Die Platte	9	2. 2
	Das Plättlein	1	2. 3
	Die Platte	3	2. 4
	Der Karnieß	8	-
	Das Ober-Plättlein	4	1. 12
145. Dorische Ordnung.			
Rahmen der Glieder.		Höhen.	Auslauf.
Fuß-Defünfte.	Die Platte	1° 9'	1° 23 $\frac{1}{4}$
	Der Stab	4	-
	Das Plättlein	1	1. 21 $\frac{1}{4}$
	Der Karnieß	6	1. 15 $\frac{1}{4}$
	Das Plättlein	1	-
	Das Karnießlein	3	(1. 14 $\frac{1}{4}$ 1. 12 $\frac{3}{4}$)
Postement.	Der Würfel	2. 22 $\frac{1}{2}$	1. 11 $\frac{1}{4}$
	Das Karnießlein	3	(1. 12 $\frac{3}{4}$ 1. 14 $\frac{1}{4}$)
	Das Plättlein	1	1. 15 $\frac{1}{4}$
	Der Viertel-Stab	5	1. 18 $\frac{7}{8}$
	Die Platte	6	1. 23 $\frac{1}{4}$
	Die Hohl-Kehle	2	1. 24 $\frac{1}{4}$

Tab. V.
Fig. 15.

Die

Tab. VI.
Fig. 15.

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Gesimse.	Die Platte bis an den Ablauf	1	1. $26\frac{1}{4}$
	Der Ablauf	2	Rad. $2\frac{1}{3}$
	Das Ober Plättlein	$2\frac{1}{2}$	1. $26\frac{1}{4}$
	Der Unter Sals	1. 0	1. $11\frac{1}{4}$
Schaftegesimse.	Die Platte	10	1. 10
	Der Stab	8	
	Das Plättlein	1	1. 6
	Die Hohl-Kehle	4	
	Das Plättlein	1	1. 4
	Der Stab	6	
Schafte.	Das Plättlein	2	1. 3
	Der Anlauf	6	Rad. $7\frac{1}{2}$
	Der verdünnte Schaft	-	24
	Der Ablauf	4	
	Das Ober-Plättlein.	2	27
	Das Stäblein	6	
Capitäl.	Der Hals	10	24
	Das Karnießlein	3	$\left[\begin{array}{l} 24\frac{1}{2} \\ 26 \end{array} \right.$
	Das Plättlein	1	27
	Der Viertel-Stab	6	1. 1
	Die Platte	5	1. $1\frac{1}{2}$
	Das Karnießlein	3	$\left[\begin{array}{l} 1. 2 \\ 1. 3\frac{1}{2} \end{array} \right.$
	Das Ober Plättlein	2	1. 4
	Die erste Platte	15	24

Die

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Zier- schmuck.	Die andere bis an die Zapfen.	15	25
	Die Zapfen	4	oben 3 unten 4
	Das Plättlein	1	25
	Die Hohl-Kehle	2	26
	Das Oberplättlein	3	27
Frieß.	Der Frieß	1. 10.	24
	Innere Höhe der Schlize.	1. 2	
	Aeußere Höhe der Schlize.	1. 4	
	Breite eines halben Schlizes		2
	Breite zwischen zwei Schlizen.		4
	Der ganze Triglyph	1. 6.	
	Das Oberplättlein	4	25
Karnieß.	Das Karnießlein	3	29 1. 1 1/2
	Das Plättlein	1	1. 1 1/2
	Die Platte	5	1. 4 1/2
	Das Plättlein	1	1. 5 1/2
	Der Viertel-Stab	4	1. 8 1/2
	Die Hohl-Kehle	1	1. 8 1/2
	Das Plättlein	1	1. 9
	Die Platte	9	2. 1 1/2
	Die Hohl-Kehle	3	2. 2 1/2
	Das Plättlein	1	2. 4

(Wolfs Matthes. Tom. I.)

2a Der

Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Der Karnieß	8	
Das Oberplättlein	3	2. 12

Das andere Dorische Haupt-Gesimse.

Tab. VII.
Fig. 16.

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Architrab.	Die erste Platte	10	24
	Die andere bis an die Zapfen	10	25 $\frac{1}{4}$
	Die Zapfen	3 $\frac{1}{4}$	[oben 3 $\frac{3}{4}$ unten 5
	Das Plättlein	1 $\frac{1}{4}$	27 $\frac{3}{4}$
	Die Hohl-Kehle	2	29
	Das Oberplättlein	3	30
Frieß.	Der Frieß	1. 20	24
	Innere Höhe der Schliße	1. 10	
	Aeußere Höhe der Schliße	1. 12 $\frac{1}{2}$	
	Breite eines halben Schlißes		2 $\frac{1}{2}$
	Breite zwischen zwei Schlißen		5
	Der ganze Triglyph	1. 15	
	Die Ober-Platte	5	25
	Der Karnieß ist wie im vorigen Gesimse		

Das

Das dritte Dorische Haupt-Gesimse.

Tab. VII.
Fig. 17.

	Rahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Architr.	Der Architrab ist wie in dem andern Hauptgesimse.		
	Der Fries	I. 15	24
Fries.	Innere Höhe des Schlizes	I. 5	
	Außere Höhe des Schlizes	I. 7 $\frac{1}{2}$	
	Breite eines halben Schlizes		2 $\frac{1}{2}$
	Breite zwischen zwei Schlizen		5
	Der ganze Triglyph	I. 10	
	Das Oberplättlein	5	25
Karnieß.	Das Karnießlein	4	29 $\frac{3}{4}$
	Das Plättlein	1	(I. 1 $\frac{3}{4}$)
	Der Viertel-Stab	5	I. 6 $\frac{1}{2}$
	Die Platte	3 $\frac{3}{4}$	I. 7 $\frac{1}{2}$
	Die Platte	3 $\frac{1}{2}$	I. 8 $\frac{7}{2}$
	Das Karnießlein	3 $\frac{3}{4}$	(I. 9 $\frac{7}{2}$)
			(I. 11 $\frac{1}{3}$)
	Die Platte	9	2. 14
	Die Hohl-Kehle	3	2. 14 $\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	2. 16
	Der Karnieß	8	
	Das Oberplättlein	2 $\frac{3}{4}$	2. 24

Tab. VIII.
Fig. 18.

146. Ionische Ordnung.			
	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Fuß-Gefimfe.	Die Platte	0. 27	I. $23\frac{1}{4}$
	Der Stab	4	
	Das Plättlein	1	I. $21\frac{1}{4}$
	Der Karnieß	6	I. $15\frac{1}{4}$
	Das Stäblein	2	
	Das Plättlein	1	I. $15\frac{1}{4}$
	Das Karnießlein	4	I. $14\frac{1}{4}$ I. $12\frac{1}{4}$
Postament-Gefimfe.	Der Würfel	2. $22\frac{1}{2}$	I. $11\frac{1}{4}$
	Das Karnießlein	4	I. $12\frac{1}{4}$ I. $14\frac{1}{4}$
	Das Plättlein	1	I. $15\frac{1}{4}$
	Das Stäblein	2	
	Der Viertel-Stab	5	I. $18\frac{7}{12}$
	Die Platte	5	I. $23\frac{1}{4}$
	Das Karnießlein	3	I. 24 I. $25\frac{1}{2}$
	Das Oberplättlein	$2\frac{1}{2}$	I. $26\frac{1}{4}$
	Der Unter-Satz	I. 0	I. 11
	Die Platte	10	I. 10
Ochse-Gefimfe.	Der Stab	8	
	Das Plättlein	1	I. 6
	Die Hohl-Kehle	4	
	Das Plättlein	1	I. 3
	Der Stab	6	
	Das Stäblein	5	

Das

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Schalt.	Das Plättlein	2	I. $1\frac{1}{2}$
	Der Anlauf	3	Rad. 10
	Der verdünnte Schast		24
	Der Ablauf	4	Rad. 3
	Das Oberplättlein	2	27
	Das Stäblein	6	
Füllst.	Der Karnieß	$7\frac{1}{2}$	23
	Das Plättlein	$1\frac{1}{2}$	I. 0
	Das Stäblein	3	I. $1\frac{1}{2}$
	Der Viertel-Stab	6	I. 5
	Die Platte bis an den Ablauf	6	I. 12
	Der Ablauf	1	Rad.
	Das Plättlein	$1\frac{1}{4}$	I. $13\frac{1}{2}$
	Der Viertel-Stab	$3\frac{3}{4}$	I. 15
Zwischtrab.	Die Platte	$7\frac{1}{2}$	24
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	-
	Die andere Platte	10	25
	Das Stäblein	2	-
	Die dritte Platte	$12\frac{1}{2}$	26
	Das Karnießlein	4	27
			29
	Das Oberplättlein	$2\frac{1}{2}$	I. 0
	Der Frieß	$29\frac{1}{3}$	24
	Das Oberplättlein	$2\frac{2}{3}$	$26\frac{2}{3}$
	Das Karnießlein	4	$27\frac{2}{3}$
	Das Plättlein	1	$29\frac{2}{3}$

Tab. IX.
Fig. 19.

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Karnieß.	Der Viertelstab	5	I. 4
	Die Platte	11	I. 5
	Das Karnießlein	3	I. $20\frac{1}{2}$
	Die Platte	9	I. $22\frac{1}{2}$
	Das Karnießlein	3	2. $1\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	2. 3
	Der Karnieß	8	2. 4
	Das Oberplättlein	3	- -

147. Römische Ordnung.

Tab X.
Fig. 20.

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Fuß-Geſunſe	Die Platte	$6^{\circ} 2\frac{1}{2}$	I. $23\frac{1}{4}$
	Der Stab	5	- -
	Das Plättlein	1	I. $20\frac{3}{4}$
	Der Karnieß	6	- -
	Das Plättlein	1	I. $14\frac{3}{4}$
	Die Hohl-Rehle	2	- -
	Das Plättlein	1	I. $13\frac{1}{4}$
	Der Stab	4	- -
Poſtament.	Der Anlauf	1	I. $13\frac{1}{4}$
	Das Plättlein	3	Rad. $3\frac{3}{4}$
	Der Würfel	2. $22\frac{1}{2}$	I. $11\frac{1}{4}$
	Das Karnießlein	4	I. $12\frac{1}{4}$
	Das Plättlein	1	I. $14\frac{1}{4}$
	Das Stäblein	2	- -

Der

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Gesimse.	Der Viertel-Stab	5	I. 18 $\frac{7}{12}$
	Die Platte	4 $\frac{1}{2}$	I. 23 $\frac{1}{4}$
	Das Stäblein	1 $\frac{1}{2}$	-
	Das Karnießlein	2 $\frac{1}{2}$	I. 24 I. 25 $\frac{1}{4}$
	Das Oberplättlein	2	I. 26 $\frac{1}{4}$
Schaft-Gesimse.	Der Untersatz	I. 0	I. 11 $\frac{1}{4}$
	Die Platte	10	I. 10
	Der Stab	6	-
	Das Stäblein	3	I. 7
	Das Plättlein	1	I. 5 $\frac{1}{2}$
	Die Hohl-Kehle	4	-
	Das Plättlein	1	I. 2 $\frac{1}{2}$
	Der Stab	5	-
Schaft.	Das Stäblein	3	-
	Das Plättlein	2	I. 1 $\frac{1}{2}$
	Der Anlauf	1 $\frac{1}{2}$	-
	Der verdünnte Schaft	-	25
	Der Ablauf	2 $\frac{1}{2}$	27 $\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	2	-
	Das Stäblein	5	-
Capitäl.	Der ganze Kessel	I. 7 $\frac{1}{2}$	-
	bis an die Lippen der kleinen Blätter	15	-
	von dar an bis an ihren Scheitel-Punct	5	-

Tab. XI.
Fig. 2.

	Rahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
	bis an die Lippen der großen Blätter bis an ihren Schei- tel-Punct	15 5	
	Das Oberplättlein an dem Kessel	$1\frac{1}{2}$	1. 1
	Das Stäblein	3	-
	Der Viertel-Stab	6	1. 5
	Die Platte	7	1. 10
	Das Plättlein	$1\frac{1}{4}$	1. 13
	Der Viertel Stab	$3\frac{3}{4}$	1. 15
	Die Platte	$7\frac{1}{2}$	25
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	-
	Die Platte	10	$25\frac{3}{4}$
	Das Karnießlein	2	$26\frac{1}{4}$
	Die Platte	$12\frac{1}{2}$	$27\frac{1}{4}$
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	28
	Das Karnießlein	3	$28\frac{1}{2}$
	Das Oberplättlein	2	I. 0
	Der Frieß	1.	0
	Das Stäblein	2	-
	Das Karnießlein	3	26
	Das Plättlein	4	28
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	29
	Der Viertel-Stab	5	1. $2\frac{1}{3}$

Die

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Karnieß.	Die Platte mit kleinen Kragsteinen	$4\frac{1}{2}$	I. $19\frac{2}{3}$
	Das Karnießlein	$1\frac{1}{2}$	I. $20\frac{1}{8}$ I. $20\frac{2}{3}$
	Die Platte mit großen Kragsteinen	5	I. $21\frac{1}{8}$
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	-
	Das Karnießlein	$2\frac{1}{2}$	I. $21\frac{3}{4}$ I. 23
	Die Platte	$7\frac{1}{2}$	2. $2\frac{1}{10}$
	Das Plättlein	1	2. $3\frac{1}{10}$
	Der Viertel Stab	3	2. $5\frac{1}{10}$
	Das Plättlein	1	2. $6\frac{1}{10}$
	Der Karnieß	7	-
	Das Oberplättlein	2	2. 13

148. Corinthische Ordnung.

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Fuß Gefimse.	Die Platte	$0^{\circ} 25'$	I. $23\frac{1}{4}$
	Der Stab	4	-
	Das Plättlein	1	I. $21\frac{1}{4}$
	Der Karnieß	5	-
	Das Plättlein	1	I. $16\frac{1}{4}$
	Die Hohl-Kehle	$1\frac{1}{2}$	-
	Das Plättlein	1	I. 15
	Der Stab	3	-
	Das Plättlein	1	I. $14\frac{3}{4}$
	Das Karnießlein	$2\frac{1}{2}$	I. $13\frac{1}{4}$ I. $12\frac{1}{2}$

Tab. XII.
Fig. 22.

Na 5

Der

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Postement-Beimße.	Der Würfel	2. $22\frac{1}{2}$	1. $11\frac{1}{4}$
	Das Karnießlein	4	(1. $12\frac{1}{4}$ 1. $14\frac{1}{4}$
	Das Plättlein	1	1. $15\frac{1}{4}$
	Das Stäblein	2	-
	Der Viertel-Stab	5	1. $18\frac{7}{12}$
	Die Platte	4	1. $23\frac{3}{4}$
	Das Stäblein	1	-
	Das Karnießlein	2	(1. $23\frac{3}{4}$ 1. $24\frac{3}{4}$
	Die Hohl-Kehle	2	1. $2\frac{1}{4}$
	Das Oberplättlein	$1\frac{1}{2}$	1. $26\frac{1}{4}$
Schaft-Beimße.	Der Unter-Sas	1. 0	1. $11\frac{1}{4}$
	Die Platte	10	1. 10
	Der Stab	6	-
	Das Stäblein	2	-
	Das Plättlein	1	1. 7
	Die Hohl-Kehle	3	-
	Das Plättlein	1	1. 6
	Das Stäblein	2	-
Schaft.	Der Stab	5	1. $3\frac{1}{2}$
	Das Stäblein	3	-
	Das Plättlein	1	1. 2
	Der Anlauf	4	Rad. 5
	Der verdünnte Schaft		25
	Das Plättlein	2	$27\frac{1}{2}$
	Das Stäblein	5	

Tab. XIII.
Fig. 23.

Der

Nahmen der Glieder.		Höhen.	Auslauf.
Capitäl.	Der ganze Kessel	1. 27	
	bis an die Lippen des ersten Blades	15	
	von dar an bis an den Schei- tel-Punct	5	
	bis an die Lippen des andern Bla- des	15	
	bis an ihren Scheitel-Punct	5	
	bis an den Schei- tel-punct des drit- ten Blades.	8	
	Höhe der kleinen Schnöckel.	9	
	Das Oberplättlein des Kessels	3	I. I
	Die Platte	5	I. 12
	Das Plättlein	$1\frac{1}{4}$	I. $13\frac{1}{8}$
Nebenstab.	Der Viertel-Stab	$3\frac{3}{4}$	I. 15
	Die Platte	$6\frac{3}{4}$	25
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	
	Die Platte	9	$25\frac{3}{4}$
	Das Karnießlein	$2\frac{1}{4}$	$26\frac{1}{4}$
	Die Platte	12	$27\frac{1}{4}$
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	28
			Das

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
	Das Karnießlein	3	$\left\{ \begin{array}{l} 28\frac{1}{4} \\ 29\frac{3}{4} \end{array} \right.$
	Die Hohl-Kehle	$2\frac{1}{2}$	I. $1\frac{1}{4}$
	Das Oberplättlein	$1\frac{1}{2}$	I. $2\frac{1}{2}$
	Der Frieß	26	25
	Der Anlauf	3	
	Das Plättlein	1	$26\frac{1}{3}$
	Das Stäblein	2	
	Das Karnießlein	4	$\left\{ \begin{array}{l} 27\frac{1}{3} \\ 29\frac{2}{3} \end{array} \right.$
	Das Plättlein	1	I. $\frac{1}{3}$
	Das Stäblein	$1\frac{2}{3}$	
	Der Viertel-Stab	5	I. $3\frac{2}{3}$
	Die Platte mit Kragsteinen	$9\frac{2}{3}$	I. 5
	Das Karnießlein	3	$\left\{ \begin{array}{l} 2. 20 \\ I. 21\frac{1}{2} \end{array} \right.$
	Die Hohl-Kehle	$1\frac{1}{2}$	I. $22\frac{1}{2}$
	Die abhang. Platte	$7\frac{1}{2}$	2. 3
	Das Stäblein	$1\frac{2}{3}$	
	Das Karnießlein.	$3\frac{1}{3}$	$\left\{ \begin{array}{l} 2. 3\frac{2}{3} \\ I. 5\frac{1}{3} \end{array} \right.$
	Das Plättlein	1	2. $6\frac{1}{3}$
	Der Karnieß	$6\frac{2}{3}$	
	Das Oberplättlein	2	2. 13

Die

Die 1. Anmerkung.

149. Um die Brüche zu vermeiden, theilet Goldmann den Modul in 360 Theile ein. Weil aber vielen die Subtilitäten beschwehrlich scheinen, so habe ich die Eintheilung in 30 Theile behalten, wie sie insgemein im Gebrauch ist. Es ist aber auch nicht nöthig, daß man alle kleine Brüche in acht nimmt, sonderlich in Rissen die nicht gar zu groß sind.

Die 2. Anmerkung.

150. Wenn man, vornemlich in den beyden ersten Ordnungen, nicht alle Glieder behalten will, so darf man nur einige außerwesentliche weglassen, und die übrigen um so viel stärker machen (§. 137). Die Ausladungen richten sich nach der Ausladung der Glieder, nur ist noch zu merken, daß man den Platz zur Ausladung des Plättleins Höhe giebt. Die Ausladung aber der abhängenden Platte wird gefunden, wenn man die Summe der Ausladungen aller übrigen Glieder von der Ausladung des ganzen Theils der Ordnung abziehet (§. 138). Auch muß man wohl acht haben, daß durch Weglassung einiger Glieder nicht eine ungeschickte Verknüpfung der übrigen heraus komme (§. 113 & seqq.). Die Ursache, warum man zu der Dorischen Ordnung drey Gebälcke gerechnet hat, wird unten (§. 183.) erhellen.

Die 23. Aufgabe.

151. Zu der Zeichnung derer Ordnung Tab. XIV.
gen einen Maaß-Stub zu verfertigen. Fig. 24.

Auflösung.

1. Theilet den Modul AB in 3 gleiche Theile.
2. Richtet in A nach Belieben einen Perpendicul AC auf (§. 119 Geom.), und theilet ihn in 10 gleiche Theile.

3. Zie-

3. Ziehet durch alle Theilungs-Puncte Parallel-Linien mit AB (S. 91. Geom.).
4. Endlich ziehet von 30 bis 20, von 20 bis 10, von 10 bis 0 Linien; so ist 1. $1 = \frac{1}{30}$, 2. $2 = \frac{2}{30}$, 3. $3 = \frac{3}{30}$, u. s. w.

Beweis.

Der Beweis ist einerley mit dem Beweise der 53 Aufgabe der Geometrie (S. 193).

Anmerkung.

152. Wenn ihr auf einem verjüngten Maaß-Stabe 3 Ruthen für den Modul annehmet, so sind die Schuhe die Minuten des Moduls. Nehmet ihr 3 Schuhe für den Modul an; so geben die Zölle die Minuten.

Die 24. Aufgabe.

Tab. XIV. 153. Das Papier auf das Reiß-Bret zu spannen.
Fig. 25.

Auflösung.

1. Nehmet das Bret aus seinem Rahmen ABDC, und leget das Papier darauf.
2. Tauchet ein Schnupstuch in reines Wasser, und fahret damit auf dem Papiere hin und her, daß es feuchte wird: so wird es sich sehr auseinander geben. Man muß das Schnupstuch nur gelinde aufdrücken, damit es nicht gerieben wird.
3. Leget den Rahmen über das Bret, und befestiget es in ihm durch die Bänder EF und GH.

Wenn das Papier getrocknet ist, so wird es sich sehr glatt anziehen, ob es gleich anfangs ganz runzlicht wird.

Die

Die 25. Aufgabe.

154. Eine Reiß-Schiene verfertigen Tab. XIV.
zu lassen. Fig. 26.

Auflösung.

1. Lasset ein Lineal AB machen, welches an Länge der Diagonal-Linie des Reiß-Bretes gleich ist.
2. Lasset selbiges in das Richt-Holz CD nach rechten Winkeln einschneiden und befestigen.
3. In B richtet eine stählerne Schraube perpendicular auf.
4. Hängt darein ein anderes Holz von einerley Größe und Figur mit CD, welches um die Schraube beweglich ist, und durch eine messingene Mutter fest angeschraubet werden kan.

Nach dieser Schiene könnet ihr alle Linien des Risses durch einen Punct ziehen, da man sonst zween von nöthen hat, ingleichen ohne Mühe durch jeden Punct mit einer jeden Linie eine andere parallel ziehen.

Beweis.

In den Bau-Rissen werden meistens nach der Länge und Breite des Papiers aufeinander perpendicular stehende Parallel-Linien gezogen.

Weil nun die Seiten des Reiß-Bretes als eines winkelrechten Vier Eckes aufeinander perpendicular stehen; so darf man den beweglichen Theil des Richt-Holzes CD nur
an

an die eine Seite des Brets legen, und das Lineal bis an einen gegebenen Punct fortschieben, wenn man eine Linie durch selbigen ziehen will, die mit der andern Seite parallel und auf die gegebene perpendicular ist (§. 106 Geom.). Hingegen, wenn ihr den beweglichen Theil des Richt-Holzes CD an die eine Seite des Reiß-Bretes anleget, und das Lineal AB um die Schraube herum drehet, bis es an einer gegebenen Linie liegt, alsdenn dasselbe durch die messingene Mutter an seine Schraube befestiget, und die ganze Schiene an der Seite des Bretes bis an den gegebenen Punct fortschiebet: so könnet ihr durch denselben mit der gegebenen Linie eine andere parallel ziehen (§. 98 Geom.).

Die 26. Aufgabe.

Tab. XV. 155. Eine jede Ordnung zu zeichnen
Fig. 27.

Auflösung.

1. Spannet das Papier auf das Reiß-Bret (§. 153), und ziehet nach der Länge und Breite an dessen Seiten die beyden Linien AB und BC.
2. Traget aus D in 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. die Höhen der Glieder, 3. E. eines Potentials, und aus F beyderseits gegen B und C in 1. 2. 3. 4 ihre Breiten oder Auslaufungen.
3. Ziehet auf die Linie AB durch die Theilungs-

lungspuncte 1. 2. 3. 4. 5. 6. u. s. w. lauter Perpendicular-Linien, (S. 154).

4. Leget die Reiß-Schiene an die Theilungspuncte 1. 2. 3. 4. der Linie BC, und schneidet an den vorhin gezogenen Linien die Auslaufungen ab.
5. Zeichnet endlich zwischen zwei und zwei derselben Linien die Figuren der dahingehörigen Glieder.

Anmerkung.

156. Die platten Glieder werden nach dem Real, die runden aber im kleinen mit der freyen Hand ausgezogen: gleichwie auch die Blätter und Schnörkel an den Capitälern mit freyer Hand gezeichnet werden, sonderlich im kleinen.

Die 27. Aufgabe.

157. Eine Ordnung so klein zu zeichnen, daß man keinen besondern Maaßstab darzu verfertigen kan. Tab. XVI. Fig. 28.

Auflösung.

1. Traget nach einem Maaß-Stabe, den ihr habet, alle Höhen, z. E. eines Postaments auf eine Linie AB.
2. Setzet darauf einen gleichseitigen Triangel ABC (S. 74 Geom.).
3. Traget aus C in D und in E die gegebene Höhe, z. E. des kleinen Postaments, und ziehet die Linie DE.
4. Endlich ziehet aus C gegen alle Theilungspuncte der Linie AB blinde Linien, welche die Linie DE in eben solcher Proportion theilen. (Wolff's Metaph. Tom. I.) B b por-

portion eintheilen, als die Linie AB getheilet ist (S. 191. Geom.).

5. Von DE könnet ihr die Höhen der Glieder auf das Reiß-Bret abtragen, und wo zween Theilungs-Puncte aufeinander fallen, wird in dem Risse an statt desselben Gliedes eine doppelte Linie gezogen.

Die 28. Aufgabe.

Tab. XVI. 158. Die Triglyphen mit ihren Zapfen
Fig. 29. in das Haupt-Gesimse der Dorischen Ordnung zu zeichnen.

Auflösung.

1. Weil die Axe der Seule, wenn sie continuiret wird, mitten durch einen Triglyph gehet; so traget auf die Linie, daran ihr die Auslaufungen bemercket (S. 155), beyderseits die halbe Breite eines Schlikes drey mal, ferner die Breite und endlich die halbe Breite eines Schlikes (S. 145).
2. Hingegen auf die andere Linie, darauf ihr die Höhen der Glieder gezeichnet habt, traget die äussere und innere Höhe des ganzen Triglyphs, die Höhe der Zapfen, des Plättleins, der Hohl-Kehle und Ober-Plättleins, nebst ihren gehörigen Ausladungen auf die vorige Linie (S. 145): so könnet ihr (S. 155) den ganzen Triglyph mit seinen Zapfen ausziehen.
3. Traget die Höhe des Triglyphs aus dem Ende seiner Breite auf die Breiten-Linie,

Linie, so habt ihr den Anfang des andern Triglyphs, weil die Zwischen-Tiefe ein vollkommenes Quadrat seyn soll.

4. So ihr euch nun ferner die halbe Triglyphs Breite auf diese Linie zeichnet, so habt ihr die Axe des andern Triglyphs, und könnet ihn nach vorher beschriebener Maße zeichnen.

Die 29. Aufgabe.

159. Die Kälber-Zähne in die unterste Tab. XVI. Platte des Karnieſes der Dorischen Ord- Fig. 30. nung einzuzichnen.

Auflösung.

1. Weil die continuirte Axe der Seule mit- ten durch einen Zahn gehet, so traget auf die Linie der Auslaufungen beyder- seits erstlich die halbe Zahn-Breite $1\frac{1}{2}$, hernach wechsels Weise die Breite der Zwischen-Tiefe 2, und eines ganzen Zah- nes 3, an dem Ende des Gesimses aber die Zahn-Breite 3 zwey mal hinter einan- der.
2. Auf die Linie der Höhen traget die innere Höhe des Zahnes 3 und die äussere 4. So könnet ihr (S. 155) die Kälber-Zähne ausziehen.

Die 30. Aufgabe.

160. Einen Schnörckel zu zeichnen.

B b 2

Auf

Auflösung.

- Tab. XVII. 1. Theilet die Höhe GN in 13 gleiche Theile,
Fig. 31. und zehlet von G bis C 7 Theile, so ist C
der Mittel-Punct des Auges, aus wel-
chem man mit einem solchen Theile, nem-
lich CH einen Circul beschreibet, der das
Auge giebet.
2. Theilet ferner die radios des Auges CH
und CI in 2 gleiche Theile in 1 und 6, und
3. Beschreibet aus den Puncten 1. 2. 3. 4.
5. 6 die halben Circul GLN, NAM,
MBO, OCP, PDQ, QEH.

Anders.

- Tab. XVII 1. Theilet mit Palladio die Höhe AB in 8
Fig. 33. gleiche Theile, davon ist der fünfte OP
der Diameter des Schnecken-Auges.
2. Ziehet durch G das Mittel der Linie OP
die Linie DC auf AB perpendicular (S. 95
Geom.).
3. Beschreibet aus eben diesem Puncte G
mit GO der halben Linie OP einen Cir-
cul, und darein ein Quadrat OQPR.
4. Theilet die Seiten durch die Linien 1. 3.
und 2. 4 in 2 gleiche Theile; jede aber
von diesen Linien in 6 gleiche Theile.
5. Beschreibet aus den Puncten 1. 2. 3. 4.
5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. die Quadran-
ten BC, CA, AD, DE, EF, FH, HI,
IK, KL, LM, MN, NO.

Noch

Noch anders.

1. Theilet mit dem Goldmann die Höhe des Schindkfels AB in 8 gleiche Theile, und nehmet den fünften PQ für den Diameter des Auges an. Tab. XVII. Fig. 32.
2. Die halben Diametros PG und GQ theilet in zween gleiche Theile in 1 und 4, und beschreibet auf der Linie 1. 4 ein Quadrat. 1. 2. 3. 4, dessen eine Seite 1. 2, ihr bis in C, die andere 2. 3 bis in D, und die dritte 3. 4 bis in E verlängern müßet.
3. Ziehet ferner aus G die Linien G 2 und G 3, und theilet jede in 3 gleiche Theile in 6, 10, 11, 7.
4. Ziehet weiter durch 6 und 10 mit 1. C, durch 11. und 7 mit 3. E, durch 10 und 6 mit PB Parallel-Linien.
5. Endlich beschreibet aus 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12 die Quadranten AC, CD, DE, EF, FH, HI, IK, KL, LM, MN, NO und OP.

Die 31. Aufgabe.

161. Die Krag-Steine in die untere Platte des Karniesses der Ionischen Ordnung einzzeichnen. Tab. XIX. Fig. 33.

Auflösung.

1. Weil die continuirte Axe der Seule mitten durch einen Krag-Stein gehet, so traget erstlich beyderseits die halbe Breite eines Krag-Steines 5, hernach wechsels

B b 3

Weise

Weise die Breite der Zwischen-Tiefe 20, und die Breite eines Krag-Steines 10 auf die Linie der Auslaufungen.

2. Hingegen auf die Linie der Höhen traget aus dem Anfange der Platte die Höhe eines Plättleins 1: so könnet ihr den Krag Stein ausziehen. Nur müßet ihr
3. Noch dem Karnießlein über der Platte auch seine gehörige Ausladung über den Krag-Stein geben.

Anmerkung.

Tab. XIX. 162. Auf eben solche Weise werden die Krag-Steine an dem Karnieße der Corinthischen Ordnung gezeichnet, nur daß über das Karnießlein noch die Hohl-Kehle mit ihrer gehörigen Ausladung kommt, und der Krag-Stein ausgeschnitten oder ausge-

Tab. XIX. gehauen wird. In der Römischen Ordnung hat es
Fig. 35. eben diese Bewandniß. Die kleineren-untern geben sich leicht, wenn man den obern die Ausladung der Platte, und dem Karnießlein seine gehörige Ausladung giebt. Nur ist der einige Unterschied, daß der obere Krag-Stein die völlige Höhe der Platte hat.

Die 32. Aufgabe.

Tab. XXI. 163. Eine jede Seule geschikt zu ver-
Fig. 37. a jüngen.

Auflösung.

1. Theilet die ganze Are der Seule in drey gleiche Theile, und lasset die Seule in dem untersten dritten Theile beständig einen Modul dicke.
2. Bey dem Ende desselben beschreibet auf dem Diametro der Seule AB einen halben

ben Circul, dessen Mittel-Punct C in der Ase der Seule ist.

3. Theilet die $\frac{2}{3}$ von der Ase in so viel gleiche Theile, als euch beliebt, in H, I &c. und richtet die Linien HF, IG &c. perpendicular auf.
4. Ziehet aus E dem Ende des verjüngten Schaftes die Linie EL mit DC parallel.
5. Theilet den Bogen AL in so viel Theile, als der Theil der Ase HD getheilet worden.
6. Ziehet durch alle Theilungs-Puncte des Bogens mit der Ase Parallel-Linien, und mercket die Puncte F, G, &c. wo sie die Linien HE, IG &c. durchschneiden.
7. Durch die Puncte A, F, G, E, ziehet eine krumme Linie; so ist der Schaft geschickt verjünget.

Die 24. Erklärung.

164. Gefuppelte Seulen werden genennet, welche man so nahe neben einander stellet, bis die Theile, welche die größte Ausladung haben, an einander stoßen.

Zusatz.

165. In der Tuscanischen und Dorischen Ordnung stoßen demnach die Platten an den Schaft-Gesimien an einander (§. 144, 145); hingegen in der Jonischen, Admischen und Corinthischen die Capitäle (§. 146, 147, 148).

Der 19. Lehrsatz.

166. Unter gekuppelten Säulen kann entweder kein Postement gebraucht werden, oder man muß beyde auf eins setzen.

Beweis.

Gekuppelte Säulen stoßen entweder mit ihren Schaft-Gesimsen oder Capitälén an einander (§. 165). Nun ist aber die Ausladung des Postement-Gesimses durchgehens grösser, als des Schaft-Gesimses und der Capitälé (§. 144 seqq.). Derowegen kann entweder kein Postement darunter gesetzt werden, oder beyde Säulen müssen auf einem stehen. W. 3. E. W.

Die 1. Anmerkung.

167. Es verstehet sich aber von selbst, daß in diesem Falle der Würfel breiter gemacht wird, als er sonst ist, nemlich so breit, als es die beyden Schaft-Gesimse erfordern (§. 99): die Gesimse aber ihre gehörige Ausladung über ihn behalten müssen.

Die 2. Anmerkung.

168. Blond. II: Cours d'Architecture part. 3. c. 10. 11. f. 278 & seqq.) zeigt, daß die gekuppelten Säulen ohne Grund von den neuern Bau-Meistern eingeführet worden sind, welche in den Gebäuden der Alten fast nicht angetroffen werden, maßen sie nicht besser als einfache den Architrab unterstützen, indem die Säulen-Weite, von welcher die Stärke der Unterstüßung herrühret, einerley bleibt: wovon der Grund unten in der Mechanick kommen wird. Jedoch kan man sie einiger maßen entschuldigen. Denn es ist gewiß, daß sie die wesentliche Vollkommenheit nicht hindern, unerachtet sie, vermöge

möge dessen, was gesagt worden ist, dieselbe nicht befördern. Unerfahrene aber in der Mechanick, und also die meisten, welche die Werke des Bau-Meisters betrachten, bilden sich ein, der Architrab werde von gekuppelten Säulen besser unterstützt, als von einfachen, und halten über dieses das Werk für herrlicher. Nach dergleichen Vorurtheilen aber kan sich der Bau-Meister ohne Tadel richten (§. 9, 18). Es gehören die gekuppelten Säulen unter dasjenige, welches weder schadet noch nützet, aber doch den Pracht vermehret.

Die 25. Erklärung.

169. Wenn Säulen oder Pfeiler unter einem Haupt-Gesimse in einer Reihe neben einander gestellet werden, so nennet man das Werk eine Colonnade oder Säulen-Stellung, ingleichen eine Säulen-Laube. Tab. XX.
Fig. 36.

Die 26. Erklärung.

170. Wenn man zwischen den Säulen oder Pilastern Bogen wölbet, so heisset das Werk eine Arcade, oder Bogen-Stellung. Tab. XXI.
Fig. 37. b

Die 27. Erklärung.

171. Die Säulen-Weite (Intercolumnium) ist das Maaß des Abstandes der Aren zweier neben einander gesetzten Säulen oder Pilastern, das ist, die Perpendicular-Linie AB, welche von der Are einer Säule CD bis zu der Are der andern EF gezogen wird. Tab. XX.
Fig. 36.

Anmerkung.

172. Vitruvius nennet die Säulen-Weite bloß den Raum von dem gleich dicken Schaft der einen Säule bis

bis zu dem gleich dicken Schaft der andern. Allein es ist im Zeichnen bequemer, wenn man diese Weiten von einer Ape bis zu der andern rechnet. In Colonnaten und Arcaden kommt es hauptsächlich auf geschickte Säulen-Weiten an. Derowegen haben wir zu untersuchen, welches dieselbigen sind.

Der 20. Lehrsatz.

173. Wenn Säulen gekuppelt werden, so müssen die übrigen Säulen-Weiten, die neben ihnen gebraucht werden, eine geschickte Verhältniß zu ihnen haben; in gleichen haben die großen zu den kleinen eine geschickte Verhältniß, die in einer Reihe vorkommen.

Beweis.

Wenn man die Verhältniß der Dinge gegen einander sucht, so kan man nur die mit einander vergleichen, die von gleicher Art sind. Nun fragt man in der Verhältniß, wie viel mal das kleinere in dem größern enthalten sey? (S. 65 *Arithm.*). Derowegen, wenn in einer Reihe verschiedene Säulen-Weiten vorkommen, so müssen die großen zu den kleinen eine geschickte Verhältniß haben. W. J. E. W.

Anmerkung.

174. Welches aber die geschickten Verhältnisse sind, solches könnet ihr nach der 1. Aufgabe (S. 25) finden.

Der 21. Lehrsatz.

175. Alle Säulen-Weiten sollen gegen den Modul ihrer Säule eine geschickte Verhältniß haben.

Be:

Beweis.

Der Modul ist der halbe Diameter der Seule (§. 137). Nun proportioniret man nach demselben die Höhe der Seule (§. 83). Also, wenn alles unter einander geschickte Verhältnisse haben soll; so muß man auch die Seulen-Weiten durch den Modul ausmessen, und demnach müssen sie zu ihm geschickte Verhältnisse haben. W. Z. E. W.

Die 1. Anmerkung.

176. Diese Verhältnisse findet man abermals nach der 1. Aufgabe (§. 25), und hat man vermöge derselben meistens diejenigen erwehlet, welche sich verhalten, wie eine ganze Zahl zu 1, das ist, man spricht die Seulen-Weite durch ganze Modul aus.

Die 2. Anmerkung.

177. *Vitruvius* (lib. 3. c. 2.) erzehlet fünferley Seulen-Weiten, daraus der ganze Unterscheid der Gebäude bey den Alten entstanden ist. Es waren nemlich ihre Seulen-Weiten 5, 6, $6\frac{1}{2}$, 8 und 10 Modul. Im ersten Falle hieß das Werck *Pycnostylon*, Dickseulig; im andern *Systylon*, Nahseulig; im dritten *Eustylon*, Schönsaulig; im vierten *Diastrylon*, Weitseulig; und endlich im fünften, *Aræostylon*, Rarsaulig.

Die 3. Anmerkung.

178. Man hat sich an diese fünf Seulen-Weiten der Alten nicht eben auf ein Haar zu binden, sondern kan auch wohl noch einige andere dazu nehmen. Es ist aber in der Dorischen Ordnung bey Erwehlung der Seulen-Weite sonderlich auf der Eintheilung der Triglyphen und in den übrigen auf die Vertheilung der Krag-Steine an dem Karyatide des Haupt-Gesimses

simfes fleißig acht zu haben: maßen jederzeit die Aße einer Seule mitten durch einen Triglyph und Krag-Stein gehen muß, weil beyde Köpfe der Balcken vorstellen (§. 74, 158, 161). Eben so hat man bey der Seulen-Weite auf die Vertheilung der Kälber-Zähne in dem Karnieße des Haupt-Gesimses zu sehen (§. 159).

Die 4. Anmerkung.

179. Solchergehalt hält man für geschickte Seulen-Weiten die 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, und mehr Modul halten. Doch vergönnet man für die niedrigen Ordnungen nicht über 14, für die hohen nicht über 16, ja über die freystehenden Seulen nicht über 12 Modul.

Die 35. Aufgabe.

180. Zu finden, ob ein gegebenes Haupt-Gesimse sich zu einer gegebenen Seulen-Weite schicke.

Auflösung.

1. Addiret die Breite eines Krag-Steines, ingleichen eines Kälber-Zahnes und eines Triglyphs zu der Breite seiner Zwischen-Tiefe.
2. Durch die Summe dividiret die gegebene Seulen-Weite.

Wenn es völlig aufgehet und nichts übrig bleibt, so schickt sich das Haupt-Gesimse zu der gegebenen Seulen-Weite, und der Quotient zeigt an, wieviel Krag-Steine, Kälber-Zähne oder Triglyphen auf eine Seulen-Weite kommen müssen. W. Z. E. W.

Beweis.

Denn so viel Krag-Steine, Kälber-Zähne
ne

ne und Triglyphen auf eine Seulen-Weite kommen, so viel kommen auch Zwischen-Tiefen darzu. Derowegen, wenn sich durch die Summe eines Krag-Steines, Kälber-Zahnes oder Triglyphs und seiner Zwischen-Tiefe die Seulen-Weite völlig dividiren läßt, so gehet sie ganz auf so viel Krag-Steine, Kälber-Zähne oder Triglyphen auf, als der Quotient Einheiten hat. Und demnach zeigt dieser die Zahl derselben. W. J. E. W.

Der 1. Zusatz.

181. Da die Krag-Steine in der Jonischen, Corinthischen und Römischen Ordnung mit ihren Zwischen-Tiefen einen Modul breit sind (§. 161); so schicken sich diese drey Ordnungen für alle Seulen-Weiten, die durch ganze Modul ausgemessen werden.

Der 2. Zusatz.

182. Weil die Breite eines Kälber-Zahnes mit seiner Zwischen-Tiefe 5 Minuten eines Moduls machet (§. 159), und also den Modul, der 30 Minuten hält, völlig dividirt; so muß sie auch alle Seulen-Weiten, die durch ganze Modul ausgesprochen werden, völlig dividiren. Derowegen schickt sich ein Haupt-Gesimse mit Kälber-Zähnen zu allen dergleichen Seulen-Weiten.

Der 3. Zusatz.

183. Gleichergestalt, weil in dem ersten Dorischen Gesimse die Breite des Triglyphs mit der Breite der Zwischen-Tiefe 2 Modul hält

hält (§. 145); so reimet es sich zu allen Seulen-Weiten, die sich durch 2 völlig dividiren und durch ganze Modul ausmessen lassen, als zu den Seulen-Weiten von 4, 6, 8, 10 Modul. Ingleichen da in dem andern Dorischen Gesimse die Breite des Triglyphs mit der Breite der Zwischen-Tiefe 75, im dritten 70 Minuten eines Moduls hat (§. 145); so schicket sich jenes auf eine Seulen-Weite von 5 Moduln, dieses zu einer von 7 Moduln.

Anmerkung.

184. Resolviret die Seulen-Weiten in Minuten, indem ihr sie durch 30 multipliciret (§. 137), so könnet ihr durch die Breite des Triglyphs und seiner Zwischen-Tiefe dieselbe dividiren. Z. E. Wenn die Seulen-Weite 5 Modul ist, so kommen 150 Minuten für sie heraus: welche Zahl sich durch 75 völlig dividiren läßt.

Der 22. Lehrsatz.

185. Vor den Thüren müssen in einer Colonnate die Seulen weiter von einander gesetzt werden, als zu den Seiten.

Beweis.

Denn, wenn die Seulen-Weite klein ist, so wird der Eingang zu enge. Und weil, vermöge der Eurythmie, das Mittel von den Seiten unterschieden seyn muß (§. 26, 27); so muß man mitten, wo die Thür liegt, eine andere Seulen-Weite brauchen, als zu den Seiten. Man kan aber keine kleinere dahin

dahin machen, vermöge dessen, was schon ist erwiesen worden. Derowegen muß man sie grösser machen. W. J. E. W.

Zusatz.

186. Danun aber die Seulen-Weite vor der Thür zu der Seulen-Weite zu den Seiten eine geschickte Verhältniß haben muß (§. 173), und man in ihrer Proportionirung gegen einander auf die Eintheilung der Triglyphen, Krag Steine und Kälber-Zähne zu sehen hat (§. 178); so macht Goldmann nach dem Exempel der heiligen Bau-Kunst in dem Tempel zu Jerusalem die Seulen-Weite vor der Thür, zwey mal so groß, wie die zu den Seiten (§. 23, 181, & seqq.).

Die 1. Anmerkung.

187. Die Alten behielten in ihren Colonnäten durchgehends etnerley Seulen-Weite, wie aus dem *Vitruvio* (lib. 3. c. 2) zu ersehen ist. *Scamozzi* machet die Seulen-Weite vor den Thüren nur um ein wenig grösser, als die zu den Seiten. Allein beides wird mit Recht verworfen, vermöge dessen, was (§. 185) ist erwiesen worden.

Die 2. Anmerkung.

188. Goldmann giebt (lib. 2. c. 14.) der Seulen-Weite zu den Seiten, wenn keine Postemente gebraucht werden, $\frac{1}{4}$ von der Höhe der Seule und des Haupt-Gesimses. Hat man aber Postemente, so addiret er noch einen Modul dazu. Danun in den niedrigen Ordnungen die Seule mit dem Haupt-Gesimse 20, in den hohen 24 Modul hält: so ist für jene in dem erstern Falle die Seulen-Weite 5, in dem andern 6; hingegen für diese in dem ersten Falle

6, in dem andern 7 Modul. Und muß man in dem erstern Falle das andere, in dem andern das erste Dorische Gebälcke brauchen (§. 183).

Der 23. Lehrsatz.

189. In Arcaden bekommt der Bogen die Glieder des Architrabs, und muß zu beyden Seiten auf seinen besondern Pfeilern ruhen.

Beweis.

Denn der Architrab stellet einen quer übergelegten Balken vor (§. 100). Da nun der Bogen an statt eines dergleichen Balkens gewölbet wird, so giebt man ihm auch die Glieder des Architrabs. Welches das erstere war.

Der Bogen leitet die auf ihm ruhende Last auf die Seiten, wo er auflieget. Da nun alles zulänglich unterstützt seyn soll (§. 75), so eignet man ihm seine besondern Pfeiler zu, und zwar nur Wand-Pfeiler (§. 79). Welches das andere war.

Die 1. Anmerkung.

190. Goldmann macht zwar durch alle Ordnungen in den Bogen nur zwey Platten: allein man findet Exempel in der Antiquität, daß drey Platten, wie im Architrabe des Haupt-Gesimses, in den hohen Ordnungen behalten werden. Hieher gehören des Titi Septimii Severi und Constantini Ehren-Pforten bey dem *Desgodets* in seinen *Edifices antiques des Roms* f. 178, 199. und 230. Die Breite des Bogens ist ein Modul. Die Eintheilung der Glieder siehet man aus beygesetztem Tafeln.

Der

Eusc. Bogen.	Breiten	Dorisch. Bogen.	Breiten
Der erste Streifen	10	Der erste Streifen	10
Der andere	15	Der andere	15
Das Plättlein	1	Die Hohlkehle	3
Das Oberplättlein	4	Das Oberplättlein.	2
Jon. Bogen.	Breiten	Röm. Bogen.	Breiten
Der erste Streifen	9	Der erste Streifen	8
Der Stab	$1\frac{1}{2}$	Das Karnießlein	2
Der andere Streifen	$13\frac{1}{2}$	Der andere Streifen	12
Das Karnießlein	$3\frac{3}{4}$	Der Stab	2
Das Oberplättlein	$2\frac{1}{4}$	Das Karnießlein	4
		Das Oberplättlein	2
Corinthischer Bogen.			
	Breiten		Breiten
Der erste Streifen	8	Das Karnießlein	$3\frac{1}{2}$
Das Karnießlein	2	Die Hohlkehle	$1\frac{1}{2}$
Der andere Streifen	12	Das Oberplättlein	2
Der Stab	$1\frac{1}{2}$		

(Wolfs Mathes, Tom. I.)

Ec

Die

Die 2. Anmerkung.

191. Wenn man unter den Säulen keine Postamente braucht, sondern nur einen doppelten Untersatz macht; so bekommt der Neben-Pfeiler, darauf der Bogen ruhet, unten gleichfalls nur zweien Untersätze, die zusammen 2 Modul hoch sind, sich aber gegen einander verhalten, wie 2 zu 1. Sind aber Postamente da, so giebt man dem Neben-Pfeiler die Glieder des Fuß-Gesimses mit ihren gewöhnlichen Höhen und Ausladungen, damit eine Gleichheit erhalten werde. Das Capital des Neben-Pfeilers nennt man den Kämpfer, und sind seine Glieder nebst ihren Höhen und Ausladungen aus folgender Tafel zu ersehen.

Tab.XXII.
Fig. 38.

Euscanische Ordnung.			
Rahmen der Glieder.	Höhen.	Auslab.	
Das Plättlein	2		2
Der Stab	4		
Die Platte	2		
mit dem Abhause	6	Rad.	$7\frac{1}{2}$
Das Plättlein	1		3
Der Karnieß	$7\frac{1}{2}$	Rad.	4
Das Plättlein	1		6
Die Platte	9		1
Das Plättlein	1		1
Das Oberplättlein	$2\frac{1}{2}$		1

Doria

Dorische Ordnung.		
Rahmen der Glieder.	Höhen.	Auslab.
Das Plättlein	2	2
Der Stab	4	
Die Platte	3	
mit dem Ab Laufe	5	Rad. $6\frac{1}{2}$
Das Plättlein	1	$2\frac{1}{2}$
Der Karnieß	$7\frac{1}{2}$	Rad. 4
Das Plättlein	1	6
Die Platte	$7\frac{1}{2}$	1
Die Hohl Kehle	3	1
Das Ober-Plättlein	2	$1\frac{1}{2}$

Tab. XXII.
Fig. 39.

Ionische Ordnung		
Das Plättlein	2	1
Der Stab	4	
Die Platte	4	
mit dem Ab Laufe	4	Rad. 5
Das Plättlein	1	1
Das Stäblein	$2\frac{1}{2}$	Rad. 4
Der Karnieß	$7\frac{1}{2}$	
Das Plättlein	1	6
Die Platte	5	1
Das Karnießlein	3	$\frac{3}{4}$
Das Ober-Plättlein	2	$1\frac{1}{2}$

Tab. XXII.
Fig. 40.

Tab. XXII.
Fig. 41.

Römische Ordnung.		
Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslab.
Das Plättlein	2	2
Der Stab	4	
Die Platte	$3\frac{1}{2}$	
mit dem Ab Laufe	4	Rad. 5
Das Plättlein	1	2
Das Stäblein	$2\frac{1}{2}$	
Der Karnieß	$7\frac{1}{2}$	Rad. 4
Das Plättlein	1	6
Die Platte	4	1
Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	
Das Karnießlein	3	($\frac{3}{4}$ $1\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$
Das Oberplättlein	2	

Tab. XXII.
Fig. 42.

Corinthische Ordnung.		
Das Plättlein	2	2
Der Stab	4	
Die Platte	3	
mit dem Ab Laufe	$4\frac{1}{2}$	Rad. $5\frac{1}{3}$
Das Plättlein	1	$2\frac{1}{4}$
Das Stäblein	$2\frac{1}{2}$	
Der Karnieß	$7\frac{1}{2}$	Rad. 4
Das Plättlein	1	6
Die Platte	4	1
Das Stäblein	1	
Das Karnießlein	2	($\frac{1}{2}$ 1

Die

Rahmen der Glieder.	Höhen.	Ausladung.
Die Hohl-Kehle	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
Das Oberplättlein	2	$2\frac{1}{2}$
Der Ablauf des Schaftes durchgehens	4	Rad. 2.

Die 3. Anmerkung.

192. Die Postemente, welche Goldmann bey den Bogen-Stellungen brauchet, sind kleiner, als die oben (§ 144. seqq.) beschrieben worden, nemlich nur 4 Modul, da jene 5 Modul halten (§. 138), wie aus beygesetzter Tafel zu ersehen ist.

Euscanisches Postement.

	Rahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Fußgef. 1	Die Platte	1. 4	1. $14\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	1. $13\frac{1}{2}$
	Die Hohl-Kehle	5	1. 11
	Der Würfel	2. 9	1. 10
Postementgef.	Die Hohl-Kehle	5	1. 11
	Das Plättlein	1	1. $13\frac{1}{2}$
	Die Platte	8	1. $14\frac{1}{2}$
	mit dem Ab Laufe	3	Rad. $4\frac{1}{8}$
	Das Oberplättlein	3	1. $15\frac{1}{2}$
Dorisches Postement.			
Fußgef. 1	Die Platte	1. 10	1. $15\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	1. $14\frac{1}{2}$
	Das Karniefflein	5	1. $13\frac{1}{2}$
			1. 12
	Der Würfel	2. 9	1. 10

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Postementgef.	Das Karnießlein	5	$\begin{cases} \text{I.} & 11 \\ \text{I.} & 13\frac{1}{2} \end{cases}$
	Das Plättlein	1	I. 14 $\frac{1}{2}$
	Die Platte	8	I. 16
	Die Hohl-Kehle	4	I. 17
	Das Oberplättlein	2	I. 18
Ionisches Postement.			
Fußgefimfe	Die Platte	I. 4	I. 15 $\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	I. 14 $\frac{1}{2}$
	Das Karnießlein	5	$\begin{cases} \text{I.} & 13\frac{1}{2} \\ \text{I.} & 11 \end{cases}$
Postementgefimfe	Der Würfel	2. 0	I. 10
	Das Karnießlein	5	$\begin{cases} \text{I.} & 11 \\ \text{I.} & 13\frac{1}{2} \end{cases}$
	Das Plättlein	1	I. 14 $\frac{1}{2}$
	Die Platte	8	I. 16
	Das Karnießlein	4	$\begin{cases} \text{I.} & 16\frac{1}{2} \\ \text{I.} & 18\frac{1}{2} \end{cases}$
	Das Plättlein	2	I. 19
Römisches Postement.			
Fuß-Geſimfe.	Die Platte	I. 4	I. 15 $\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	I. 14 $\frac{1}{2}$
	Das Karnießlein	5	$\begin{cases} \text{I.} & 13\frac{1}{2} \\ \text{I.} & 11 \end{cases}$
	Der Würfel	2. 0.	I. 10

Das

Nahmen der Glieder.		Höhen.	Auslauf.	
Postementgefäße.	Das Karnießein	5	I. 11	
			II. 13½	
	Das Plättlein	1	I. 14	
	Die Platte	7½	I. 16	
	Der Stab	1½	-	
	Das Karnießein	3	I. 16½	
			II. 18½	
Subgefäße.	Das Oberplättlein	2	I. 19	
	Corinthisches Postement.			
	Die Platte	I. 4	I. 15½	
	Das Plättlein	I	I. 14½	
	Das Karnießein	5	I. 13½	
			II. 11	
	Der Würfel	2. 0	I. 10	
Postement Gefäße.	Das Karnießein	5	I. 11	
			II. 13	
	Das Plättlein	I	I. 14	
	Die Platte	6	I. 16	
	Der Stab	I	-	
	Das Karnießein	3	I. 16½	
			II. 18	
	Die Hohl-Kehle	2	I. 18½	
	Das Oberplättlein	2	I. 19½	

Die 34. Aufgabe.

Tab XXI. 193. Eine Bogen-Strellung zu zeichnen.
Fig. 37. h.

Auflösung.

1. Wenn kein Postement gebraucht wird, so machet die Höhe des Bogens in den hohen Ordnungen 20, in den niedrigen 16 Modul; sind aber Postemente vorhanden, so gebet der Höhe in dem erstern Falle 24, in dem andern Falle 20 Modul. Die Breite wird der halben Höhe gleich gemacht.
2. Theilet die Höhe in vier gleiche Theile, und mit dem vierten Theile beschreibet über der Breite der Eröffnung einen halben Circul.
3. Ueber diesem beschreibet aus eben dem Mittel-Puncte der halben Breite in der Weite der Glieder des Bogens (§. 190) noch andere halbe Circul: so bekommt ihr den Bogen.
4. Darein zeichnet den Schluß-Stein nach der folgenden Aufgabe (§. 194).
5. An das Ende des Bogens zeichnet ferner den Kämpfer (§. 191) und, wenn die Säulen keine Postemente haben, unten einen doppelten Untersatz, deren Höhe zusammen 2 Modul hält, der obere aber halb so hoch ist, als der untere, weil der gleiche auch unter die Säulen darneben kommt.

kommt. Sind aber Postemente unter den Säulen; so bekommt der Neben-Pfeiler unten die Glieder des Fuß-Gesimses.

6. Die Säulen nebst dem Haupt-Gesimse darüber zeichnet nach der 26 Aufgabe (§. 155), und bringet, wo sie gebraucht werden, die kleinen Postemente (§. 192) darunter.

Die 35. Aufgabe.

194. Den Schluß-Stein in den Bogen zu zeichnen. Tab. XXII.
Fig. 43.

Auflösung.

1. Machet die untere Breite des Schluß-Steines AB einen Modul.
2. Weil der Schluß-Stein den Architrab mit unterstützen soll, so ziehet aus dem Mittel-Puncte E des halben Circuls, damit ihr die Eröffnung geschlossen habt, durch A und B bis an den Architrab zwei gerade Linien AC und BD, welche den Schluß-Stein determiniren.
3. In der Tuscanischen Ordnung lasset ihn ganz schlecht. In den übrigen aber zieret ihn oben mit den Gliedern des Capitäls, die über dem Viertel-Stabe der Dorischen und Ionischen Ordnung und über dem Kessel der Corinthischen und Römischen anzutreffen sind, und ins Gevierte herum gehen. So ist geschehen, was man verlangte. Tab. XXI.
Fig. 37. b.

Ec 5

Die

Die 28. Erklärung.

Tab. XX. 195. Das FRONTON oder der Giebel KLM stellet die Figur vor, welche die Stütz-Sparren an dem Ende des Daches formiren.

Der 1. Zusatz.

196. Derowegen soll es eigentlich dreieckicht gemacht werden: in kleinen Gebäuden und Wercken aber, als über Capellen und Bilder-Blinden kan es rund seyn, weil man hier ein rundes Dach brauchen kan.

Der 2. Zusatz.

197. Es muß nirgends ein Fronton gemacht werden, als wo dem Scheine nach der Regen abzuhalten ist.

Der 3. Zusatz.

198. Daher verwirft man die Frontons, welche oben durchbrochen sind, oder auch sonst durch dem Dache unanständige Figuren versteller werden.

Der 4. Zusatz.

199. Und weil die Krag-Steine und Kälber-Zähne Köpfe der Balcken vorstellen (§. 74), auf die Stütz-Sparren des Daches aber keine Balcken gelegt werden: so will sie *Viruvius* (lib. 4. c. 2.) nach dem Exempel der Griechen mit Recht in den Frontons nicht dulden.

Die 1. Anmerckung.

200. Uerachtet die Römer, welche von der Reiznigkeit

nigkeit der Griechischen Architectur abgewichen, und die neuen Bau-Meister, welche ihnen gefolget sind, in ihren Wercken dieselben durchgehends an den Frontons behalten haben; so hat sich dennoch Goldmann mit Recht vor den *Vitruvium* erklärt.

Der 5. Zusatz.

201. Weil die Höhe des Daches theils nach der Beschaffenheit der Witterungen an einem Orte, theils nach der Materie, daraus es gemacht wird, bald hoch, bald niedrig ist aufgeführt worden; so werden auch nach dem Exempel der alten Bau-Meister in den Wercken der Antiquität bald hohe bald niedrige Frontons gemacht.

Die 2. Anmerkung.

202. Weil man in Griechenland nicht mit starkem Regen belästiget ward, so machten sie sehr niedrige Dächer, und folglich niedrige Frontons. Hingegen die Römer machten sie schon höher, weil es bey ihnen stärker regnete. *Scamozzi* (lib. 6. c. 12.) giebt der Höhe des Giebelsfeldes $\frac{2}{3}$ von der Auslaufung des ganzen Karnieſes, wie in dem Portal des Pantheon zu Rom befindlich ist: welche Proportion *Blondell* (*Cours d' Architecture* part. 2. lib. 7. c. 2. f. 138.) vor allen andern lobet. Goldmann machet die Höhe der Frontons 3, 5, 6 bis 7 Modul, nemlich meistens so groß, als die Seiten-Weite zur Seiten. *Serlius* (lib. 4. c. 6.) giebet folgende Regel.

1. Theilet die Breite des Karnieſes AB in 2 gleiche Theile durch die Perpendicular-Linie ED (*f. 120 Geom.*).
2. Machet CD = CB.
3. Aus D beschreibet mit DB den Bogen AFB, welcher

Tab.
XXIII.
Fig. 44.

welcher von dem Perpendicul DE die Höhe EC abschneidet.

Die 36. Aufgabe.

Tab.
XXIII,
Fig. 45.

203. Ein Fronton zu zeichnen.

Auflösung.

1. An dem Karnieße des Haupt-Gesimses zeichnet den Karnieß oder Rinn-Leisten mit dem Ober-Plättlein blind.
2. Richtet auf das horizontale Haupt-Gesimse die Höhe des Frontons EC auf (§. 202).
3. Ziehst von den Enden des Ober-Plättleins A und B in C gerade Linien, und
4. Ferner mit diesen in der Weite der Höhen aller Glieder des Karnießes Parallel-Linien (I. 91 Geom.); so ist geschehen, was man verlangte.

Die 1. Anmerkung.

204. In dem Horizontal-Karnieße des Haupt-Gesimses läßt man, wenn ein Fronton gemacht wird das oberste Glied mit dem Ober-Plättlein weg, weil es zu dem Ende gemacht wird, damit der Regen abrinnen kan (§. 85, 100).

Die 2. Anmerkung.

205. Zu leichterer Einrichtung der Bogen-Stellungen habe ich folgendes Täflein hieher setzen wollen, dabey die großen Postemente gebraucht werden. Will man aber die kleinen Postemente haben, so wird in den niedrigen Ordnungen die Breite des Bogens 9, in den hohen 11 Modul gemacht.

Wenn

Wenn keine Postemente da sind	Eusc.	Dor.	Jon.	Röm.	Cor.
Höhe der Seele	16 M.	16 M.	16 M.	20 M.	20 M.
der Untersäße	2	2	2	2	2
des Bogens	16	16	16	20	20
des Neben-Pfeilers	12	12	12	15	15
Breite des Bogens	8	8	8	10	10
des Neben-Pfeilers	1	1	1	1	1
Seulen-Weite	12	12	12	14	14
Wenn Postemente da sind	Eusc.	Dor.	Jon.	Röm.	Cor.
Höhe des Postements	5	5	5	5	5
des Untersäßes	1	1	1	1	1
des Bogens	20	20	20	24	24
des Neben-Pfeilers	15	15	15	18	18
Breite des Bogens	10	10	10	12	12
des Neben-Pfeilers	1	1	1	1	1
Seulen-Weite	14	14	14	16	16

Die 29. Erklärung.

206. Eine Giebel-Zinne ist ein kleines Postement, welches an den Ecken und der Spitze des Frontons aufgerichtet wird, damit man Statuen darauf setzen kan.

Der 1. Zusatz.

207. Damit die Höhe der Giebel-Zinne eine geschickte Verhältniß zu dem übrigen hat, so soll man ihren Würfel an den Ecken der Ausladung des Karnieses gleich; den mittlern aber wegen der Eurhythmie (§. 26) etwas grösser machen.

Der

Der 2. Zusatz.

208. Und weil sie auf den Säulen ruhen; so muß die Breite ihres Würfels der Dicke des verjüngten Schaftes gleich seyn (§. 75).

Anmerkung.

209. Die Giebel-Zinnen bekommen kein Fuß-Gesimse, weil es von dem Giebel oder Fronton verdeckt wird. Das obere Gesimse, welches aus wenigen Gliedern bestehen muß, damit sie nicht zu klein, und wenn sie von weitem gesehen werden, in einander fallen, wird, wie in andern Postementen, (§. 192) zu der Höhe des Würfels proportioniret.

Der 24. Lehrsatz.

210. Wenn man Säulen oder Pilaster über einander stellet, so müssen die obern stärker, die untern stärker seyn: und die obern müssen auf den untern fest aufstehen.

Beweis.

Denn die untern haben mehr zu tragen, als die obern, indem sie diese zugleich mit tragen, und also müssen sie stärker seyn: welches das erstere war. Das andere erhellet aus dem 78. §.

Der 1. Zusatz.

211. Weil die verschiedenen Ordnungen, der Stärke nach, von einander unterschieden sind; so können sie auch, ihrem Range nach, über einander gesetzt werden, nemlich die Dorische über die Tuscanische, die Ionische über

über die Dorische, die Römische über die Ionische, die Corinthische über die Römische: wiewol man auch einerley Ordnungen über einander sehen kan, z. E. inwendig in einer Kirche Corinthische über Corinthische.

Der 2. Zusatz.

212. Der obere Modul wird kleiner gemacht, als der untere, nachdem es die besondern Umstände erfordern, als z. E. die Höhe der Stock-Wercke, die Zärtlichkeit der Ordnungen, die Höhe des ganzen Gebäudes u. s. w. absonderlich aber, nachdem die Seulen entweder freystehende oder Wand-Seulen sind.

Die 1. Anmerkung.

213. *Vitruvius* macht den obern Modul $\frac{3}{4}$, *Palladius*, *Scamozzi* und *Serlius* $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, *Goldmann* nach dem Exempel der heiligen Bau-Kunst $\frac{2}{3}$ des untern. Allein es erinnert *Blondell* (*Cours d'Architect.* part. 3. c. 7. f. 256) vermöge der (§. 212) angeführten Umstände gar wohl, daß man nicht nöthig habe, sich an diese Proportion genau zu binden. Es müssen aber die obern Seulen höher gemacht werden, als sie seyn sollten, wenn man sie in der Nähe sähe. Also sind im Collosseo zu Rom die allerobersten Seulen höher, als die, so darunter stehen, weil sie von weitem kleiner aussehen. Wer sich darnach nicht richtet, der verstellet das Werck, weil es das Ansehen gewinnt, als wenn man wieder die Symmetrie gehandelt hätte.

Der

Der 3. Zusatz.

214. Damit die Einrichtung der Triglyphen, Krag-Steine und Kälber-Zähne nicht verderbet wird, so muß die untere Seulen-Weite sich durch den obern Modul genau dividiren lassen (§. 181 & seqq.).

Die 2. Anmerkung.

215. Es sey z. E. die untere Seulen-Weite 8 Modul oder 240 Minuten: der obere Modul $\frac{2}{3}$ von dem untern, nemlich 24'. Weil nun 240 sich durch 24 genau dividiren läßt; so kan der obere $\frac{2}{3}$ von dem untern bekommen. Hingegen, wenn ich den obern $\frac{2}{3}$ des untern machte; so käme $10\frac{2}{3}$ heraus, wenn ich 8 dadurch dividirte. Derowegen müste ich die ganze untere Seulen-Weite von 8 Moduln in 12 gleiche Theile theilen, und $\frac{1}{12}$ für den obern Modul annehmen.

Die 3. Anmerkung.

216. Weil die obern Seulen auf den untern feste aufstehen sollen (§. 210), so fällt es sehr schwehr, die Seulen recht über einander zu setzen. Denn von rechtswegen solte die Auslaufung des obern Fuß-Gesimses nicht größer seyn, als die halbe Dicke des untern verjüngten Schaftes, und die Axen der obern Seulen solten mit den Axen der untern in einem Striche fortgehen. Beydes aber kan nicht wohl neben einander bestehen: denn der Modul der obern Seulen wird allzu klein, und die Seulen selbst werden viel zu niedrig. Die Bau-Meister des Collossei zu Rom, welches eines von den prächtigsten Gebäuden ist, so die Welt jemals gesehen, und der Bau-Meister der Jesuiter-Kirche des H. Ludwigs zu Paris auf der St. Antonins-Gasse,

Gasse, haben deswegen die obern Seulen-Weiten hineingerücktet, daß die Axen nicht mit den untern in einem Striche fortgehen, sondern nur eine Weite von einander behalten; welches aber den meisten mißfällt, weil es nicht wohl aussiehet, wenn die obern Seulen weiter hinein stehen, als die untern. In dem Collosseo zu Rom hat man es desto eher zulassen können, weil daseibst Wand-Seulen gebraucht worden sind, und das Gebäude rund ist. Daher hält Scamozzi für besser, wenn man den gleich dicken Schaft der obern Seule dem verdünnten der untern gleich macht; welches allerdings am natürlichsten ist, indem solchergestalt die Seulen, welche übereinander stehen, gleichsam Theile von einer langen Seule sind. Da nun nach Goldmannen, dem wir gesolget sind, der verjüngte Schaft 24 Minuten ausläuft, so wird der obere Modul am füglichsten $\frac{2}{3}$ von dem untern gemacht, wie Scamozzi thut (§. 213). Einige haben zwar die Auslaufung des Fuß-Gesimses dem verdünnten Schaft gleich machen wollen, in welchem Falle der obere Modul 18 Minuten des untern bekommt; allein man siehet leicht, daß die obere Seule dadurch etwas zu niedrig wird. Endlich haben andere die Auslaufung des Schafts-Gesimses dem gleich dicken Schaft der untern Seule gleich gemacht; in welchem Falle der obere Modul $\frac{3}{4}$ von dem untern hält, nemlich 22 $\frac{1}{2}$ Minute: welches nach unserer Einrichtung der Krag-Steine und Halber-Zähne (§. 159, 161) nicht angehet. Daher gefällt mir wol am besten, wenn der obere Modul $\frac{2}{3}$ von dem untern bekommt. Jedoch kan man nach Erforderung besonderer Umstände sich auch wol nach den andern Regeln richten.

Ende des ersten Theiles.

(Wolfs Maltes. Tom. 1.) Dd Der

Der andere Theil.

Von den

besondern Regeln, die bey
jedem Theile des Gebäudes
in acht zu nehmen
sind.

Die 1. Erklärung.

217. Das Gebäude hat drey Haupt-
Theile den Grund, worauf
seine Last ruhet: die Mauer,
welche es einschliesst: das Dach, wel-
ches es bedeckt.

Der 1. Zusatz.

218. Jedes Gebäude muß demnach ei-
nen festen Grund bekommen, damit es sich
nicht sencket, hin und wieder springet, oder
wol gar einfällt.

Die 1. Anmerkung.

219. Zuweilen hat die Natur schon den Grund
geleget, wenn der Boden, darauf man bauet, fels-
sicht ist, oder auch die Last des Gebäudes geringe,
und das Erdreich vor sie feste genug.

Der 2. Zusatz.

220. Die Stärke des Grundes muß
nach der Last des Gebäudes proportioniret
werden.

Die

Die 2. Anmerkung.

221. Insgemein proportioniren alle Bau-Meister die Stärke des Grundes nach der Dicke der Mauer, die er zu tragen hat. Allein Perrault hält dieses in seinen Anmerkungen über den von ihm ins Französische übersetzten *Vitruvium* (lib. 1. c. 5. n. 2. f. 19. 20) mit gutem Grunde vor einen Fehler, der einen öfters ohne Noth in große Kosten bringen kan: maßen eine Mauer schwächer seyn kan, als die andere, ob sie gleich eine Dicke haben, nicht allein, weil sie höher ist, oder aus schwächerer Materie bestehet, sondern auch, weil sie viel gewölbte Bogen hat, und ein schwaches Dach trägt.

Der 3. Zusatz.

222. Man soll auf kein altes Gemäure, es sey abgebrochen, oder eingefallen, ein neues Gebäude aufführen, wenn man nicht genug versichert ist, ob es starck genug sey, den Bau zu tragen.

Der 4. Zusatz.

223. Und weil der Erdboden nicht überall von einerley Beschaffenheit ist, so müßet ihr euch desselben entweder durch einbohren mit einem Erdbohrer, oder einschlagen mit Eisen beschlagener Stangen erst wohl erkundigen, ehe ihr auf den Grund-Bau gedencket.

Der 5. Zusatz.

224. Aus gleichmäßiger Ursache müßet ihr erforschen, ob das Erdreich immer in einem so fort gehet, wie ihr es oben gefunden habt.

Die 3. Anmerkung.

225. Dem Fehler, welcher bey dem Grunde besungen worden, ist nicht leicht wieder abzuhelfen,
 Dd 2 und

und er machet öfters den übrigen ganzen Bau zu nichte. Derwegen muß man sich mit desto größserm Fleiße dabey vorsehen.

Die 1. Aufgabe.

226. Zu finden, ob ein alter Grund einen neuen Bau werde tragen können, oder nicht.

Auflösung

Rechnet nach den Regeln der Geometrie die Last sowohl des alten, als neuen Gebäudes aus, und vergleiche beyde mit einander.

Denn wenn beyde einander gleich sind, oder auch die Last des neuen Gebäudes geringer ist, als des alten, der Grund aber, vermöge der Erfahrung, das alte hat tragen können; so wird er auch das neue tragen. W. Z. F. und Z. E. W.

Anders.

1. Erfundiget euch der Tiefe, Breite und übrigen Beschaffenheit des alten Grundes.
 2. Rechnet nach den Regeln der Geometrie die Last des neuen Baues aus.
 3. Endlich vergleiche die Festigkeit des Grundes mit der gefundenen Last (§. 220.).
- So werdet ihr urtheilen können, ob er starck genug sey, oder nicht.

Anmerkung.

227. Man hat zur Zeit noch keine mathematischen Regeln, aus der gegebenen Last des Gebäudes, nach Beschaffenheit des Bodens, die Stärke des Grundes auszurechnen; sondern muß sich damit behelfen, daß

daß man die Last seines Gebäudes und die Stärke seines Grundes zugleich mit der Stärke eines andern Grundes, und der Last des auf ihm ruhenden Gebäudes vergleicht, von dessen Richtigkeit die Erfahrung zulängliches Zeugniß ablegt.

Die 2. Aufgabe.

228. Zu erforschen, ob das Erdreich tiefer hinunter eben so sey, wie oben, oder ob es morastig, oder auch Wasser unten anzutreffen sey.

Auflösung.

Ihr könnt es nicht allein erfahren, wenn ihr in einem Orte des gemachten Grund-Grabens tiefer hinein grabet, als zu dem Grund-Baue nöthig ist; sondern auch ohne vieles graben folgender gestalt inne werden.

1. Grabet in dem einen Orte des Grund-Grabens eine Grube etliche Schuhe tiefer, als er ist.
2. In dieselbe und in die eine Ecke des Grabens setzet einen irdenen Hafen oder Topf mit Wolle, und bedecket ihn beyderseits mit Zieaeln oder Brettern, auch den Ort selbst, wo er stehet, mit Brettern und Erde.
3. Nach einem oder zween Tagen nehmet beyde Töpfe heraus und wäget sie ab. Wenn einer so schwehr wäget, als der andere, und beyde so viel wie zuvor, so ist man gewiß, daß unten kein Morast und Wasser ist. Hingegen, wenn der in der Grube schwerrer worden, so ist es ein Zeichen, daß unten Morast und Wasser seyn muß. Weil die aufstei-

Dd 3 genden

genden Dünste seine Schwebre vermehret haben. Endlich, wenn sich kleine Tröpflein in gestalt des Thaues angehänget haben; so ist unten eine Quelle.

Die 3. Aufgabe.

229. Das lockere und morastige Erdreich zu befestigen.

Auflösung.

In lockerer, aber trockener Erde treibet durch die Ramme oder andere Schlag-Werke gestammte eichene Pfähle hinein (§. 38).

Ist aber der Boden morastig, so grabet ein, und räumt so viel aus, als sich thun läßt. Darnach rammet starke Pfähle von Erlenem Holze ein (§. 38.), die ihr nicht allein vorher gestammt, sondern auch wol gar mit heißem Harz und Oele bestrichen habt, um sie desto mehr wieder die Feuchtigkeit zu bewahren.

Es müssen aber, nach Beschaffenheit der Last des Gebäudes, viele oder wenige, in gleichen große und kleine Pfähle eingerammt; und damit sie sich nicht überstoßen, in sehr hartem Boden, unten mit Eisen beschlagen werden.

Beweis.

Der lockere und morastige Boden giebt nach, weil die Theilgen der Erde nicht nahe genug bey einander sind, und daher durch die Last, womit der Boden beschwemet wird, sich zusammen drücken lassen.

Wenn

Wenn man nun Pfähle hinein rammet, so werden die Theilgen der Erde näher zusammen getrieben, und der zwischen ihnen zerstreute Raum wird in eins zusammen gebracht, und von den Pfählen erfüllet. Also wird dadurch der Boden feste. W. Z. E. W.

Die 1. Anmerkung.

130. Böcker in dem Anhang zu dem siebenden Capitel des ersten Buches des *Palladii* erinnert, es sollen die Pfähle niemals über eine halbe Elle, oder einen Schuh von einander stehen. Er giebt aber in trockener Erde der Länge 6 bis 7 Schuh, der Dicke 10 Zoll; in morastigen Boden der Länge 10' bis 12', der Dicke 10'' bis 12''. Hartmann in seiner Bau-Kunst (S. 34) setzt die Länge 3', 4', 8' bis 24'; die Dicke 6'', 8'' bis 18''.

Die 2. Anmerkung.

231. Der Hammer an der Klamme muß nicht zu schwer seyn, damit die Pfähle im einrammen nicht beschädiget werden. Ihr könnet auch die Pfähle oben mit eisernen Ringen umgeben, damit sie nicht spalten, und nach verrichteter Arbeit dieselben wieder abnehmen.

Der 1. Zusatz.

232. Weil die Schließ-Mauern viel dünner als die Haupt-Mauern gemacht werden, so müßet ihr zwar auch in ihrem Grunde Pfähle einrammen, damit sie sich nicht sencken und von der andern Mauer losreißen; allein viel geschmeidiger, als in dem Grunde der andern (S. 229).

Der 2. Zusatz.

233. Damit das Erdreich, welches durch das gewaltsame Stoßen der Ramme von einander getrieben worden ist, sich wieder zusammen giebt, und die Pfähle starck ansaugt; so müssen die eingerammten Pfähle ein Jahr stehen, ehe man die Grund-Maure aufführet.

Der 1. Lehrsatz.

Tab.
XXIII.
Fig. 46.

234. Die Grund-Maure muß unten breiter, als oben gemacht werden.

Beweis.

Man bilde sich ein, als sey die Grund-Maure aus lauter Ziegel-Steinen mit verwechselten Fugen aufgeführt; so werdet ihr ohne vieles Nachsinnen wahrnehmen, daß jederzeit ein Ziegel in der obern Reihe 1 auf zween der untern 2 und 3 drucket, und also das Drucken der Last, womit die Ziegeln der obern Reihe beschwehret werden, durch die ganze untere Reihe zertheilet wird. Und also wird das Drucken der Last durch die Linie CD vertheilet, da es sonst ganz auf eine viel kleinere Linie AB gemendet würde. Solchergehalt wird der Boden weniger beschwehret, als wenn die Maure unten so dicke, wie oben wäre. Derowegen soll man die Grund-Maure unten breiter als oben machen (S. 218). W. J. E. W.

Die 1. Anmerkung.

235. Eine schief aufgeführte Grund-Maure kan auch

auch dem Erdreiche besser widerstehen, als eine andere, wenn es entweder von der Kälte aus einander getrieben, oder von dem Regen aufgeschwellet wird. Und selbst die gemeine Erfahrung bezeugt, daß ein schwerer Körper, dergleichen auch eine Mauer ist, gewisser stehet, wenn er einen breiten Fuß, als einen schmalen hat; wovon der Grund in der Mechanick folgen soll.

Die 2. Anmerkung.

236. Es ist schon oben erinnert worden, daß die Bau Meister die Stärke des Grundes insgemein nach der Dicke der Mauer des Gebäudes (§. 221), und also die Linie CD zu der Linie AB beständig auf einerley Art proportioniren. Daraushero ist es kein Wunder, daß sie in der Proportion mit einander nicht übereinkommen. Nach dem *Scamozzi* verhält sich AB zu CD wenigstens wie 4 zu 5, höchstens, wie 6 zu 7, bey Thürmen wie 1 zu 3; nach dem *Palladio* wie 1 zu 2; nach dem *de Lorme* wie 2 zu 3.

Der 2. Lehrsatz.

237. Der Grund-Graben muß wohl geebnet werden, ehe die Grund-Mauer aufgeführt wird.

Tab.
XXIII.
Fig. 46.

Beweis.

Denn weil alle schweren Körper nach Perpendicular-Linien auf den Horizont drücken, so muß das ganze Gebäude recht aufgerichtet stehen, und folglich die obere Breite der Grund-Mauer AB horizontal, die untere CD mit ihr parallel: folglich der Boden im Grund-Graben wohl geebnet seyn. W. 3. E. W.

Zusatz.

238. Derwegen, wenn der Boden durch
DD s hinein-

hineingetriebene Pfähle ist befestiget worden, insonderheit, wenn er morastig ist, so sollt ihr den Raum zwischen den Pfählen mit Kohlen, Wolle, Haaren, Kiesel und andern Sachen die im nassen nicht faulen, verschütten.

Die 4. Aufgabe.

Tab.
XXIV.
Fig. 47.

239. Einen Koft in den Grund zu machen.

Auflösung.

1. Rammet nach der Länge des Grund-Grabens zu beyden Seiten in der Weite von etwa 7' Pfähle ein, doch so, daß sie in der Dicke einer Schwelle über der Erde stehen bleiben.
2. Schneidet an den Köpfen der Pfähle Zapfen ein, und
3. Leget die Haupt-Schwellen A dergestalt darauf, daß die Zapfen in ihre Löcher B kommen.
4. Stoßet quer über andere Pfähle und leget gleicher gestalt die Zwerch-Schwellen C darauf, verbindet sie aber zugleich durch Schwalben = Schwänze D mit den Haupt-Schwellen, und befestiget die Verbindungen mit hölzernen Nägeln, weil die eisernen rosten.
5. Die Zwerch-Schwellen C verbindet durch eine andere mit den Haupt-Schwellen parallel gelegte Schwelle EE, und
6. In die gebierten Löcher F rammet die Pfähle G ein.

So ist der verlangte Koft fertig.

Die

Die 1. Anmerkung.

240. Man sieht leicht, daß dergleichen Rost uns des Grundes sehr versichert, und absonderlich dienlich ist, wenn es unten Quellen hat. So aber gar Trüb-Sand vorhanden ist, so könnet ihr dem Wegschwemmen des Sandes durch vorgestochene dicke Zeune steuern.

Die 2. Anmerkung.

241. Weil sich im Leime nicht wohl Pfähle stoßen lassen, so kan man hier mit einem bloßen Roste aus kreuzweise geschrenkten Schwellen zufrieden seyn.

Die 3. Anmerkung.

242. Die Schwellen dürfen im trockenen Boden nur 3" bis 4", im nassen und morastigen 6", 7" bis 8" dicke seyn.

Die 5. Aufgabe.

243. Die Grund-Maure aufzuführen.

Auflösung.

1. Machet eine Lage von Bruch Steinen, die nahe an einander liegen, absonderlich, wo ihr Pfähle eingerammt oder gar einen Rost gemacht habt, damit die Feuchtigkeit und der Kalk dem Holze nicht schade.
2. Gießet darüber Mörtel, und ebenet ihn mit der Schaufel.
3. Auf diese Unterlage führet die übrige Maure aus Steinen und Mörtel auf. Und braucht man in dem Grunde so große Steine, als man haben kan, wenn er tief wird, damit sie brav füllen.
4. Wenn ihr einen Rost gemacht habt; so leget darauf Quater-Steine, und verbindest sie mit einander durch mit Blei eingegossene Klammern.

An-

Anders.

Wenn ihr keine große Steine habt, so

1. Nehmet guten Kalk und Fluß-Sand mit Steinen, die er bey sich führet, aber nicht grösser, als die man in die Faust fassen kan.
2. Rühret beyde Materien wohl durch einander.
3. Schüttet sie in den Grund-Graben, und ebenet sie mit einer Schaufel.
4. Wenn ihr einen halben Schuh hoch gekommen seyd, so werfet Backen-Steine oder Stücke von andern Steinen hinein, so groß, als ihr sie finden könnet, doch, daß sie einander nicht berühren.
5. Schüttet von der vorigen Materie von neuem einen halben Schuh hoch darauf, und fahret mit dieser Arbeit fort, bis der Graben voll ist.

So bekommt man einen Grund gleich einem Felsen aus einem Stücke.

Zusatz.

244. Weil die Grund-Maure sich erst setzen muß, ehe man weiter darauf mauren kan; so könnet ihr sie im Frühlinge aufführen, und den Sommer über trocknen lassen.

Die I. Anmerkung.

245. Es dürfte vielleicht einem oder dem andern wunderlich vorkommen, daß wir so viel Zeit erfordern, darinnen das von einander getriebene Erdreich sich wieder zusammen geben, und die Grund-Maure

Mauere austrocknen kan (S. 233, 244). Allein es ist zu wissen, daß dergleichen Sorgfalt nur bey wichtigen Gebäuden gebraucht wird, welche nicht in einem, sondern in vielen Jahren aufgeführt werden.

Die 2. Anmerkung.

246. Böcker in den Anmerkungen über den *Palladium* (lib. 1. c. 7. f. 20) erinnert, es sollen die Steine in dem Grunde eben so gelegt werden, wie sie in Stein-Brüchen oder auf dem Felde gelegen sind weil sie sonst springen, und der Bau einen halben Schuh und mehr gespalten wird, wenn der Stein nur einen Messer-Rücken spaltet. Und recommends direct er (f. 21, 22.) die andere Art des Grunde Baues bey Wasser-Gebäuden, als Brücken, Mühlen, Dämmen, u. s. w. Hingegen in engen Grüns den trocknet der Kalk zu bald, ehe die Steine und der Sand ihn recht anziehen.

Die 3. Anmerkung.

247. Wenn ihr unter der Erde gewölbte Keller macht, so müßet ihr nicht allein die Grund-Mauere öfters tiefer, sondern auch stets dicker machen, weil die Last der Gewölber auf die Pfeiler durch Bogen geleitet wird. Und müssen die Bogen unter die Eröffnungen an der Mauere des Gebäudes kommen, das mit sie nicht eine unerträgliche Last zu tragen haben.

Die 6. Aufgabe.

248. Einen Grund-Bau im Wasser aufzuführen.

Auflösung.

1. Rammet eine Reihe doppelte Fals-Pfähle um den ganzen Ort, wo der Grund-Bau hinkommen soll.
2. Hinter ihnen rammet eine andere Reihe einfacher Fals-Pfähle.

3. Den

Tab.

XXIV.

Fig. 48, 51.

Tab.

XXIV.

Fig. 49.

3. Den Raum zwischen beyden Reihen füllet mit Schutt aus.
4. Aus dem mittlern Raume bringet das Wasser durch Pump- oder Schöpf-Wercke heraus. Und nachdem ihr solchergestalt einen trockenen Platz überkommen habt; so
5. Führet nach Beschaffenheit des Bodens den Grund-Bau auf, wie vorhin ist gelehret worden (§. 229, & seqq.).

Die 1. Anmerkung.

249. Wenn der Bau fertig ist, so müßet ihr die Salz-Pfähle wieder ausreißen, und sie zu künftigen Gebrauche verwahren.

Die 2. Anmerkung.

250. Fällt es zu kostbar, Salz-Pfähle machen zu lassen, so schlaget nur hin und wieder schlechte Pfähle um die Hälfte ihrer Länge ein, und nagelt an ihre Köpfe, wenigstens 3 Schuh über dem Wasser, Nicht-Bäume, welche ferner auf alle anderthalb Schritte mit Zwerch-Bäumen verbunden werden. An diesen Nicht-Bäumen rammet beyderseits Pfähle ein, dergestalt, daß sie einander berühren, und nagelt sie oben an dieselben mit langen Nägeln an. Den Raum zwischen beyden Reihen der Pfähle füllet mit guter Erde, Lette oder Schutt aus; und mitten aus dem eingeschlossenen Raume bringet wie vorhin das Wasser durch Schöpf- oder Pump-Wercke heraus. Man kan auch die Pfähle weit von einander einrammen, und den Raum mit Brettern verschlagen.

Die 7. Aufgabe.

251. Einen guten Chorrei zu Verbindung der Steine und Ziegeln in Mauern zu bereiten.

Auf-

Auflösung.

Nehmet zu drey Theilen gegrabenen Sand einen Theil Kalck, und zu zween Theilen Fluß-Sand gleichfalls einen Theil Kalck, und sparet keine Mühe, die Speise wohl durch einander zu rühren.

Anmerkung.

252. Hartmann mercket in seiner Bau-Kunst (f. 33.) an, daß es beständige Mauren gebe, welchen der Salpeter nicht leicht Schaden zufügen kan, wenn man zu dem Mörtel ungelöschten Kalck nimt, und, indem er von dem Löschen noch recht warm ist, den Sand darein menget.

Der 3. Lehrsatz.

253. Die Mauren müssen alle senkrecht aufgeführt werden.

Beweis.

Es erfordert solches die Festigkeit des Gebäudes (§. 6). Denn es wird unten aus der Mechanick erhellen, ist auch aus der Erfahrung bekant, daß die gerade aufstehenden Sachen fester und gewisser stehen, als die von der senkrechten Linie weggezogen sind. Wenn die Maure wie die Grund-Maure schräge aufgeführt würde, so legte sich der Staub darauf, und sie könnte nicht lange reine bleiben. Also ist auch deswegen nöthig, daß die Maure nach senkrechten Linien aufgeführt werde. W. J. E. W.

Der 4. Lehrsatz.

254. Die Mauren müssen in jedem Stock-

Stockwerke um etwas eingezogen werden.

Beweis.

Denn die Mäure in dem untern Stockwerke muß die Last der obern zugleich mit tragen. Derwegen muß die untere dicker als die obere seyn. Und also muß man die Mäuren in jedem Stockwerke einziehen. W. Z. E. W.

Zusatz.

255. Weil die Mäure in jedem Stockwerke nach senkrechten Linien gleich aufgeführt wird (§. 253), so wird von innen in jedem Stockwerke ein Absatz gemacht, und folglich die Last des Gebäudes durch den Grund gleich vertheilet.

Die I. Anmerkung.

256. Weil die Mäure oben stark genug seyn muß, das Dach zu tragen; so setzen *Scamozzi* und *Vitruvius* in bürgerlichen Wohn-Häusern, die ganz von Steinen aufgeführt werden, für ihre Dicke zweien Ziegeln nach der Länge oder 2 Schuh. Denn die Ziegeln werden nach dem *Vitruvio* (lib. 2 c. 3) einen Schuh lang, einen halben breit und hoch gemacht. In jedem Stockwerke vergönnet sie zu einem Absatze einen halben Schuh. In starken Gebäuden kan die Obermäure wol dicker, in schwachen hingegen nur 1' gemacht werden: dergleichen auch die Scheide-Mäuren oben bekommen, welche durch alle Geschoß einen halben Schuh abnehmen. Jedoch können in solchen Gebäuden die Scheide-Wände nur von Holz gemacht, und entweder mit Ziegeln ausgemauert, oder mit Leimen und Stroh ausgekleidet werden.

Die

Die 2. Anmerkung.

257. Wenn man Säulen oder Pilasters braucht, so erfordert die Mauer ganz eine andere Verjüngung, weil die ganze Ausladung des Postaments der Ordnung auf der untern Platz finden muß, die nicht mit Säulen gezieret ist. Sind aber an den untern Mäuren gleichfalls Säulen oder Pilasters, so muß man sich in Einziehung der Mauer nach denselben mit richten (§. 216).

Die 8. Aufgabe.

258. Eine Mauer aufzuführen.

Auflösung.

1. Nehmet mittelmäßige Bruch-Steine, und verbindet sie mit reichlicher Speise.
2. Und damit die Ecken etwas stärker gemacht werden, so führet sie von Ziegeln oder Quater-Steinen auf, die sich mit verwechselten Fugen, wegen ihrer regulären Figur, durch den Mörtel besser verbinden lassen.
3. Maueret auch in der übrigen Mauer zuweilen drey Schichten Ziegeln.

Anderz.

1. Maueret von Ziegeln oder Quater-Steinen einen Kasten auf, welche ihr durch Mörtel mit verwechselten Fugen fleißig verbindet. Die Hölle wird 3 bis 4 Schuhe gelassen.
2. In den mittlern Raum füllet Feld-Steine und andere Stücke von Steinen, die nicht über ein Pfund schwer sind, und (Wolfs Mathef. Tom. I.) E e gies-

gießet reichlich Speise dazzu: stampfet auch alles wohl ein.

3. Wenn ihr solchergestalt die Maure drey Schuh hoch aufgeführt habt; so mauret drey Schichten Ziegeln durch die ganze Dicke der Maure über einander.
4. Mit dieser doppelten Arbeit wechselt ab, bis die ganze Maure fertig ist.

Anders.

1. Setzet zwei Reihen Bretter gegen einander, welche so viel Raum einschließen, als die Maure einschließen soll.
 2. Füllet den leeren Raum zwischen den Brettern mit Mörtel und allerley Steinen aus, und stampfet den Zeug wohl ein.
- Die Bauren nehmen Lein und Stroh, welches mit Füßen wohl durchgetreten worden.

Noch anders.

Mauret lauter Ziegeln, oder auch regelmäßig gehauene Steine mit verwechselten Fugen über einander, damit, wenn ja einer ausgerissen würde, die andern nicht nachfallen können.

Die 1. Anmerkung.

259. Die erste und andere Art sind gar beständige Mauren. Von der ersten zeugen die Stadt-Mauren zu Turin, von der andern das Pantheon zu Rom. Man findet auch die erstere Art in alten Kirchen und steinernen Gebäuden in Teutschland.

Die 2. Anmerkung.

260. Die Mauren aus Ziegeln können viel dünner,

ner, als die aus Bruch-Steinen, gemacht werden, weil jene sich viel besser, als diese, verbinden lassen.

Die 3. Anmerkung.

261. Daß alle Mauren von Grund aus müssen aufgeführt werden, erfordert die Festigkeit des Gebäudes; jedoch gehet es an, daß eine Maure auf ein Gewölbe der Länge hingesezt werde, wenn nur der Bogen stark genug ist, dieselbe zu tragen, und es ihm an gehöriger Wiederlage nicht fehlet.

Die 4. Anmerkung.

262. Die großen Mauren pflegt man zu verankern: welches geschieht, wenn man lange Eisen von 2, 3 und mehreren Zollen in der Dicke, nach der Länge der Mauren leget, und durch die Ringe am Ende derselben Bolzen schlägt. Man kan auch hohe Mauren, absonderlich wenn sie oben eine schwehre Last haben, an die Balken, welche auf ihr ruhen, mit Ankern befestigen.

Die 5. Anmerkung.

263. Wegen Feuers-Gefahr solte man zwischen zwey Häusern eine Brand-Maure bis über das Dach auführen, in der Dicke von zween Fuß.

Die 2. Erklärung.

264. Das Fenster ist eine Eröffnung in der Maure, wodurch das Licht in das Gebäude hinein fällt.

Der 1. Zusatz.

265. Man muß also die Fenster dergestalt anlegen, daß so viel Licht in jedes Zimmer fällt, als man zu den Verrichtungen von nöthen hat, welche darinnen vorgenommen werden (§. 7, 17), und damit alles in dem Zimmer wohl erleuchtet ist (§. 18).

Der 2. Zusatz.

266. Weil nun weder alle Tage, noch alle Stunden eines Tages recht helle sind, und man dem Ueberflusse des Lichts, wenn es nöthig ist, z. E. durch Vorziehung der Vorhänge leicht steuern kan; muß man trachten, so viel Licht durch die Fenster in jeden Ort des Gebäudes zu bringen, als möglich ist.

Der 3. Zusatz.

Tab. XXIII.
Fig. 52.

267. Derowegen wird die Mauer vor dem Fenster ab schräge eingeschnitten, damit das Licht nicht gehindert wird, durch das Zimmer sich auszubreiten.

Der 4. Zusatz.

268. Und damit das Fenster-Creuz den Zufluß des Lichts nicht hindere, so soll es nicht über zween Zolle breit gemacht werden. Aus gleichmäßiger Ursache müssen die Fenster-Rahmen nicht viel über $1\frac{1}{2}$ Zoll breit gemacht, und inwendig an den Scheiben schräge abgestoßen werden.

Der 5. Zusatz.

269. Die Glas-Fenster müssen entweder aus großen und hellen Scheiben, oder am besten aus gläsernen Tafeln zubereitet werden, weil das viele Blei dem Gemache das Licht benimmt.

Der 5. Lehrsatz.

270. Ein Fenster muß höher als breit seyn.

Be

Beweis.

Da das Licht von oben herunter fällt, so kan man mehr Licht durch den obern Theil des Fensters in das Gemach bekommen, als durch den untern. Und durch das niedrige Fenster könnte die Decke nicht wohl erleuchtet werden. Derowegen muß das Fenster höher als breit seyn (S. 265, 266).
W. Z. E. W.

Zusatz.

271. Weil aber das Licht bey nahe in einer geraden Linie vom Himmel herab fällt; so kan man um so viel mehr Licht durch ein Fenster haben, je einen größern Theil des Himmels man dadurch übersehen kan. Dannenhero können die obern Fenster niedriger, als die untern seyn.

Die 1. Anmerkung.

272. Es erhellet aus dem Beweise des gegenwärtigen Lehrsatzes, daß auch die geringere Höhe der obern Zimmer niedrigere Fenster erfordere.

Die 2. Anmerkung.

273. Wenn man unter dem Dache halbe Stockwerke anleget, und also niedrige Gemächer hat, aus welchen man durch das ganze Fenster den Himmel übersehen, und nach der Breite so viel Licht, als nach der Höhe haben kan; so zeigt der Beweis des gegenwärtigen Lehrsatzes, daß man die Fenster etwas niedriger machen kan, als ihre Breite ist, indem man z. E. $\frac{3}{4}$, oder $\frac{2}{3}$, oder $\frac{1}{2}$ von der Breite zur Höhe nimt. Man nennet aber dergleichen Fenster *Mezaninen* oder *Bastard-Fenster*.

Die 3. Anmerkung.

274. Mezaninen werden auch über die Thüren gelegt, die Vor-Häuser und Vor-Gemächer zu erleuchten, darein man sonst nirgends her Licht haben kan.

Der 6. Lehrsatz.

275. Wenn man durch ein Fenster den Himmel nicht sehen kan, so sollen die Wände und Mauren der gegen überstehenden Gebäude weiß angestrichen seyn.

Beweis.

Weil das Licht in einer geraden Linie von dem Himmel herab kommt, so kan man daher kein Licht durch das Fenster in das Zimmer bekommen, durch welches man den Himmel nicht sehen kan. Derowegen muß man sich in solchem Falle mit dem Lichte behelfen, welches theils von dem Erdboden, theils von den Mauren und Wänden der gegen überstehenden Gebäude zurücke prallet. Da nun weisse Mauren und Wände mehr Licht zurücke werfen, als dunkle, wie auch solches zu Winters-Zeit der Schnee zeigt, welcher es helle macht; so sollen in gegenwärtigem Falle die Mauren und Wände der gegen überstehenden Gebäude weiß angestrichen werden. M. 3 E. M.

Die 3. Erklärung.

276. Einfallendes Licht wird genennet, wenn man aus einem erleuchteten Orte das Licht in einen andern leitet, wohin
von

von aussen keines kommen kan. 3. E. Wenn der Boden durch die Kapp-Fenster erleuchtet ist, so macht man an die Decke des Stockwerckes darunter ein viereckichtes Loch, damit das Licht herunter fallen kan.

Der 1. Zusatz.

277. Weil das einfallende Licht sehr schwach ist, so soll man es nur in der höchsten Noth brauchen (§. 2, 266).

Der 2. Zusatz.

278. Und damit nicht bloß zurück prallendes Licht einfalle, so soll man sich bemühen, so viel möglich ist, die Eröffnungen vor das einfallende Licht dergestalt anzulegen, daß, wenn man durch sie und den erleuchteten Ort durchsiehet, man den Himmel sehen kan (§. 266).

Der 7. Lehrsatz.

279. Wenn die Fenster nicht allzu breit sind, so sollen sie viereckicht gemacht werden: sonst aber muß man sie oben mit einem Bogen schliessen.

Beweis.

Wenn ein viereckichtes und rund gewölbtes Fenster einerley Höhe haben; so ist jenes im lichten grösser, als dieses. Demnach giebt es auch dem Zimmer mehr Licht. Und daher soll man die Fenster viereckicht machen, wenn es nichts anders hindert (§. 266). Welches das erstere war.

Allein, wenn das Fenster sehr breit ist, wie die Kirchen-Fenster; so würde der Fenster-Sturz brechen, oder wenigstens das Ansehen haben, als wenn er brechen wolte, wenn er viereckicht gemacht würde. Derowegen muß man es in solchem Falle mit einem Bogen überwölben (§. 15, 9). Welches das andere war.

Der 8. Lehrsatz.

280. Ein Fenster muß so breit seyn, daß zwei Personen gemächlich neben einander in demselben liegen können.

Beweis.

Denn man pfleget sich öfters mit einer andern Person an das Fenster zu legen, und sich umzusehen. Da nun der Bau-Meister den Haupt-Absichten des Bau-Herrn in allen ein Genügen thun soll (§. 1); so muß er auch das Fenster so breit machen, daß zwei Personen gemächlich neben einander in demselben liegen können. W. Z. E. W.

Zusatz.

281. Derowegen müssen die Fenster in vornehmen Gebäuden breiter, als in gemeinen gemacht werden: nemlich in gemeinen niemals unter 3, und nicht über 4; in vornehmen niemals über 6 Schuhe.

Der

Der 2. Zusatz.

282. Dannenhero ist die geschickteste Proportion der Breite zu der Höhe wie 1 zu 2, oder nach dieser, wie 2 zu 3 (S. 21. 15): wiewol man nach Erforderung der Umstände, der Höhe über diese Proportion etwas unvermercktes zusehen kan (S. 22).

Anmerckung.

283. *Palladius* (lib. 1. c. 25.) gibt im untern Stocke $\frac{1}{8}$ darüber: *Blondel* (part. 4. f. 465.) $\frac{1}{12}$ oder auch $\frac{1}{8}$, ja in sehr großen Gebäuden $\frac{1}{2}$ Breite über 2, in welchem Falle die Verhältniß, wie 2 zu 5 ist.

Der 9. Lehrsatz.

284. Die obern Fenster müssen eben so breit, wie die untern gemacht, und gleich über die untern gesetzt werden.

Tab.
XXV.
Fig. 53.

Beweis.

Denn, wenn die untern Fenster breiter wären, als die obern, oder auch nicht gleich über die untern gesetzt würden; so käme ein großes Stücke Mauer abcd über die Eröffnung zu stehen. Da nun dieses den ersten Regeln der Bau-Kunst zuwider ist (S. 75); so müssen allerdings die Fenster oben und unten von gleicher Breite gemacht, und die obern gleich über die untern gesetzt werden. W. J. E. W.

Der 10. Lehrsatz.

285. Die viereckigten Fenster müssen mit einem ausgemauerten Bogen überwölbt werden.

Beweis.

Tab.
XXV.
Fig. 54.

Denn die Mauer, welche zwischen dem obern und untern Fenster ist, ABCD, liegt auf dem Sturze des untern Fensters. Damit er nun von ihrem Drucken nicht berste; so muß die Last von ihm durch einen Bogen auf die feste Mauer zur Seiten geleitet werden. Und demnach muß man die viereckigten Fenster mit einem ausgemauerten Bogen überwölben. W. Z. E. W.

Die 9. Aufgabe.

286. Ein Fenster zu verzieren.

Auflösung.

Machet entweder einen bloßen Rahmen um das Fenster, indem ihr die Glieder des Architrabs parallel mit seinen Seiten herum führet; oder machet über den Rahmen noch einen Fries und Karnies ohne ein Fronton, oder mit einem Fronton.

So ist geschehen, was man verlangte.

Die 1. Anmerkung.

287. Man pfleget gemeiniglich an den Rahmen entweder einfache, oder doppelte Ecken-Zierden zu machen: von welchen in den folgenden Aufgaben gehandelt wird.

Die

Die 2. Anmerkung.

288. Der Modul zu der Verzierung ist $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{5}$ von der Breite im Lichten.

Die 3. Anmerkung.

289. Die Gesimse sind aus beygefügten Tabellen zu erlernen.

Euscanisches Gesimse.			
	Rahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Im Rahmen.	Die Platte	10.	
	Die Platte	15	
	Das Plättlein	1	
	Das Oberplättlein	4	
	Der Frieß	24	
Im Karnieße.	Die Hohl-Kehle	3 $\frac{3}{4}$	5 $\frac{5}{8}$
	Das Plättlein	1	1 $\frac{7}{8}$
	Die Platte	5	3
	Das Plättlein	1	1
	Der Viertel-Stab	4 $\frac{1}{2}$	3
	Die abhängende Platte	6 $\frac{1}{4}$	17 $\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	1
	Die Platte	3	1
	Der Karnieß	6	6
	Das Plättlein	1	
	Das Oberplättlein	3	1

Dorisches

Dorisches Gesimse.			
	Rahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Im Rahm.	Die Platte	10	
	Die andere Platte	15	
	Die Hohl-Kehle	3	
	Das Oberplättlein	2	
	Der Frieß	24	
Im Karnieße.	Das Karnießlein	$3\frac{1}{4}$	$\left[\begin{array}{l} \frac{5}{8} \\ 1\frac{7}{8} \end{array} \right]$
	Das Plättlein	1	1
	Die Kälber-Zähne	5	3
	Das Plättlein	1	1
	Der Viertel-Stab	$4\frac{1}{2}$	3
	Die Platte	$6\frac{3}{4}$	16
	Die Hohl-Kehle	3	$\frac{3}{4}$
	Das Plättlein	1	$1\frac{1}{2}$
	Der Karnieß	6	6
	Das Plättlein	1	-
	Das Oberplättlein	3	1
Jonisches Gesimse.			
Im Rahm.	Die Platte	9	
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	
	Die Platte	$13\frac{1}{2}$	
	Das Karnießlein	$3\frac{3}{4}$	
	Das Oberplättlein	$2\frac{1}{4}$	
	Der Frieß	23	

Das

	Rahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Im Karnieße.	Das Plättlein	1	1
	Das Karnießlein	4	1
			2
	Das Plättlein	1	1
	Die Kälber-Zähne	5	3
	Das Plättlein	1	1
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	-
	Der Viertel-Stab	$4\frac{1}{2}$	3
	Die Platte	$6\frac{3}{4}$	15
	Das Karnießlein	3	$1\frac{1}{2}$
			$1\frac{1}{2}$
	Das Plättlein	1	1
Im Rahmen.	Der Karnieß	6	6
	Das Oberplättlein	$2\frac{1}{4}$	
Römisches Gesimse.			
Im Rahmen.	Die Platte	8	
	Das Karnießlein	2	
	Die Platte	12	
	Das Stäblein	2	
	Das Karnießlein	4	
	Das Oberplättlein	2	
Im	Der Frieß	$20\frac{1}{2}$	
	Das Stäblein	2	1
	Das Karnießlein	4	1
			2
Im	Das Plättlein	1	1
	Die Platte	5	3

Das

	Nahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Karnieße.	Das Plättlein	1	1
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	
	Der Viertel-Stab	$4\frac{1}{2}$	3
	Die Platte	$6\frac{3}{4}$	$17\frac{1}{4}$
	Das Plättlein	1	$\frac{1}{4}$
	Der Viertel-Stab	3	2
	Das Plättlein	1	1
	Der Karnieß	6	6
	Das Oberplättlein	$2\frac{1}{4}$	
Corinthisches Gesimse.			
Im Rahmen.	Die Platte	8	
	Das Karnießlein	2	
	Die Platte	12	
	Das Stäblein	2	
	Das Karnießlein	3	
	Die Hohl-Kehle	$1\frac{1}{2}$	
	Das Oberplättlein	2	
Im Karnieße.	Der Frieß	$20\frac{1}{4}$	
	Das Plättlein	1	1
	Das Stäblein	2	
	Das Karnießlein	4	1
			2
	Das Plättlein	1	1
	Die Platte	5	3
	Das Plättlein	1	1
	Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	
	Der Viertel-Stab	$4\frac{1}{2}$	3

Die

Rahmen der Glieder.	Höhen.	Auslauf.
Die Platte	$6\frac{3}{4}$	$15\frac{1}{4}$
Das Stäblein	$1\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$
Das Karnieſlein	3	1
Das Plättlein	1	1
Der Karnieß	6	6
Das Oberplättlein	$2\frac{1}{4}$	

Die 4. Anmerkung.

290. Man hat aber nicht nöthig, ſich an dieſe Geſimſe genau zu binden: ſondern, wer ſelber ein Geſimſe zuſammen zu ſetzen (§. 132), und richtig zu proportioniren gelernet hat (§. 137), der kan verſchiedene Veränderungen vornehmen, nachdem es die Umſtände leiden.

Die 10. Aufgabe.

291. Eine einfache Ecken - Tuerde zu zeichnen.

Auſloſung.

Wenn ihr das Fenſter im Lichten aufge- Tab. XXV.
riſſen habt, ſo Fig. 55.

1. Zieheth auf den Seiten des Reiß-Bretes zwei Theilungs-Linien AB und BC.
2. Wo die Höhe des Fenſters aufhöret, traget auf- und niederwärts aus D in 1. 2. 3. 4. die Höhe der Glieder des Rahmens.
3. Wo aber die Breite des Fenſters aufhöret, da traget eben ſelbige Höhen aus E in

in 1. 2. 3. 4, und abermals aus 1 in 5. 6. 7. 8.

4. Ziehet nach diesen Theilungs-Puncten, mit Hülfe der Reiß-Schiene, Linien, wie die Figur ausweist. So sind die Ecken-Zierden fertig.

Die II. Aufgabe.

Tab.
XXVI.
Fig. 56.

292. Eine doppelte Ecken-Zierde zu zeichnen.

Auflösung.

1. Zeichnet erst, wie vorhin, das Fenster im lichten, und ziehet an den Seiten des Reiß-Bretes, wie gewöhnlich, die Theilungs-Linien AB und BC.
2. Wo die Höhe des Fensters aufhöret, da traaget aus D niederwärts die Höhen der Glieder des Rahmens in 1. 2. 3. 4, und aufwärts die erste Platte zweymal in 1. und 1, und hernach weiter die übrigen Glieder in 2. 3. 4.
3. Wo aber die Breite des Fensters aufhöret, da traaget einwärts, aus E in 1. 2. 3. 4. eben die Höhen der Glieder des Rahmens, ingleichen auswärts, theils aus E in 1. 2. 3. 4, theils aus 1. in 5. 6. 7. 8, wie in der vorigen Aufgabe (. 2 . 1).
4. Ziehet aus diesen Theilungs-Linien nach der Reiß-Schiene gerade Linien, welche die verlangte doppelte Ecken-Zierde formiren.

Die

Die 4. Erklärung.

293. Ein Geländer-Fenster ist ein Fenster mit einem Balcon oder Trompeter-Gängelein, damit die Trompeter unter der Tafel darauf blasen können.

Der 1. Zusatz.

294. Ein Fenster mit einem Balcon schicket sich nur an Palläste und Gebäude großer Herrn, und muß bis an den Boden wie eine Thür offen seyn.

Der 2. Zusatz.

295. Weil an den Gebäuden nichts angehängtes soll zu sehen seyn (§. 75); so soll der Balcon einen festen Grund haben, oder auf freystehenden Säulen ruhen, und nicht leicht auf Krag-Steine gesetzt werden (§. 80).

Der 3. Zusatz.

296. Und da das Fenster seines gleichen an dem Gebäude nicht hat; so soll es in die Mitte kommen, auch mehr als die übrigen gezieret werden. Ja man kan es auch breiter und höher machen, als die andern Fenster (§. 26, 27).

Der 4. Zusatz.

297. Damit der Regen abrinnen kan, so muß der Boden des Balcons etwas, wiewol unvermerckt, abhängig gemacht werden (§. 15).

(Wolfs Mathes. Tom. I.) Sf An

Anmerkung.

298. Das Gesimse des Balcon-Fensters kan von Pilasters getragen werden, weil es nach Proportion des Fensters grösser ist, als die Gesimse der übrigen. In das Giebel-Feld, oder wenn man kein Fronton hat, auf das Gesimse, pfleget man das Wappen, ingleichen Statuen zu setzen. Auch kan das Fenster, weil es breit ist, oben mit einem Bogen geschlossen werden (§. 285): und um diesen Bogen, welcher nicht gar zu niedrig seyn soll, wird es höher gemacht, als die Fenster zur Seiten. Und dann lästet sich seine Verzierung aus der Einrichtung der Arcaden (§. 190 seqq.) nehmen.

Die 5. Erklärung.

299. Die Thür ist eine Eröffnung in der Mauer, wodurch man in das Gebäude, oder in dessen Zimmer und Gemächer gehen kan.

Der 1. Zusatz.

300. Derwegen muß keine Thür unter einer rechten Manns-Höhe, und also nicht unter 6' seyn.

Der 2. Zusatz.

301. Weil man aber im Durchgehen zur Seiten nicht anstoßen soll (§. 17), und der Mensch in seiner Kleidung nicht völlig halb so breit als lang ist; so reimet sich am besten für die Breite zur Länge der Thür die Proportion wie 1 zu 2 (§. 23, 25).

Die 1. Anmerkung.

302. Es läst sich für die Thüren überhaupt keine
beters

determinirte Breite vorschreiben, weil die Größe des Baues, die Beschaffenheit des Bau-Herrn und die Dinge, welche man ein- und auszutragen hat, viele Veränderungen geben. Doch pflegt man die Haupt-Thüren in kleinen Gebäuden wenigstens 4, bis $4\frac{1}{2}$; in mittelmäßigen 5' bis 6'; in gar großen 7' bis 8' breit zu machen. Hingegen die Gemach-Thüren sind in kleinen Häusern 3, $3\frac{1}{2}$, $3\frac{3}{4}$ bis 4', in mittelmäßigen 4' bis $4\frac{1}{2}$; in großen nicht leicht über 5' bis 6' breit. Endlich die Breite der Kirch-Thüren ist 5' bis 8'; eines Stadt-Thores wenigstens 10'; eines Thorweges 9', an sehr großen Gebäuden 10' bis 12'. Weil die Thür im Lichten oben den Fenstern im Lichten gleich kommen muß; so giebt sich die Höhe von selbst, und die Breite wird gefunden, wenn man sie halbiret (§. 301). Jedoch muß man die vorgeschriebenen Breiten vor Augen haben, damit, wenn sie auf solche Art zu klein gefunden würde, die Einrichtung der Fenster verändert wird.

Der 3. Zusatz.

303. Damit man bequem durchgehen kan (§. 17); so sollen die Thüren eine viereckichte Figur haben, und nur in Thoren und Thorwegen, um ihrer Breite willen, jene zwar mit einem halben Circul, dieser aber mit einem Bogen der 16 Zoll hoch ist, geschlossen werden (§. 15).

Die 2. Anmerkung.

304. Die Höhe ist in Thoren $\frac{1}{4}$ von der Breite, in Thorwegen $13\frac{1}{2}$ Schuh bis an den Bogen.

Der 4. Zusatz.

305. Damit der Eingang nicht unbequem falle, so soll man die Thür-Schwellen entweder gar weglassen, oder höchstens nicht über einen Zoll hoch machen.

Die 3. Anmerkung.

306. Die Thüren werden völlig so, wie die Fenster verzieret, außer daß man vor Thoren und Thors wegen Arcaden (§. 193), vor Kirchen, Haus- und Saal-Thüren Colonnaten machen kan (§. 173 & seqq.).

Der II. Lehrsatz.

307. Die Haus-Thür soll mitten an das Gebäude gelegt werden, und zu beyden Seiten sollen in gleicher Weite gleich viel Fenster von ihr abstehen. Von den Ecken stehen die Fenster weiter weg, als von einander: von der Thür aber können sie weiter und weniger abstehen.

Beweis.

Es ist alles klar aus der Eurythmie (§. 26, 27).

Der 12. Lehrsatz.

308. Wenn die Fenster mit Frontons geziert werden, so müssen dreyeckichte und runde zu beyden Seiten auf einerley Art abwechseln. Eben diese Abwechselung muß mit den Ecken-Zierden in acht genommen werden.

Be

Beweis.

Es ist abermals aus der Eurythmie klar (§. 26, 27).

Der 13. Lehrsatz.

309. Wenn neben der Haupt-Thür noch andere Neben-Thüren, entweder in das Gebäude selbst, oder nur in darunter angelegte Gewölber gemacht werden, so ist die Haupt-Thür die größte und kommt in die Mitten: die andern werden zu beyden Seiten in gleicher Größe und in gleicher Weite von der Haupt-Thür gelegt.

Beweis.

Es ist abermals aus der Eurythmie klar (§. 26, 17).

Der 14. Lehrsatz.

310. Die Brust-Lehne oder die Maure von dem Boden des Gemaches bis an das Fenster im lichten, muß nicht über drey Schuh hoch seyn.

Beweis.

Man muß das Fenster so einrichten, daß man bequem daran liegen und hinaus sehen kan (§. 280). Nun lehret aber die Erfahrung, daß man bequemer lieget, wenn man den Leib etwas krümmen muß, als wenn man sich fast aufgerichtet auflehnet. Derowegen muß das Fenster im lichten

nicht weiter von dem Boden wegsenn, als daß man den Leib noch etwas krümmen muß, wenn man sich in dasselbe legen und hinaus sehen will, und also niemals über, sondern vielmehr immer etwas unter drey Schuh (§. 17). W. 3. E. W.

Der 1. Zusatz.

311. Damit nun die Fenster in dem untersten Stockwerke auf der Gasse nicht zu niedrig stehen, so müssen entweder inwendig die Gemächer etwas erhöht werden, so, daß man vor ihre Thüren einige Stufen legt; oder (welches besser ist, indem es dem Hause ein prächtiges Ansehen giebt, und die Verdrießlichkeit des Steigens aufhebet, wenn man aus einem Gemache in das andere gehen will), man soll vielmehr vor der Haus-Thüre eine Treppe von etlichen Stufen anlegen.

Anmerkung.

312. Dadurch erhält man zugleich, daß die Keller erhaben werden.

Der 2. Zusatz.

313. Ja, wenn man in den Fenstern bequem liegen soll, so muß die Maure vor ihnen viel dünner seyn, als die zwischen ihnen ist, zumal, da hierdurch auch eine unnöthige Last weggenommen wird, wodurch sonst der Bogen über dem untern Fenster beschweret würde (§. 284, 285).

Die

Die 12. Aufgabe.

314. Eine Maure zu übertünchen.

Auflösung.

1. Wenn die Maure recht ausgetrocknet ist, so bewerfet sie zu dreyen unterschiedenen malen mit Mörtel.
2. Wenn das Bewerfen getrocknet ist; so überziehet sie mit zärterem Mörtel, welcher aus Kalk und zärterem Sande, als der erstere ist zubereitet worden, oder mit Gyps, gleichfalls zu drey unterschiedenen malen.

Beweis.

Die Maure muß erst getrocknet seyn, ehe man den Tünch aufträgt, ingleichen muß man ihn nicht ganz auf einmal auftragen. Denn sonst trocknet die Maure erst, wenn der Tünch schon trocken worden ist, und der Tünch trocknet oben eher als unten. Dannenhero muß er im erstern Falle entweder springen, oder sich gar abschälen, im andern Falle hin und wieder Rissen bekommen: welches beydes der Dauerhaftigkeit des Gebäudes zu wieder ist (§. 6, 15).

Zusatz.

315. Weil die übertünchten Mauren nicht allein besser aussehen, sondern auch mehr Licht zurücke werfen, und von aussen durch den Regen und die Feuchtigkeit der Luft nicht so leicht Schaden nehmen; so sol-

len alle Mauren nicht allein von innen, sondern auch von außen übertünchet werden.

Die 1. Anmerkung.

316. Es wird der Tünch überaus sauber und so hellglänzend, daß man sich in ihm bespiegeln kan, wenn man gestoßenen Marmel unter den Kalk nimt.

Die 2. Anmerkung.

317. *Vitruvius* (lib. 7. c. 2) merket an, es diene sehr zur Festigkeit des Tünches, wenn man den Kalk wohl erbeizen, und, nachdem man den Sand darunter gerühret hat, mit großem Fleiße durcharbeiten läffet.

Die 3. Anmerkung.

318. Wenn die Leimernen Wände den Tünch wohl halten sollen, so müssen sie zuerst berohret werden.

Die 4. Anmerkung.

319. Wollt ihr in den Tünch etwas mahlen, so muß es geschehen, weil er noch naß ist, alsdenn wird das Gemählde sehr beständig, und gehet nicht eher aus, bis der Tünch zerbrochen wird. In einem solchen Gemählde aber muß man nichts ändern, wenn es einmal trocken worden ist; sonst giebt es einen Fleck.

Die 6. Erklärung.

320. Wenn man eine Maure mit ordentlich gehauenen Steinen überkleidet, so nennet man es Bäurisch Werck (*opus rusticum*).

Zusatz.

221. Weil das Bäurische Werck die Mauren sehr dauerhaft macht, so wird es abson-

absonderlich an Gebäuden gebraucht, die eine Stärke vor andern zeigen sollen, als an Stadt-Thoren, an dem untersten Stockwerke der Gebäude auf dem Lande u. s. w.

Die 1. Anmerkung.

322. *Serlius* (lib. 4. c. 5. f. m. 15) hat angewiesen, wie die Steine auf verschiedene Art zum Baurischen Werke gehauen werden.

Die 2. Anmerkung.

323. Man pflegt auch wol in dem untern Stocke großer Stadt-Gebäude einen Länch von Mörtel in gestalt des Baurischen Werks aufzutragen, und ihn dunkel anzustreichen.

Die 13. Aufgabe.

324. Aus der gegebenen Höhe des Fensters, der Höhe der Brust-Lehne und der Höhe und Dicke des Bogens, womit das Fenster überwölbet worden ist, die Höhe des Gemaches zu finden.

Auflösung

Weil die Höhe des Gemaches aus der Höhe der Brust-Lehne, der Höhe des Fensters und der Höhe und Dicke des Bogens über dem Fenster bestehet; so dürfet ihr diese gegebenen Theile von der Höhe des Gemaches nur addiren, wenn ihr dieselbe zu wissen verlanget (§. 36. *Arithm.*).

Zusatz.

325. Die Höhe des Fensters entspringet aus seiner Breite (§. 281, 282): die Höhe
F f 5
der

der Brust-Lehne ist allezeit unter 3 Schuh (§. 310): endlich die Höhe des Bogens und seine Dicke kan man nach Erforderung der Umstände willkührlich einrichten. Derowegen kan man aus der gegebenen Fenster-Breite die ganze Eintheilung der Aussicht des Gebäudes nehmen.

Anmerkung.

326. Weil die Höhen der Fenster und der Brust-Lehne meistens ihre abgemessene Größe haben; so muß man bey Erwehlung der Höhe und Dicke des Bogens nicht allein auf die Stärke der Wiederlage, welche man zwischen zwey Fenstern haben kan, sondern auch absonderlich mit darauf sehen, daß die Höhe des Fensters und der Thür zu der Höhe des Gemaches eine geschickte Proportion erhalte. Scamozzi recommendiret nicht ohne Grund die Proportion für die Höhe des Fensters zu der Höhe des Gemaches wie 4 zu 7, und für die Höhe der Thür zu der Höhe des Gemaches wie 2 zu 3 (§. 25).

Der 15. Lehrsatz.

327. Die Figur der Zimmer muß ein rechtwinklichtes Vier-Eck seyn.

Beweis.

Man hat in den Zimmern oder Gemächern Tische, Bäncke, Betten, Schräncke und andere dergleichen Dinge zu setzen. Damit nun dieses füglich geschehen könne, so muß ihre Figur ein rechtwinklichtes Vier-Eck seyn (§. 17).

Anmer:

Anmerkung.

328. Es komt noch eine andere Raison dazu, weil nemlich der Platz des Gebäudes ein rechtwinklichtes Vier-Eck ist, indem sonst die Gebäude nicht wohl neben einander aufgeführt, noch auch bequem eingetheilet werden können, daß nicht hin und wieder allerhand zum Theil finstere Winkel überbleiben solten: ein solcher Platz aber sich am süglichsten wiederum in rechtwinklichte Vier-Ecke eintheilen läßt.

Zusatz.

229. Damit die Länge des Gemaches zu der Breite eine geschickte Verhältniß habe, so machet sie entweder wie 1 zu 1, das ist ein völliges Quadrat, oder wie 2 zu 3, oder wie 1 zu 2, in großen Sälen wie 1 zu 3 (§. 21).

Anmerkung.

330. Weil man nach Erforderung der Umstände in Kleinigkeiten von diesen Verhältnissen abweichen darf (§. 22): so kan man ohne Tadel etwas darüber und darunter nehmen. Blondell (*Cours d'Architecture* part. 3. c. 8. f. 266, 268), hat noch andere Verhältnisse angegeben, nemlich wie 3 zu 4, und 3 zu 5, wie 4 zu 5, wie 4 zu 7, wie 8 zu 9. Was aus Noth geschiehet, davon redet man nicht in Wissenschaften. Denn die Nothwendigkeit hat keine Regel. Regeln finden statt, wo man etwas auf verschiedene Art machen kan.

Der 16. Lehrsatz.

331. Die Zimmer sollen weder allzu hoch, noch allzu niedrig seyn.

Beweis.

Denn allzu hohe Zimmer sind im Winter
sehr

schwehr zu heißen, und also dem Beutel beschwehrlich, wo das Holz theuer ist. Allzu niedrige Zimmer werden ungesund befunden, weil sich die Ausdünstungen aus den Körpern der Menschen und anderer in ihnen sich befindlichen Sachen nicht genug zertheilen können.

Die 1. Anmerkung.

332. Es findet also gegenwärtiger Lehrsatz von den hohen Zimmern nicht statt, wo man auf die Kosten zu heißen nicht zu sehen hat. Doch kan in einem Falle noch eine andere Ursache dazukommen. Wenn nemlich das Zimmer gegen Mittag lieget, und ist hoch, so wird es im Sommer unerträglich warm, weil durch die hohen und folglich auch breiten Fenster die Sonnen-Strahlen häufig hinein fallen.

Die 2. Anmerkung.

333. Weil die Höhe des Gemaches aus geschickter Anlegung und Proportionirung der Fenster und Thüren sich leicht giebt (§ 324, 326); und durch das ganze Stockwerk einerley Höhe und Tiefe oder Länge der Gemächer erhalten werden muß; so hat man sich um Proportionirung der Höhe eines Gemaches zu seiner Länge und Breite nicht sonderlich zu bekümmern. Und siehet man nur meistens in dem mittlern, als dem Haupt-Zimmer darauf. In bürgerlichen Gebäuden soll kein Haupt-Zimmer höher als 14, noch niedriger als 10 Fuß seyn. Blondell (Cours d'Architect part. 3 e. 6. f. 269.) sezet in den kleinsten Gebäuden die Höhe jedes Stockwerkes wenigstens $8\frac{1}{2}$ bis 9 Schuh. In Quadrat-Zimmern giebt er der Höhe die Seiten des Gemaches, das ist, er macht dieselbe der Länge und Breite gleich.

gleich. Wenn die Breite 1, die Länge $\frac{1}{4}$ ist, so macht er die Höhe $1\frac{1}{8}$. Wenn die Breite 1, die Länge $1\frac{1}{2}$ ist; so macht er die Höhe $1\frac{1}{4}$. Wenn die Breite 1, die Länge $1\frac{3}{4}$ ist; so macht er die Höhe $1\frac{3}{8}$. Wenn die Breite 1, die Länge 2 ist; so macht er die Höhe $1\frac{1}{2}$. *Palladius* giebt noch andere Regeln, und sucht die Höhe aus der Länge und Breite auf eine geometrische Art zu determiniren.

Der 17. Lehrsatz.

334. Stuben und Kammern soll man dielen; Säle und Vor-Gemächer aber pflastern, oder mit einem Aestriche versehen.

Beweis.

Zum dielen nimt man Bretter, zum pflastern Ziegeln oder Steine. Weil nun die Ziegeln oder Steine kälter werden, als das Holz, so reimet sich in Stuben und Kammern kein Pflaster, maßen man in Kammern öfters mit bloßen Füßen auf den Boden tritt, in Stuben die Füße auch, wenn es eingeheizet ist, auf dem kalten Pflaster kalt bleiben. Weil man auf die Säle und in die Vor-Gemächer weder barfuß kommt, noch auf und in denselben im Winter sitzt; so kan man an diesen Orten wegen seiner Dauerhaftigkeit ein Pflaster machen. Da die Aestriche eben so kalt werden, wie die Pflaster, so werden sie gleichfalls aus den
Stu.

Stuben und Kammern in die Vor-Gemächer und Säle verwiesen. W. Z. E. W.

Der 1. Zusatz.

335. Weil das tannene Holz fein gerade bleibt (§. 38); so schickt es sich zum Dielen recht wohl

Der 2. Zusatz.

336. Damit aber zwischen den Dielen nicht Risen werden, so muß das Holz wohl ausgetrocknet seyn (§. 41).

Der 3. Zusatz.

337. Die Ziegeln zum Pflaster können viel dünner und breiter, als die Mauer-Ziegeln gemacht werden: jedoch, wo viel gegangen wird, nicht gar zu dünne, damit sie sich nicht bald austreten. Man sollte sie dazu recht feste machen (§. 50) und wol ein paar mal brennen.

Der 18. Lehrsatz.

338. Von den Regulären Figuren schieden sich nur zum Pflaster das gleichzeitige Drey-Eck, das Quadrat und das Sechs-Eck.

Beweis.

Die Winkel der zusammenstoßenden Figuren müssen einen Circul füllen, wenn man pflastern will. Nun füllen sechs Winkel des Drey-Eckes, vier des Quadrats und drey des Sechs-Eckes einen Circul, keine Winkel aber einer andern regulären Figur

zur können einen Circul füllen, wenn sie etliche mal genommen werden (*J. 131 Geom.*). Derowegen kan man von den regulären Figuren nur das Drey-Eck, das Quadrat und das Sechs-Eck zum pflastern brauchen. W. Z. E. W.

Anmerkung.

339. Man kan wol andere verschiedene Figuren Tab.XXV. zusammen legen, daß sie ein Pflaster formiren: Fig. 57. allein es ist nicht nöthig, daß man sich darüber viel den Kopf zerbreche, weil allein aus zweyfärbigen Quadraten mit leichter Mühe unzählig viel angenehme Arten der Pflaster können gemacht werden, wie *Truchet* in den *Memoires de l'Academie Royale des Sciences* A. 1704. p. m. 483. & seqq. angewiesen hat. Es kan es ein jeder selbst versuchen, wenn er die Lage eines, zweyer und mehrerer solcher Quadrate auf so vielerley Art verändert, als möglich ist. Denn ein einiges Quadrat, welches durch die Diagonal-Linie in zween Theile von verschiedener Farbe getheilet wird, läßt sich auf vielerley Art legen, und daraus nimmit man Anlaß zu der Lage zweyer und mehrerer.

Die 14. Aufgabe.

340. Einen Aestrich auf den Erdboden zu schlagen.

Auflösung.

1. Stampfet die Erde wohl ein, und machet sie eben.
2. Ueberschüttet sie mit Kiesel-Steinen, oder andern kleinen Steinen.
3. Dar-

3. Darüber machet einen Guß von Kalck und kleinen Steinlein, oder zerstoßenen Steinen, dergestalt, daß, wenn die Steine frisch sind, zu drey Theilen ein Theil Kalck; wenn sie aber von alten Mauren kommen, zu fünf Theilen zween Theile Kalck genommen werden.
4. Diesen Guß lasset mit der größten Gewalt so lange schlagen, bis er recht dichte wird, und 9 Zoll dicke bleibt.
5. Endlich ziehet darüber eine Haut von zerstoßenen Scherben mit 4 Theilen Kalck vermischet. - So ist nach *Vitruvii* Angeben (lib. 7. c. 1.) der Aestrich fertig.

Anderß.

Vitruvius beschreibet (lib. 7. c. 4.) noch eine besondere Art der Aestriche, welche die Griechen in ihren Winter-Gemächern bequem befunden haben.

1. Machet vor allen Dingen, wie vorhin, die Erde feste und eben, und darauf den Unterzug von Mörtel oder Kütte, welcher in der Mitten etwas erhaben ist, und von den Seiten abhängig gegen dahin gemachte Canäle.
2. Streuet über diesen ersten Guß Kohlen und stampfet sie wohl ein.
3. Vermischet Sand, Kalck und Asche in Wasser mit einander, und gießet davon

davon den andern Fuß einen halben Schuh hoch, der recht eben geschlagen wird.

4. Schleifet ihn oben mit einem Beh. Steine ab. So bekommt ihr einen Aestrich, welcher sehr wohl aussiehet, nicht kalt ist, die Feuchtigkeiten und das vergossene Wasser und Getränke an sich ziehet. Vid. Riviz Comment. in Vitruv. f. m. 439.

Die 15. Aufgabe.

341. Einen Aestrich auf eine Decke zu schlagen.

Auflösung.

1. Machet die Decke von doppelten Brettern: leget die obern quer über die untern, und nagelt sie mit starcken Nägeln an die Balken an, daß sie sich nicht winden. Man nimt aber Bretter von Buchen, oder in Ermangelung derselben dünne eichene Bretter.
2. Damit der Kalk das Holz nicht beschädige, so überstreuet die Decke mit Heferlinge, Farren-Kraut oder andern dergleichen Materien.
3. Das übrige machet, wie in der vorhergehenden Aufgabe (§. 340).

Anmerkung.

342. Ihr könnet die Aestriche, daß sie besser aussehen, und sich eher reinigen lassen, mit einer Oelfarbe anstreichen.

(Wolfs Mathes. Tom. I.) 59 Die

Die 16. Aufgabe.

343. Einen Aestrich auf eine Decke unter freyem Himmel zu machen.

Auflösung.

1. Macher alles, wie in der vorhergehenden Aufgabe (§. 341).
2. Ueber den Guß macht ein Pflaster etwas abhängig gegen die Seiten, damit das Wasser abfließen kan, und verschmieret die Fugen mit einem guten Rütt.

Die 17. Aufgabe.

344. Einen guten Rütt zu bereiten, damit die Steine in einem Pflaster unter freyem Himmel recht stark verküttet werden.

Auflösung.

1. Löschet Kalk in Del-Häfen oder anderm schlechten Dele ab, und rühret ihn zu einem Brey.
2. Mischet darein rein gestoßenes Glas, Marmel-Stein und Feil-Staub von Eisen, der mit einem Steine auf einer harten z. E. eisernen Platte wohl geschlagen worden.

So ist geschehen, was man verlangte.

Anmerkung.

345. Die Güte dieses Stein-Rüttet rühmet *Rivius* in seinen *Commentariis* über den *Vitruvium* (lib. 7. c. 1. f. m. 426). Anstatt des Marmels kan man

man auch Ziegeln zu Mehle stoßen und es durchsieben.

Die 18. Aufgabe.

346. Die Steine dauerhaft zu ölträncken.

Auflösung.

1. Lasset die Steine in dem heissesten Sommer von der Sonne recht erhitzt werden.
2. Zerlasset Wachs, Terpentin und ein wenig Harz in einem eisernen Tiegel, und wenn es anfängt zu siedern, so
3. Träncket damit den erhitzten Stein, so viel er verschlucken mag.

So ist geschehen, was man verlangte.

Anmerkung.

347. Durch diese Öl-Tränkung, welche *Rivius* in dem angezogenen Orte angiebt, kan man ein für alle mal in allen Fällen die Steine wider die Feuchtigkeit verwahren, daß man nicht nöthig hat, das Pflaster von neuem alle Jahr zu ölträncken: wie *Vitruvius* (lib. 7. c. 1.) verlangt.

Die 7. Erklärung.

348. Wenn eine Decke über einem Zimmer in geometrische Figuren eingetheilet wird, welche man mit erhabenen Rahmen einfasset, so heisset es eine Felder-Decke.

Die 19. Aufgabe.

349. Eine hölzerne Felder-Decke zu machen.

Auflösung.

1. Leget die Balken dergestalt über das Zimmer, daß keiner über eine Eröffnung komt (§. 75), maßen sie dadurch mit der Zeit Schaden nehmen kan.
2. Nagelt an die Balken wohl ausgetrocknete und glatt gehobelte Bretter, damit ihr eine platte Decke bekomt.

Tab.XXV
Fig. 58.

3. Theilet sie nach den Regeln der Eurythmie (§. 26) in Felder. Nämlich mitten muß ein großes Feld gemacht werden, welches in seiner Länge und Breite nach der Länge und Breite des Zimmers proportioniret ist. Z. E. Wenn das Zimmer ein Quadrat ist, so ist das mittlere Feld gleichfalls ein Quadrat, oder Circul, oder ein Sechs-Eck, u. s. w. Ist in der Figur des Zimmers eine Seite grösser, als die andere; so muß auch in dem mittlern Felde die Länge grösser als die Breite seyn. Z. E. Es muß eine Elliptische Figur oder ein rechtwinklichtes Vier-Eck, oder eine aus Bogen und geraden Linien zusammen gesetzte Figur seyn. An die Ecken, und unterweilen mitten an den Seiten, müssen andere kleinere Felder angeordnet werden, dergestalt, daß diejenigen einander gleichen, welche in der Decke einander entgegen stehen.

4. Da,

4. Damit die Felder sich wohl zusammen schicken, so setzet die Neben-Felder aus solchen Linien zusammen, welche sich nach den Linien des Haupt-Feldes richten. Wenn nemlich das Haupt-Feld einen erhabenen Bogen hat, so muß das Neben-Feld einen ausgehöhlten ihm entgegen kehren. Sind die Linien im Haupt-Felde zurücke gezogen; so ziehet man sie im Neben-Felde heraus: sind sie aber in jenem heraus geführt, so ziehet man sie in diesem zurücke, u. s. w. Eben dieses versteht sich von den Ecken-Feldern und Neben-Feldern in der mitten der Seiten. Die Ecken-Felder aber werden gegen die Ecken des Zimmers mit zwei auf einander perpendicular stehenden geraden Linien geschlossen in den rechtwinclichten Zimmern; in andern bekommen sie den Winckel oder die Rundung des Zimmers.
5. Fasset die Felder mit Rahmen ein, welche ihr nach gut befinden aus den Gliedern einer Ordnung zusammen gesetzt habt.
6. Führet unten in der Decke um das ganze Zimmer ein Gesimse.
7. Endlich streichet die Decke mit einem guten Firniß an.

Die 20. Aufgabe.

350. Eine Felder-Decke von Gyps zu machen.

Gg 3

Auf

Auflösung.

1. Leget , wie in der vorhergehenden Aufgabe, Balken über das Zimmer.
2. Nagelt an die Balken Latten so nahe an einander, als möglich ist.
3. Berohret die Latten dergestalt, daß ihr jedes Rohr mit einem ausgeglüeten Draht an etlichen Orten umschlinget und annagelt. Denn solchergestalt wird das Rohr theils an seiner Stelle befestiget, daß es nicht daraus weichen kan, theils auch durch den Draht mit dem Rohre zur Seiten verbunden.
4. Endlich traget den Gyps auf, und
5. Theilet die platte Decke durch Gyps-Rahmen in ihre Felder, wie zuvor (S. 349).

Anders.

1. Stecket den Raum zwischen den Balken mit gespaltenem Holze aus.
2. Ueberkleibet die Decke mit Leimen, worunter viel Stroh getreten worden.
3. Stecket hin und wieder, indem sie noch naß ist, kleine eckichte Stücke Ziegeln darein.
4. Wenn die Decke getrocknet ist, so traget den Gyps auf, und
5. Theilet sie durch Gyps-Rahmen, wie vorhin, in ihre Felder.

Anmer:

Anmerkung.

351. In die Felder gehören Gemählde. Damit sie dauerhaft sind, müssen sie in den Gyps gemahlet werden, weil er noch naß ist, eben wie in den Lünch (§. 319); welches die Italiäner *al fresco* mahlen nennen.

Die 8. Erklärung.

352. Eine Decke, welche nach einem Circul oder elliptischen Bogen aus Ziegeln oder gehauenen Steinen gemauret wird, nennen wir ein Gewölbe.

Anmerkung.

353. Die krumme Linie, welche *Serlius* (lib 1.c. 1.) als eine ganz besondere angewiesen hat, ist in der That die Ellipsis des Appollonii. Eben dergleichen sind die verdruckten und verbürsteten Circul bey dem Hartmann (f. 6, 7.). Beydes wird in der Abg. erwiesen.

Die 9. Erklärung.

354. Ein Tonnen-Gewölbe ist, welches ganz nach einem Bogen fortgeführt wird, und ein Stück von einem ausgehöhlten Cylinder vorstellet.

Zusatz.

355. Ein Tonnen-Gewölbe schickt sich über einen langen Gang, und über das Schiff einer Kirche.

Die 10. Erklärung.

356. Ein Kreuz-Gewölbe ist, welches nach vier Bogen aufgeführt wird, welche einander mitten in E durchkreuzen.

Tab.
XXVII.
Fig. 59.

Die 11. Erklärung.

Tab. 357. Wenn in dem Creuz-Gewölbe
XXVII. mitten ein viereckichtes Feld EFHG übrig
Fig. 60. bleibt, so nennet man es ein Mulden-Gewölbe.

Die 12. Erklärung.

Tab. 358. Bleibet aber mitten ein Circul
XXVII. EFGH übrig, so heisset es ein Spiegel-Gewölbe.
Fig. 61.

Anmerkung.

359. Die Steine zu den Gewölbern werden auf besondere Art zugehauen. Und haben die Franzosen eine geometrische Manier erfunden, solches vor allerley Arten der Gewölber zu verrichten. Es verdienet hier von d. s. Herren des *Argues* kunstrichtige und probmäßige Zeichnung zum Steinschneiden in der Baukunst, und *Dechales* Tractatus de Lapidum sectione zu Ende des andern Theils seines *Mundi Mathematici* f. 619. & seqq. gelesen zu werden.

Die 13. Erklärung.

360. Weil das Gewölbe über den Eröffnungen nicht aufliegen kan, so müssen sie von neuem überwölbet werden, und solches nennet man Ohren, die Gewölber aber, welche Ohren haben, heisset man Ohren-Gewölbe.

Die 21. Aufgabe.

361. Ein Gewölbe aufzurichten.

Auf:

Auflösung.

1. Machet von Brettern etliche Leer-Bogen, und verbindet sie so feste, als es die Last des aufzuführenden Gewölbes erfordert.
2. Richtet sie auf den Mauern und Pfeilern, worauf das Gewölbe ruhen soll, in der Länge eines Bretes von einander auf, und unterkeilet sie, damit man sie etwas niederlassen kan, wenn das Gewölbe im trocknen sich setzet.
3. Ueberschlaget sie mit Brettern, und überleget sie mit Ziegeln an den Orten, wo vertiefte Felder in das Gewölbe kommen sollen.
4. Setzet auf den Brettern über den Leer-Bogen aus besonders dazu gehauenen Steinen das Gewölbe zusammen, oder mauret es aus festen Ziegeln auf, etwan in der Dicke dreier Ziegeln: wiewol, da das Gewölbe immer stärker treibet, je näher es der Wiederlage komt, das ist der Maure darauf es ruhet; so wird es von dem Schluß-Steine an, gegen die Wiederlage zu, immer um etwas stärker gemacht.

Der 19. Lehrsatz.

362. Die Gewölber müssen eine starke Wiederlage haben, das ist, auf starken Mauern und Pfeilern ruhen.

Beweis.

Die Steine, woraus die Gewölber (S. 359) zusammen gesetzt werden, sind unten schmal, oben breit wie die Keile: oder man kan sie zum wenigsten ansehen, als wenn sie aus keilförmigen Steinen bestünden. Da sie nun vermöge ihrer Schwebre, nach perpendicular-Linien gegen den Horizont zu nieder drucken, und doch nicht durchfallen können, so treiben sie nichts anders als Keile nach der Seite. Derowegen müssen die Mauern und Pfeiler, worauf sie ruhen, ihnen genug Widerstand thun können, und folglich starck oder dicke seyn. W. Z. E. W.

Anmerkung.

363. Man hat aus der Erfahrung angemerckt, daß die Gewölber um so viel gewaltiger treiben, je gedruckter der Bogen ist, und folglich auch eine um so viel stärkere Wiederlage erfordern.

De la Hire hat sich bemühet, in den *Memoires de l' Acad. Roy. des Scienc. A. 1712. p. m. 61.* zu zeigen, wie man nach geometrischer Gewißheit die Stärke der Wiederlage vor ein jedes gegebenes Gewölbe könne finden. Insgemein schreibet man folgende Regel vor.

Tab.
XXVII.
Fig. 62.

1. Theilet den Bogen ACDB in drey gleiche Theile.
2. Verlängert die Sehne des dritten Theils DB bis in E, und machet BE derselben gleich.
3. Richtet auf AB einen Perpendicular auf, und
4. Lasset von E auf BG einen Perpendicular EF fallen.

So

So ist EF die Dicke der Wiederlage, oder die Dicke der Mauer worauf der gewölbte Bogen ruhen soll.

Ihr könnet aber die Größe der Linie EF auf dem verjüngten Maasß-Stabe finden, wenn ihr die Linie AB von demselben aufgetragen, und den Radius des Bogens ACDB abgenommen habt.

Der 20. Lehrsatz.

365. In eine Kammer gehöret wenigstens ein Fenster; in eine Stube gehören zwey; in eine sehr große Stube und einen kleinen Saal drey; in einen großen Saal fünf; wenn nemlich das Gemach nur von einer Seite Fenster hat.

Beweis.

Weil man in das Gebäude anders kein Licht bringen kan, als durch die Fenster, so muß man wenigstens ein Fenster in einer Kammer haben.

Vor eine Stube aber erfordert man zwey Fenster, und, wenn sie groß ist, drey, nicht allein, weil man dadurch die Stuben geräumig genug bekommt; sondern auch, weil man sie bey dergleichen Umständen nach den Regeln der Eurythmie meubliren kan. Denn 3. E. in eine Stube gehöret ein Spiegel, und derselbe muß an die Seite gesetzt werden, wo die Fenster sind, damit das Licht auf das Gesicht fällt, wenn man sich im Spiegel besehen will. Wenn man
nun

nun zwey Fenster hat, so kan man den Spiegel zwischen sie, und unter ihn einen Tisch mit Gueridons setzen. Sind drey Fenster, so kan man diese Zierrathen verdoppeln. Derowegen schicken sich zwey und auf das höchste drey Fenster vor eine Stube.

Ein großer Saal muß mehr als drey Fenster haben, weil er zu dunkel seyn würde, wenn die Fenster zu weit von einander gelegt würden; hingegen der Raum zu enge werden, wenn sie nahe bey einander blieben. Man erwahlet aber eine ungleiche Zahl der Fenster um der Eurythmie willen, damit man ein Mittel hat, wornach man die Seiten reguliren kan (§. 26, 27). Derowegen muß ein großer Saal fünf Fenster haben.

Die I. Anmerkung.

365. Es ist keinesweges zu besorgen, daß solchhergestalt die Zimmer in kleinen Gebäuden eben so groß heraus kommen würden, als wie in großen. Denn die Breite des Fensters richtet sich nach der Größe des Gebäudes (§. 281), und die Breite des Pfeilers zwischen zwey Fenstern nach der Breite des Fensters (§. 285, 363). Derowegen nehmen zwey Fenster in einem großen Gebäude mit ihren Pfeilern mehr Raum ein, als in kleinen, u. s. w.

Der I. Zusatz.

366. Es müssen aber, vermöge der Eurythmie, nicht allein die Fenster von den Scheide-Mauern gleich weit abstehen; sondern ihr Abstand von den Scheide-Mauern

ren muß auch gegen ihren Abstand von einander eine geschickte Verhältniß haben (§. 26, 27).

Die 2. Anmerkung.

367. Es sey z. E. die Breite des Fensters 4', die Breite des Pfeilers zwischen zwey Fenstern 3'; wenn die Scheide-Maure einen Schuh dicke wird, so kan in jedem Zimmer das Fenster 1' von der Scheider-Wand wegstehen.

Der 2. Zusatz.

368. Aus der Zahl der Fenster in einem Hause kan man also urtheilen, wie viel und wie vielerley Zimmer sich in dasselbe bringen lassen.

Der 3. Zusatz.

369. Aus der Breite der Fenster kan man solchergestalt die ganze Eintheilung des Gebäudes hernehmen.

Die 3. Anmerkung.

370. Aus der Breite des Fensters entsprünget seine Höhe und ihr Abstand von einander (§. 281, 282, 363). Hieraus kan man ferner die Höhe des Zimmers (§. 326) und seine Breite (§. 364, 366), folglich auch seine Länge (§. 329, 330), wie nicht weniger die Zahl und Arten der Zimmer (§. 368) herleiten.

Die 4. Anmerkung.

371. Wie viel, und was vor Arten der Zimmer in einem Gebäude anzulegen sind, ingleichen, wie sie hinter und neben einander gelegt werden sollen, muß man aus besondern Umständen hauptsächlich aus den Absichten des Bau-Herrn determiniren.

Der

Der 21. Lehrsatz.

372. Die Zimmer müssen eine Communication mit einander haben, deren Gebrauch eine Verknüpfung mit einander hat.

Beweis.

Der Grund dieser Regel ist die Bequemlichkeit (§ 7, 17). Z. E. die Studier-Stube legt man an das Schlaf-Gemach, daß man aus diesem bald in jene kommen kan.

Der 22. Lehrsatz.

373. Der Gebrauch des einen Zimmers soll nicht im geringsten den Gebrauch des andern hindern.

Beweis.

Auch dieses erfordert die Bequemlichkeit (§. 7, 17). Z. E. Es schickt sich nicht, die Kinder-Stube bey der Studier-Stube: weil das Schreyen und Lermen der Kinder das Studiren hindert.

Der 23. Lehrsatz.

374. Jedes Zimmer muß an den Ort gelegt werden, wo man am meisten Vortheile, hingegen am wenigsten Hinderung vor den Gebrauch desselben findet.

Beweis.

Auch dieses will die Bequemlichkeit haben (§. 7, 17). Z. E. Wenn das Haus
von

von hinten zu gegen Morgen liegt, hingegen von vorne auf einer Gasse, da den ganzen Tag über viel Gehens und Fahrens ist; so legt man die Studier-Stube lieber hinten aus, weil das helle Morgen-Licht zum Studieren angenehm, und die Stille im Hofe demselben gleichfalls zuträglich, hingegen das Poltern auf der Straßen hinderlich ist.

Anmerkung.

375. Derowegen, wenn ein Bau-Meister sich bey Anlegung eines Gebäudes in diesen Puncten recht klug aufführen will; so muß er die Beschaffenheit der Verrichtungen, welche der Bau-Herr in den verlangten Zimmern will vorgenommen wissen, auf das genaueste überlegen; dabey fleißig nach allen Umständen forschen, welche sich auf einige Weise in dem Gebäude und um das Gebäude ereignen können, und so wohl die Verrichtungen gegen einander selbst als auch gegen die angemerckten Umstände halten. Dann wird er bald sehen, welche Verrichtungen einander stöhren, und welche Umstände sie entweder hindern, oder ihnen beförderlich sind: und hiers aus ferner urtheilen, an welchen Ort des Gebäudes jedes Zimmer am füglichsten geleyet werde, und wie eines auf das andere folgen solle. Absonderlich muß er auch seine Sorgfalt in Anlegung der heimlichen Gemächer erweisen, damit sie durch ihren übeln Geruch nirgends beschwehrlich fallen, und man dennoch bequem zu ihnen kommen kan. Die besondern Regeln gehören in die besondere Bau-Kunst von den verschiedenen Arten der Gebäude, wovon Sturm verschiedenes heraus zu geben, sich hat angelegen seyn lassen.

Die

Die 22. Aufgabe.

376. Den Gestanck von den heimlichen Gemächern zu verhindern.

Auflösung.

Der Gestanck komt nicht allein von dem Unflath her, welcher unten auf dem Grunde lieget; sondern auch großen theils, und in verschiedenen Fällen fast allein von dem, was sich eben anhänget. Derowegen

1. Machet den Sitz so weit, daß man ihn weder mit dem Urin bespritzen, noch von dem übrigen Unflath sich etwas anhängen kan.
2. Lasset unten der Luft einen freyen Gang, da sie durchstreichen kan; ja wenn es anders nicht geschehen kan, so führet innerhalb der Mauren Luft = Röhren aus dem Secrete auf.

So werdet ihr verhindern, daß die heimlichen Gemächer nicht stincken. W. Z. E. W.

Beweis.

Wenn der Sitz des Secretes besprizet wird, oder auch sonst sich was anhänget; so trocknet es aus, und die Dünste steigen oben in die Luft. Davon komt ein Gestanck. Machet ihr nun den Sitz so weit, daß sich weder etwas anhängen, noch er irgendwo von dem Urin besprizet werden kan: so habt ihr verhindert, daß dieser Gestanck entstehet.

Wie

Wiederum, wenn die Luft unten frey durchstreichen kan, so führet sie die Dünste, welche aus dem Unflath von unten aufsteigen, und einen Gestand verursachen, mit sich weg. Derowegen kan auch von unten kein Gestand aufsteigen. Solchergestalt habt ihr den Gestand des Secrets verhindert.
W. J. E. W.

Anmerkung.

377. Goldmann (lib. 3. c. 2 f. 114) heisset, einen Schacht oder viereckichte Grube graben, wo man Quell-Wasser oder Regen-Wasser zum Ausspühlen durchführet: versichert dabey aus der Erfahrung, daß der Unflath sich darinnen verzehre, und keinen Gestand gebe. Ergiebt in angezogenem Orte auch an, wie man den Unflath durch gewölbte Gänge in das fließende Wasser, nach dem Exempel der Römer, abführen könne: allein dieses dürfte wol den meisten zu kostbar vorkommen. Wiewol es auch ziemlich kostbar ist, wo man den Unflath in Gruben unter der Erde durch viele Jahre sammler, und in Winterszeit über die Gasse in das fließende Wasser bey nächtlicher Weile führen lässet.

Die 23. Aufgabe.

378. Einen Camin zu bauen.

Auflösung.

1. Machet die Breite im Lichten AB zu der Höhe BD wie 3 zu 2, oder auch wie 4 zu 3, zu der Tiefe aber wie 2 zu 1. Es kommt aber die Breite in kleinen Gemächern 3, in großen 5, in Schlafkammern 4, in kleinen Sälen $5\frac{1}{2}$, in großen 6 Schuh.

(Wolfs Mathes. Tom. 1.) Sh 2. Ma-

Tab.
XXVII.
Fig. 63.

2. Machet hinten an der Maure unweit von dem Heerte ein Luft-Loch, welches ihr nach Gefallen eröffnen und verschliessen könnet, damit das Feuer einen freyen Zufluß von der äusseren Luft habe.
3. Machet ferner oben an dem Schlunde des Rauchfanges ein eisernes Blech, durch welches ihr ihn verschliessen könnet, so bald die Flamme verlöschet.
4. Verkleidet ihn auf die Art, wie die Fenster und Thüren (§. 289) nach dem Modul aus $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$ oder $\frac{1}{8}$ der Breite im lichten, und lasset über dem Gesimse an dem Schlunde ein Feld zu einem Gemähle: oben aber an der Decke machet ein neues Gesimse.

So ist geschehen, was man verlangte.

Beweis.

Den Camin erbauet man, um bey kaltem Wetter es in der Stube warm zu machen. Derowegen hat man auf zweyerley zu sehen: einmal, daß der Rauch nicht in die Stube trete; darnach, daß die Kälte von aussen nicht hinein dringe. Um des erstern willen macht man den Camin im lichten nicht hoch, damit der aufsteigende Rauch völlig in den Schlund der Feuer-Maure fahre. Und eben aus der Absicht bringet man das Luft-Loch an. Denn, wenn das Feuer wohl brennen und nicht rauchen soll, so muß es einen Zufluß von der Luft haben, wel-

welche den Rauch in die Höhe treibt. Es dienet aber auch, die äussere Kälte von der Stube abzuhalten. Denn, wenn die Luft aus der Stube den Rauch zur Feuer-Maure hinaus treiben soll, so dringet in deren Stelle die äussere Kälte durch die Schlüssel-Löcher und Ritzen zwischen den Fenster-Rahmen hinein. Damit aber die kalte Luft durch das Luft-Loch nicht ins Zimmer komme, wenn das Feuer ausgebrannt ist, so muß man es verschliessen können. Aus gleichmäßigen Ursachen müßet ihr den Schlund verschliessen können. Solchergestalt ist das Haupt-Werck bey Anlegung des Camines in acht genommen worden. W. J. E. W.

Die 1. Anmerkung.

379 Man machet an die Camine nicht allzu weitläufige Gesimse, damit sie nicht durch überflüssige Zierrathen ohne Noth beschwehret werden.

Die 2. Anmerkung.

380. Um der Festigkeit willen soll der Camine einen festen Grund bis auf den Boden haben, weil die Feuer-Maure eine ziemliche Last hat: welches leicht zu erhalten ist, wenn die Camine in verschiedenen Stockwercken übereinander gesetzt werden.

Die 3. Anmerkung.

381. Weil die Camine nicht starck heißen; so bedienen wir uns in unsern Ländern der Rachel-Desfen: wiewol jene einen Vorzug vor diesen darinnen haben, daß sie die Luft in dem Gemache von Ausdünstungen reinigen, indem sie zugleich mit dem Rauch

che durch die Feuer:Maure geführt werden, da hingegen in den Stuben, worinnen die Ausdünstungen den ganzen Winter über bleiben, die Luft übel: riechend und ungesund wird, sonderlich, wenn sie nicht recht hoch, und viel Personen darinnen sind.

Die 4. Anmerkung.

382. Es haben auch schon viele gezeigt, daß unsere gewöhnlichen Rachel:Oefen dasjenige nicht leisten, was sie solten, und dannenhero auf verschiedene Verbesserungen gedacht. Was sonst zerstreuet von dieser Materie anzutreffen gewesen ist, hat Herr Sturm in seiner ersten Ausübung der Goldmannischen Bau:Kunst in der vierten Anmerkung f. 76. & seqq. zusammen getragen, und Herr Leutmann hat es noch weiter ausgeführt in seinem so genannten Vulcano famulante. Wir wollen mit wenigem, nach unserer Art, dasjenige an die Hand geben, welches man zu bedenken hat, wenn man auf einen vollkommenen Ofen finnen wolte. Man hat aber hauptsächlich darauf zu sehen, daß in einem Ofen die verbrennliche Materie völlig aufgelöst werde, die Hitze aber, so viel möglich, alle und zwar schnell durch die ganze Stube dringe, und an statt der dunstigen Luft reine in das Zimmer gebracht werde.

Die 5. Anmerkung.

383. Daß dieses bey unsern gemeinen Rachel:Oefen nicht geschehe, lehret die Erfahrung. Denn in der Asche bleiben öfters viele Kohlen zurücke, und mit dem Rauche gehet der Ruß hinaus, welcher sich in dem Schornsteine anhänget, und fast wie Schwefel brennet. Wenn man einheizet, so gehet eine geraume Zeit hin, ehe der Ofen warm wird, und noch mehr, ehe die Wärme in das Zimmer kommt.

Mit

Mit dem Rauche gehet der größte Theil der Wärme zum Ofen-Loche hinaus, wie man empfindet, wenn man die Hand davor hält. Und wenn bey dem Ofen schon eine unerträgliche Hitze ist, so spüret man bey den Fenstern, sonderlich in großen Zimmern, noch gar keine Wärme. Daher werden sie gar unvollkommen zu erklären seyn, wenn wir erwiesen haben, daß die erfordernten Vollkommenheiten eines Ofens möglich sind.

Die 24. Aufgabe.

384. Wie es zu machen sey, daß bald viel Wärme in das Zimmer dringe.

Auflösung.

1. Setzet hinten in den Ofen einen erhabenen Krost mit einem Geländer von eisernen Stangen auf drey Seiten, aber so enge, daß nichts als die Asche durchfallen kan. Er wird aber am füglichsten aus dreyeckichten eisernen Stäben gemacht, welche dergestalt gelegt werden, daß die eine Schneide in die Höhe kommt.
2. Machet den obern Theil des Ofens viel höher, aber auch enger, als den untern.
3. Stellet das Holz beynahe aufgerichtet auf den Krost, und leget den angezündeten Kien gleichfalls bey nahe aufgerichtet darunter.
4. Endlich machet dem Rauche in der Höhe des Ofens einen Gang, wodurch er zu einem

einem besondern Loche in dem Schlund der Feuer-Maure geleitet werden kan. So wird die Hitze viel geschwinder als sonst in die Stube dringen: welches man zuwege bringen sollte.

Beweis.

Denn, weil das Holz auf einem erhabenen Roste lieget, so kan die Luft frey zu streichen, und wird folglich im Brennen nicht gehindert, sondern vielmehr, wie die Erfahrung lehret, befördert. Weil ferner das Holz fast aufgerichtet lieget, so wird es bald auf einmal über und über in Flamme gebracht. Derowegen, da nicht allein geschwinde eine große Flamme gemacht, sondern sie auch in ihrem Wesen unverändert erhalten wird; so muß in dem Ofen bald eine große Wärme entstehen. Wenn nun die Wärme in den engen Theil des Ofens aufsteiget, und daselbst eingeschlossen wird, daß sie nicht recht Freyheit hat, sich auszubreiten; so dringet sie desto geschwinder hindurch, und weil der Rauch durch einen Gang oben in dem Ofen fort getrieben wird, so dringet sie zugleich durch ihn in das Zimmer. Derowegen kommt bald viel Wärme in die Stube. W. J. E. W.

Zusatz.

385. Weil durch den Rost nichts als die Asche fallen kan; so verhindert man zugleich, daß

daß die Kohlen in ihr ersticken, und also verbrennliche Materie in dem Ofen unaufgelöst bleibe.

Die 1. Anmerkung.

386. Die ganze Auflösung kan bey unsern gewöhnlichen Rachel-Ofen mit einer ganz geringen Veränderung angebracht werden.

Die 2. Anmerkung.

387. Es scheint glaublich, daß, wenn das Holz recht trocken ist, und auf einmal in eine starke Flamme gebracht, ingleichen in derselben erhalten wird, nicht so viel verbrennliche Materie mit dem Rauche in den Schornstein fahre, weil die Hestigkeit der Flamme solche noch in dem Ofen auflöst: wie denn auch nicht so dicker Rauch beständig hinaus fähret. Man hat auch diesen Vortheil dabey, daß das nasse Holz gut brennet, da es sonst nur glimmt und rauchet. Das ganz trockene lodert fast gar zu geschwinde hinweg.

Die 3. Anmerkung.

388. Es soll aber in keinem Falle die Luft zu Unterhaltung der Flamme aus dem Zimmer, sondern stets von aussen in den Ofen geleitet werden. Denn sonst dringet durch die Ritzen der Fenster und Thüren und durch die Schlüssel-Löcher so viel kalte Luft in die Stube wieder hinein, als durch den Ofen mit dem Rauche von der warmen hinaus gehet. Daher kommt es, daß die so genannten eisernen Wind-Ofen dem Zimmer keine daurende Wärme geben, wo man nicht der äußern Luft einen freyen Zugang in dieselben vergönnet. In keinem Ofen muß man das ganze Ofen-Koch offen lassen, sondern nur ein Thärlein an der großen Thüre, das mit sich die Luft geschwinder hinein beweget, und das Feuer aufbläset

Die 25. Aufgabe.

389. Wie es zu machen sey, daß die Wärme, so viel möglich, alle in das Zimmer komme, und nicht in solcher Menge mit dem Rauche zum Ofen hinaus fahre.

Auflösung.

Weil der Rauch sich durch alle krumme Gänge leiten läßt, die Hitze aber flüchtig ist; so darf man nur den Rauch durch verschiedene Röhren führen, ehe er hinaus kommen kan. Denn solchergestalt wird er in den Röhren seiner Wärme beraubt, und sie dringer durch die Röhren in die Stube. Es soll auch der Ofen auf allen Seiten, ausser wo das Ofen-Loch ist, frey, auch unten nicht aufstehen, und der Boden eine nicht allzu dicke Platte haben.

Die 26. Aufgabe.

Tab.
XXVII.
Fig. 67.

390. Wie es zu machen sey, daß die Luft im Zimmer geschwinde erheizet werde, und die Wärme bald durch das ganze Zimmer dringe, auch die dunstige Luft hinaus getrieben und frische hinein gebracht werde.

Auflösung.

Machet innerhalb den Ofen zu beyden Seiten eine Röhre ABCD von eisernen Bleche,

Bleche, deren beyde Eröffnungen in die Stube gehen, oder eine viel lieber in der Stube, die andere von aussen ist: in welchem Falle man die Röhre nach gefallen muß verschliessen, und eröffnen können, und der Ofen von innen durch eine Eröffnung Luft zu dem Feuer bekommen muß.

Beweis.

Wenn die Flamme an der Röhre BC hinauf schlägt, so erwärmet sie die Luft, und jagt sie (wie aus der Erfahrung bekant ist), durch A in die Stube heraus. Die kältere Luft fährt aus der Röhre CD in die andere BC, und in deren Stelle tritt durch die Eröffnung D andere kalte Luft aus der Stube. Solchergestalt circuliret die Luft in der Stube durch das Feuer und wird erwärmet. Solglich wird die Luft im Zimmer geschwinde erheizet, und die Wärme durch das ganze Zimmer gebracht. In dem andern Falle fährt die äussere kalte Luft durch die Röhre in die Stube, und wird im Durchgange erwärmet: da sie nun wegen ihrer Wärme in die Höhe steigt, so jagt sie die untere dunstige aus der Stube in den Ofen, und durch den Ofen in die Feuer-Maure mit dem Rauche hinaus. W. Z. E. W.

Die 27. Aufgabe.

391. Mit einem Ofen zwey Zimmer zu heizen.

Hh 5

Auf.

Auflösung.

Machet aus dem Zimmer, wo der Ofen steht, zwei Eröffnungen in das andere, welches zugleich mit geheizet werden soll; nemlich eine über oder neben den Ofen, (nachdem die Zimmer entweder über oder neben einander sind); die andere gleich darüber in einer merklichen Weite. So wird die Wärme aus dem einen Zimmer in das andere empfindlich dringen.

Beweis.

Indem die Luft bey dem Ofen erwärmet wird, so dehnet sie sich aus, und tritt dannenhero in das andere Zimmer. Wenn nun zuviel hinein tritt, so gehet von der Luft aus dem kalten Zimmer wiederum durch die andere Eröffnung ein Theil in das warme Zimmer. Und solchergestalt circuliret die Luft aus einem Zimmer in das andere: folglich zertheilet sich die Wärme durch beyde Zimmer. W. J. E. W.

Die I. Anmerkung.

392. Es betrügen sich diejenigen gar sehr, welche durch eine einige kleine Eröffnung die Wärme aus dem einem Zimmer in das andere bringen wollen, weil die kalte Luft im Zimmer nirgends hin weichen kan, und also den Zufluß der warmen hindert. Und lehret auch die Erfahrung zur Genüge, daß solches nicht angehet. Denn die Wärme ist in dem obern Gemache kaum zu spüren, wenn sie in dem untern fast unleidlich ist.

Die

Die 2. Anmerkung.

393. Wenn man ein kleines Zimmer neben einem großen zugleich heißen wolte, so dürfte man nur durch eine Röhre den Rauch in einen kleinen eisernen Ofen in dem kleinen Gemache abführen.

Die 28. Aufgabe.

394. Einen Heert zu bauen.

Auflösung.

1. Damit man nicht müde wird, wenn man auf den Heert langen soll; so machet ihn nicht über $2\frac{1}{2}$ Schuh hoch.
2. Weil er groß oder klein seyn muß, nachdem man viel oder wenig zu kochen und zu braten hat: so machet ihn in gemeinen Gebäuden 3 bis 4, in großen 5 bis 6 Schuhe breit, und in jenen $4\frac{1}{2}$, höchstens 6; in diesen 6, höchstens 8 Schuhe lang.
3. Damit man von allen Seiten ungehindert dazu kommen und das Feuer überall brauchen kan; so lasset in nur auf einer Seite anstehen: wo er aber anstehet, führet eine Brand = Maure auf, damit das Feuer keinen Schaden thun kan.
4. Endlich, damit der Heert immer rein kan gehalten werden, und von den übrigen Funcken kein Schaden zu besorgen sey; so machet innerhalb dem Heerte ein Aschen =

Afchen-Loch, welches ihr mit einem eisernen Bleche verschliessen könnet.

Anmerkung.

395. Es ist klar genug, daß die wenigste Wärme auf unsern Heerten genuzet, und, weil die Hitze nur von einer Seite in den Topf dringet, das Wasser langsam zum kochen gebracht wird. Derowegen wäre billig, daß man auf eine andere Art der Heerte dächte, da die Wärme besser genuzet würde. Wir finden von dergleichen Gedanken etwas in Böcklers haushältischen Ofen-Kunst; welches auch Herr Sturm in den Anmerkungen über Goldmanns Bau-Kunst L. 85, 86 anführet.

Die 29. Aufgabe.

396. Einen Potagen Heert zu bauen.

Auflösung.

1. Machet in dem Einschnitte des Fensters unten ein Afchen-Loch ohne Thürlein, damit die Luft zustreichen kan.
2. Darüber leget einen eisernen Rost vor die Kohlen, welchen man mit einem eisernen Thürlein verschliessen kan, und zwar aus solchen eisernen Stäben, wie oben bey den Ofen gedacht worden ist (S. 384).
3. Endlich machet oben noch einen andern Rost, worauf ihr kochen könnt. Es bekommt aber der ganze Heert die Weite eines Quadrat-Schuhes.

So ist geschehen, was man verlangte.

Die

Die 14. Erklärung.

397. Die Treppe wird in dem Gebäude genennet, worauf man aus einem Stockwerke in das andere kommen kan.

Der 1. Zusatz.

398. Daher soll die Haupt-Treppe bald in die Augen fallen, wenn man in das Gebäude kommt, damit man sie nicht lange suchen darf (§. 7, 17).

Der 2. Zusatz.

399. Ingleichen soll sie von unten bis auf den Boden in einem fortgehen (§§. cit.).

Der 3. Zusatz.

400. Und damit die in den untern Stockwerken von denen nicht incommodiret werden, welche die obern bewohnen, auch die Vor-Gemächer nicht unbrauchbar gemacht werden, und ein jeder das ihm zugehörige wohl verschließen kan; so soll die Treppe durch kein Vor-Gemach durchgeföhret werden.

Der 4. Zusatz.

401. Jedoch muß man auch darauf sehen, daß durch die Treppe nicht die Eurythmie der Seite des Gebäudes gegen den Hof gehindert werde (§. 27).

Der 5. Zusatz.

402. Damit die, welche die Treppe steigen,

gen, sich darauf wohl zurechte finden; so soll sie durch lebendiges Licht so hell, als nur immer möglich ist, erleuchtet werden: und damit sie nicht geblendet werden, so müssen alle Theile mit gleichem Lichte erleuchtet werden.

Der 6. Zusatz.

403. Damit man die Treppe bequem steigen kan, so müssen die Stufen weder zu hoch, noch zu niedrig seyn, nemlich 6'', wenigstens 4'', höchstens 6½ bis 7''.

Der 7. Zusatz.

404. Wenn man feste auf der Treppe stehen und die Spitzen an den Schuhen nicht zerstoßen, auch nicht mit den Schienbeinen an die obere Stufe anstoßen soll; so muß die Stufe wenigstens einen Fuß breit gemacht, und vornen abgerundet werden.

Der 8. Zusatz.

405. Nachdem viele oder wenige zugleich hinauf und hernieder steigen, muß die Breite der Treppe oder die Länge der Stufen groß oder klein gemacht werden. Insgemein machet man sie so groß, daß zwei einander darauf ausweichen können, und also in bürgerlichen Gebäuden nicht unter 4' und nicht über 6', ja in den geringsten Gebäuden nicht unter 3½, in großen bis 9'.

Der

Der 9. Zusatz.

406. Endlich, damit ihr die Treppe besser erleuchten, die Sachen, welche ihr hinauf zu tragen habt, bequemer hinauf bringen und nicht so gefährlich fallen, auch der Treppe ein herrlicheres Ansehen geben könnet; so sollt ihr je nach 6 oder 9, höchstens nach 11 oder 13 Stufen einen Ruhe-Platz in das gebierte machen.

Der 10. Zusatz.

407. Wenn man die Höhe des Stockwercks in Fulle bringet, und durch die Höhe der Stufe dividiret, so bekommt man die Zahl der Stufen.

Die 1. Anmerkung.

408. Als denn nimt man die Höhe des Stockwercks mit einer gehobelten Latte und theilet sie mit dem Zirkel in so viel gleiche Theile, als Stufen werden sollen, damit die oberste nicht etwan zu hoch oder zu niedrig wird.

Die 2. Anmerkung.

409. Der Zierrath der Stufen ist ein Stäblein, Plättlein und Ablauf. Die Höhe des ersten ist $\frac{1}{3}$, des andern $\frac{1}{6}$, und des dritten $\frac{1}{3}$ der Höhe der Stufe. Die Ausladung des ersten ist $\frac{1}{3}$, des andern $\frac{1}{6}$.

Die 15. Erklärung.

410. Eine Wendel-Treppe wird genennet, welche um eine Spindel rings herum gehet.

Der

Der 1. Zusatz.

411. Weil die Stufen an der Spindel zu schmal, an der Peripherie zu breit sind, so kan man nur mitten auf einer Wendel-Treppe bequem steigen, und große Sachen lassen sich nicht wohl hinauf tragen, weil man sie beständig wenden muß.

Der 2. Zusatz.

412. Wenn man auf einer Stufe fällt, so kugelt man die ganze Treppe herunter.

Der 3. Zusatz.

413. Derowegen soll man Wendel-Treppen nirgends, als in der höchsten Noth brauchen; und ist noch besser, wenn man nur etliche Wendel-Stufen an statt der Ruhe-Plätze braucht, wo man nicht viel Raum hat.

Die 16. Erklärung.

414. Eine Romanische Treppe wird genennet, welche keine Stufen hat.

Zusatz.

415. Weil man die Höhe 5 bis 6 mal zu der Länge nehmen muß, wenn man sie bequem steigen will; so erfordern sie sehr großen Raum, und können derowegen nirgends, als in Pallästen großer Herrn gebraucht werden.

Die 30. Aufgabe.

416. Eine Treppe mit Ruhe-Plätzen zu zeichnen.

Auf:

Auflösung.

Es sey z. E. eine Treppe zu zeichnen, welche
2 Ruhe-Plätze hat, und in dem ersten Flü-
gel-Stufen, in dem andern 5, in dem drit-
ten wiederum 7: die Länge einer Stufe
sey 6'.

Tab.
XXVIII.
Fig. 64.

1. Ziehet auf dem Reiß-Brette gewöhnli-
cher maßen die beyden Linien AB und BD.
2. Traget aus H bis in G die Breite der
Stufen sieben mal, und aus G bis A die
Breite des Ruhe-Platzes 6'.
3. Abermals traget auf der Linie BD aus
C in F die Breite des Ruhe-Platzes 6',
aus F in E die Breite der Stufe 1' fünf
mal, und aus E in D wiederum die Brei-
te des Ruhe-Platzes 6'.
4. Leget die Reiß-Schiene an C, und ziehet
die Linie ah; gleicher gestalt durch F die
Linie fa, durch E die Linie ea, durch D
die Linie da, durch H die Linie hd, und
durch G die Linie gg.
5. Endlich leget die Reiß-Schiene an alle
Theilungen der Linien HG und EF nach
einander; so könnet ihr die Stufen vol-
lens ausziehen. W. Z. E. W.

Die 31. Aufgabe.

417. Eine Wendel-Treppe zu zeichnen.

(Wolfs Mathes. Tom. I.) 31 Auf:

Auflösung.

- Tab. 1. Addiret die halbe Dicke der Spindel zu
XXVIII. der Länge der Stufe.
Fig. 65. 2. Beschreibet mit der Summe einen Circul.
3. Theilet seine Peripherie in so viel gleiche Theile, als ihr Stufen haben sollt. So
4. Könnt ihr aus dem Mittelpuncte des Circuls die Stufen gegen die Theilungspuncte in der Peripherie ziehen.

Die 1. Anmerkung.

418. Man pflegt der Spindel zu ihrer Dicke $\frac{1}{2}$ von dem Radio des Circuls, darein die Wendeltreppe kommt, zu geben.

Die 2. Anmerkung.

419. Unterweilen schließet man auch die Wendeltreppe in einen Oval-Raum ein.

Der 24. Lehrsatz.

420. Die Dächer müssen weder allzu hoch, noch allzu niedrig seyn.

Beweis.

Wenn die Dächer sehr hoch sind, so wird dadurch das Gebäude mit einer unnöthigen Last beschwehret, und bey entstehender Feuers-Noth in grössere Gefahr gesetzt. Da nun beydes der Festigkeit des Gebäudes zuwider ist (§. 6); so muß man die Dächer nicht allzu hoch aufführen (§. 15.). Welches das erstere war.

Hinge-

Hingegen, wenn die Dächer allzuniedrig sind, so bleibt im Winter der Schnee lange darauf liegen, und der Regen kan nicht wohl abfließen; wovon das Dach verfaulet. Da nun dieses abermal mit der Festigkeit des Gebäudes streitet (S. 6); so muß das Dach nicht zuniedrig aufgeführt werden. Welches das andere war.

Anmerkung.

421. Die bequemsten Dächer nach unsern Witterungen sind, deren Durchschnitt entweder ein gleichseitiger Triangel ist, oder ein anderer Triangel, welcher die halbe Grundlinie zu seiner Höhe hat.

Die 32. Aufgabe.

422. Den Durch-Schnitt eines französischen Daches, a la mansarde genannt, zu zeichnen.

Tab.
XXVIII.
Fig. 66.

Auflösung.

1. Auf der schmalen Seite des Gebäudes AE beschreibet einen halben Circul.
2. Theilet denselben in 4 gleiche Theile in B, C, D, nemlich erstlich in zween Theile in C, und dann jede Helfte AC un CE noch einmal in B und D, (S. 124 Geom.).
3. Zieheth die Sehnen AB, BC, CD und DE. So ist der verlangte Durch Schnitt fertig.

Zusatz.

423. Diese Dächer recommendiren sich dadurch, daß sie einen sehr geraumen Boden geben.

Die 17. Erklärung.

424. Ein Pult-Dach wird genennet, welches nur auf einer Seite abhängig ist.

Der 1. Zusatz.

425. Es schickt sich dannenhero ein Pult-Dach auf ein Gebäude, welches an einer höhern Mauer ansethet, und nicht breit ist,

Der 2. Zusatz.

426. Hingegen, wenn ein Gebäude zwischen zwey andern stehet, so muß es auf beyden Seiten abhängig gemacht werden.

Die 18. Erklärung.

427. Ein Zelt-Dach nennet man, welches auf allen vier Seiten abhängig ist.

Zusatz.

428. Es schickt sich also auf freystehende Gebäude, absonderlich welche beynähe auf einen Quadrat-Platz, oder auch auf einen völligen Quadrat-Platz erbauet werden.

Anmerkung.

429. In einem Zelt-Dache steht es gar wohl, wenn man den obern oder auch den untern Theil desselben zu einem Althaus macht, welcher mit einem zierlichen Geländer und gutem Vestrich versehen wird.

Der 25. Lehrsatz.

430. Die Dächer sollen entweder mit Ziegeln, oder mit Kupfer gedeckt werden.

Be:

Beweis.

Man muß die Dächer mit einer Materie decken, welche dem Feuer und Regen widerstehen kan, und das Gebäude nicht zu sehr beschwehret (§. 36). Die Ziegeln aber und das Kupfer sind dergleichen Materie. Derowegen soll man die Dächer mit Ziegeln oder mit Kupfer decken. W. J. E. W.

Die 1. Anmerkung.

431. Die kupfernen Platten werden eben wie das Bleh, das Blech und der Schiefer auf Bretter genagelt, welche vorher an denen Sparren des Daches sind befestiget worden. Hingegen die Ziegeln werden nur auf die Latten gehänget, welche man vorher an die Dach-Sparren genagelt hat.

Die 2. Anmerkung.

432. Es sind insgemein zweyerley Arten der Dach-Ziegeln: das Flach- und Hohl-Werck. Dieses ist zwar in Feuers-Noth besser als jenes, auch dauerhafter im Regen und Schnee; allein allzuschwehr, und dabey kostbahrer als jenes, absonderlich wegen der vielen Speise, welche die Ziegeln fressen.

Die 3. Anmerkung.

433. Es giebt noch eine andere Art Dach-Ziegeln, welche aus Flach- und Hohl-Wercke zugleich bestehen, aber bey den Teutschen nicht bekant sind. Sie beschwehren das Dach weniger als das Hohl-Werck, und können doch, wie dasselbe, mit einander verbunden werden.

Tab.
XXVIII.
Fig. 67

Die 19. Erklärung.

434. Die Fenster, wodurch der Boden erleuchtet wird, werden Kapp-Fenster oder auch Dach-Fenster genennet.

Der 1. Zusatz.

435. Weil die Kapp-Fenster zwischen zwei Sparren kommen, kein Sparren aber über die Fenster des Gebäudes gelegt werden soll; so müssen die Kapp-Fenster über den Fenstern des Gebäudes stehen.

Der 2. Zusatz.

436. Doch, weil der Boden nicht so helle wie die Zimmer erleuchtet werden darf, und über dieses die Kapp-Fenster in der Höhe einen freyen Zufluß des Lichts haben; so dürfen sie nicht so breit seyn, wie die Fenster der Gemächer.

Die 1. Anmerkung.

437. Man giebt der Breite der Kapp-Fenster $\frac{2}{3}$ oder $\frac{1}{2}$ von der Breite der untern Fenster, oben werden sie mit einem halben Circul oder einem Circul-Bogen, oder auch mit $\frac{1}{4}$ oval geschlossen. Zuweilen macht man sie ganz circulrund oder oval, und nennet es Ochsen-Augen.

Der 3. Zusatz.

438. Man muß aber in den Kapp-Fenstern die Eurythmie sorgfältig in acht nehmen (§. 27), und daher auch die in der obern Reihe zwischen die in der untern legen.

Die 2. Anmerkung.

439. Sonst verzieret man sie wie die übrigen Fenster (§. 286), nur, daß man ihr Gesimse nicht so reich von Gliedern machet.

Die

Die 20. Erklärung.

440. Die Feuer-Maure oder der Schornstein ist der Theil des Gebäudes, wodurch man dem Rauch aus der Küche und dem Ofen abführt.

Der 1. Zusatz.

441. Die größte Vollkommenheit einer Feuer-Maure ist, daß sie nicht rauchet, das ist, daß der Rauch nicht aus ihr in die Küche zurücke tritt.

Der 2. Zusatz.

442. Derwegen muß sie unten so weit seyn, daß sie allen von dem Heerte oder aus dem Ofen aufsteigenden Rauch auf einmal fassen kan, und das Feuer muß einen freyen Zufluß der Luft haben.

Der 3. Zusatz.

443. Und, weil man sie von dem Ruß fegen muß, damit er sich nicht entzündet, und sie dadurch in Brand gesteckt wird; so muß sie so weit seyn, daß ein Junge durchkriechen kan.

Der 4. Zusatz.

444. Damit man sie aber desto bequemer durch die Zimmer durchführen kan; so soll sie die Gestalt eines länglichten Vierecks im Durchschnitte haben (§. 17).

Der 5. Zusatz.

445. Weil man durch die Feuer-Mauern die Zimmer nicht schänden muß (§. 18);

so sollen sie, wo dicke Schied-Mauern sind, innerhalb denselben ganz versteckt; in andern Fällen aber innerhalb Camine gebracht werden.

Anmerkung.

446. In dem letztern Falle macht man die Feuer-Mauern zu einer Zierrath der Vorgemächer, und dannenhero thut man der Haupt-Maxime ein Genügen, vermöge welcher erfordert wird, daß man aus dem, was einen Uebel-Stand geben will, einen Wohl-Stand machen soll; welche Maxime von der Schönheit erfordert wird.

Der 6. Zusatz.

447. Um Feuers-Gefahr zu vermeiden, soll billig kein Holz dem Schornsteine nahe kommen: denn wenn sich der Ruß entzündet, und der Schornstein zerspringet, so kan die Flamme bald um sich greifen, wenn Holz in der Nähe vorhanden ist.

Der 26. Lehrsatz.

448. Die Schornsteine müssen über den Forst nach den Regeln der Eurythmie herausgeführt werden.

Beweis.

Wenn der Schornstein niedriger ist, als der Forst, und der Wind bläset über das Dach herüber, so jagt er den Rauch zurücke, und läßt ihn nicht hinaus steigen. Eben dieses geschiehet, wenn er von der Seite, wo die Feuer-Maure steht, starck wider das Dach bläset, indem er zurücke prallet,

prallt, und sich also dem Aufsteigen des Rauches widersezt. Wenn die Sonne scheint, so werden die Dach-Ziegeln sehr warm, und von dieser Wärme dehnet sich die Luft um die Feuer-Maure mehr aus, als über dem Dache. Da sie nun keinen bequemern Raum findet, wo sie hinweichen kan, als den Schornstein; so widersezt sie sich abermals dem aufsteigenden Rauche und treibt ihn zurücke. Derowegen muß in allen diesen Fällen die Feuer-Maure rauchen: Da nun ihre größte Vollkommenheit ist, daß sie nicht rauchet (§. 441); so ist allerdings nöthig, daß sie über den Forst des Hauses hinaus geführet werde. Welches das erstere war.

Da nun aber die Eurythmie überall in acht zu nehmen ist (§. 27); so muß man sie auch hier nicht vergessen. Welches das andere war.

Der 1. Zusatz.

449. Damit aber die Winde sie nicht leicht fassen, und bey entstehendem Sturme gar einwerfen können; so sollen sie sehr nahe an dem Forste heraus geführet, und inwendig unter dem Dache geschleift werden.

Der 2. Zusatz.

450. Wenn ein Gebäude zwischen zwey höhern Gebäuden stehet, so ist schwehlich zu verhüten, daß die Schornsteine zu gewissen Zeiten nicht rauchen si len.

Der 27. Lehrsatz.

451. Es sollen nicht zwei Feuer-Mauern in eine gebracht werden, wenn man nicht mitten einen beständigen Unterscheid hat.

Beweis.

Wenn zwei Feuer-Mauern in eine gebracht werden, und in der einen wird der Rauch stärker hinauf getrieben, als in der andern, so läßt der stärkere den schwächeren nicht hinauf. Und also raucht es, wo weniger gefeuert wird. Da nun aber die größte Vollkommenheit einer Feuer-Mauer ist, daß sie nicht raucht (§. 441); so sollen nicht zwei Feuer-Mauern in eine gebracht werden, wenn man mitten keinen beständigen Unterscheid hat. W. Z. E. W.

Die I. Anmerkung.

452. Wenn die Feuer-Mauer oben weit ist, so pflegt man sie nur in der Mitte mit einer langen Zunge zu versehen: denn wenn der Rauch beyderseits einmal eine Direction bekommen hat, so kan keiner den andern hindern. Doch ist es sicherer, wenn ein beständiger Unterscheid ist.

Zusatz.

453. Weil sich der Rauch durch alle krumme Gänge leiten läßt; so kan man nach Gefallen eine Feuer-Mauer in die andere schleifen.

Die

Die 2. Anmerkung.

454. Dieses hat man insonderheit unter dem Dache öfters nöthig, wenn man die Schornsteine nach den Regeln der Eurythmie an dem Forste heraus führen will (§. 448).

Der 28. Lehrsatz.

455. Die Schornsteine solien auf zwanzig Schuh um einen Zoll erweitert werden.

Beweis.

Denn je höher der Rauch kommt, je mehr nimmt der Trieb ab. Derowegen muß oben die Feuer-Maure immer etwas weiter werden, damit sich der Rauch zertheilen und desto leichter durch die Luft durchfahren kan, wenn die Feuer-Maure nicht rauchen soll. W. Z. E. W.

Anmerkung.

456. Dieses ist eine Haupt-Regel, welche man in Acht nehmen muß, wenn eine Feuer-Maure nicht rauchen soll. Es ist aber vor sich klar, daß die Feuer-Maure weit oder enge werden muß, nachdem man viel oder wenig feuert. Wenigstens aber ist die Breite 10'', die Länge 15'', höchstens 5'.

Die 21. Erklärung.

457. Ein Grund-Riß wird genennet, in welchem die Dicke der Mauren und Schied-Mauren nebst ihren Eröffnungen Thüren und Fenstern, ingleichen den Treppen, und folglich die Einteilung des ganzen Platzes in seine Gemächer vorgestellt wird.

Die

Die 33. Aufgabe.

Tab. 458. Einen Grund-Riß zu einem Gebäude zu machen.
XXVIII. Fig. 68.

Auflösung

1. Spannet das Papier auf das Reiß-Bret (§. 153).
2. Traget aus dem Mittel C der Linie AB beyderseits die halbe Breite der Thür, über dieses die Weite der nächsten Fenster von der Thür, die Breiten der Fenster und ihre Weiten von einander, und von den Ecken, und die Dicke der Schied-Mauern in gehörigen Orten.
3. Hingegen auf AD traget aus dem willkürlich angenommenem Puncte E die Dicke der Mauer, die Länge der Zimmer und die Dicke der Schied-Mauern zu Ende derselben, ingleichen die Breiten der Gemach-Thüren in gehörigem Orte.
4. Wenn ihr nun beyderseits an die Theilungs-Puncte die Reiß-Schiene anleget, und gerade Linien ziehet; so werden ihre Durchschnitte den gehörigen Riß geben.
5. Zeichnet ihr nun noch die Treppe hinein (§. 416, 47), und schattiret den Riß aus, wie es die Figur zeigt; so ist geschehen, was man verlangte.

Die

Die 22. Erklärung.

459. Der Auf-Riß wird derjenige genannt, worinnen die Vorder-Seite des Gebäudes vorgestellt wird mit ihren Fenstern, der Thür, dem Dache und den zugehörigen Gesimsen.

Die 34. Aufgabe.

460. Einen Auf-Riß von einem Gebäude zu machen. Tab. XXX.
Fig. 69.

Auflösung.

1. Spannet das Papier auf das Reiß-Bret, und
2. Traget auf die Linie AB alle die Eintheilungen, welche ihr in der vorhergehenden Aufgabe darauf getragen habt.
3. Hingegen auf die Linie AD traget aus dem willkürlich angenommenen Puncte E die Höhen aller Theile, als der Fenster, der Thür, der Stockwercke u. s. w.
4. Ziehet durch die Theilungs-Puncte bey der Linien AB und AD gerade Linien nach der Reiß-Schiene:

So geben sich die vornehmsten Theile des Risses. Wenn ihr nun

5. Die Fenster und Thüren mit ihren Gesimsen anfangs im Großen zeichnet (S. 291, 292), und die großen Risse vor euch leget; so
6. Könnet ihr nach den Regeln der Zeichenkunst auch die gehörigen Gesimse in den Auf-Riß zeichnen.

Die

Die 1. Anmerkung.

461. Man macht unterweilen auch einen Durchschnitt, welcher das Gebäude vorstellet, wie es erscheinen würde, wenn man die vordere Mauer oder Wand wegriße. Allein hiervon achte ich unnöthig zu reden, weil er den Anfängern et was schwehr fällt.

Die 2. Anmerkung.

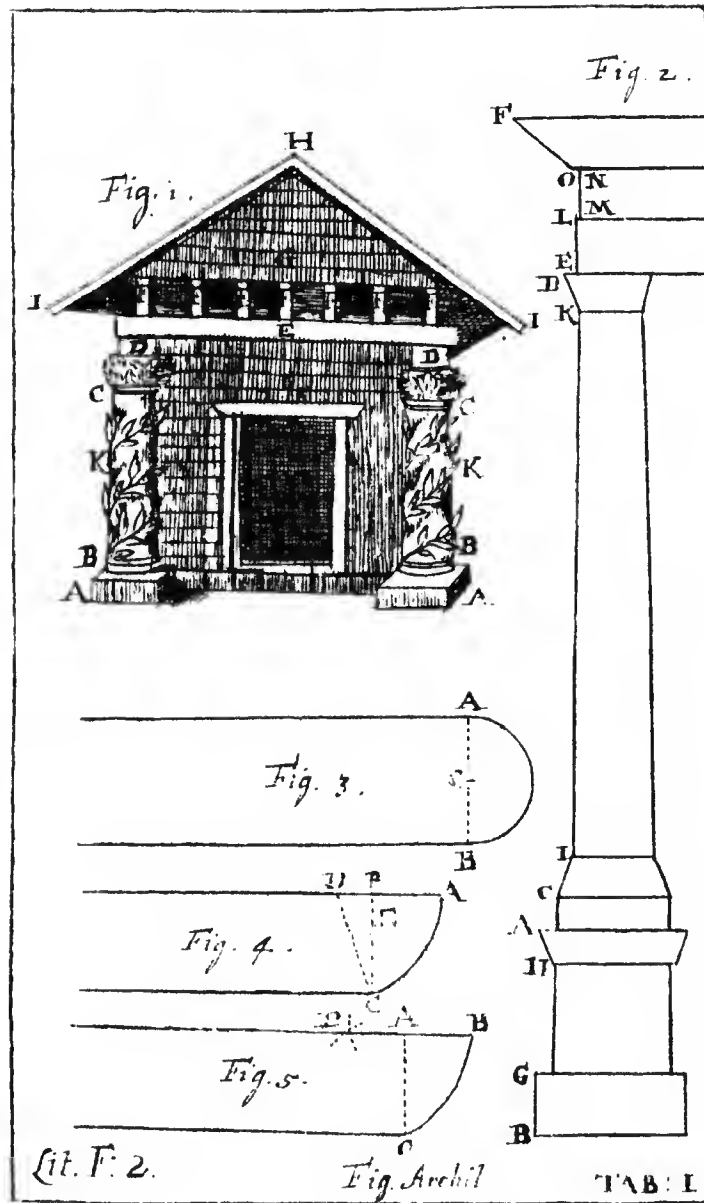
462. Endlich können auch perspectivische Risse gemacht werden, welche das Gebäude vorstellen, wie es von aussen in einer gewissen Weite und Höhe des Auges in die Augen fällt. Von diesen Rissen handelt *Andreas Pozzo* in der *Mahler- und Baus Meister-Perspectiv*. Der Grund davon ist unten in der *Perspectiv* zu finden.

© M D C

der

Bau-Kunst und des ganzen
ersten Theils.





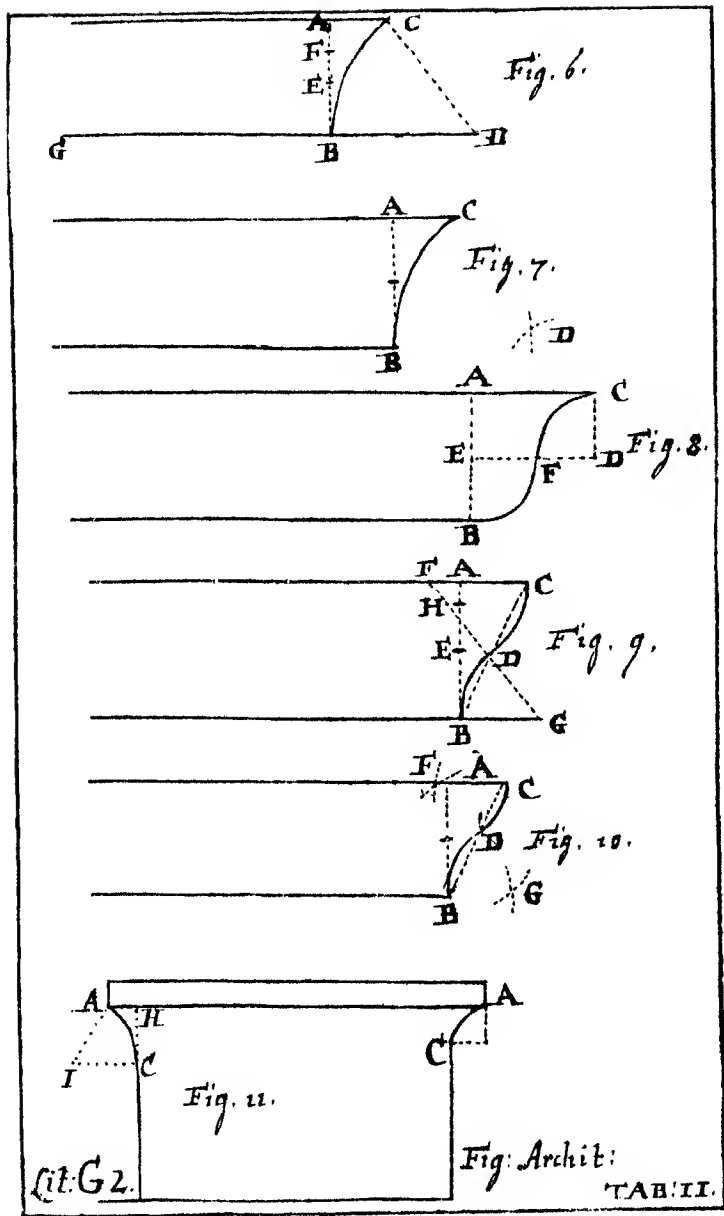


Fig. 12.

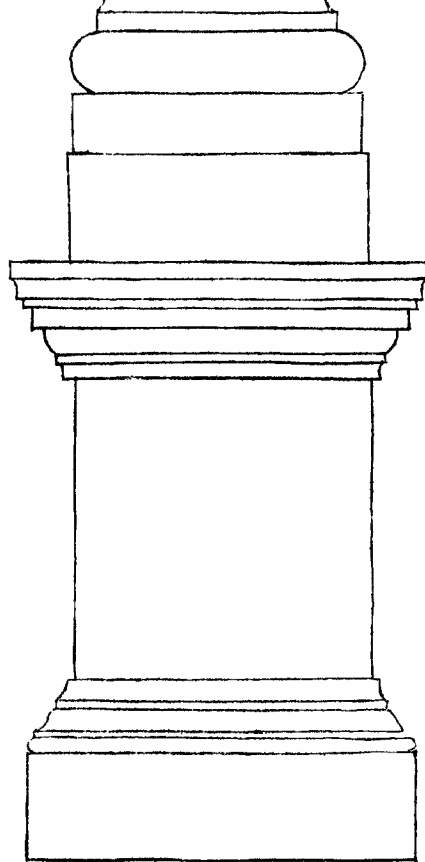


Fig. Arch: Tab. III

Lib. H 2.

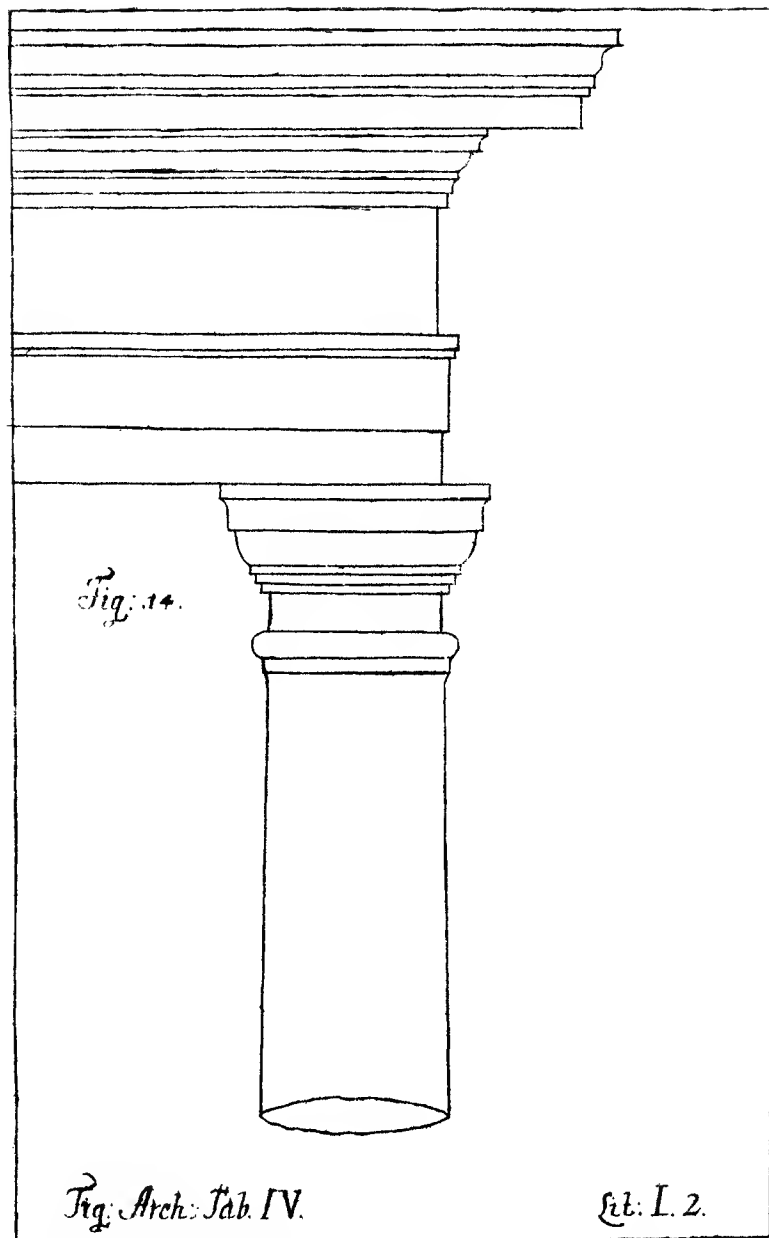
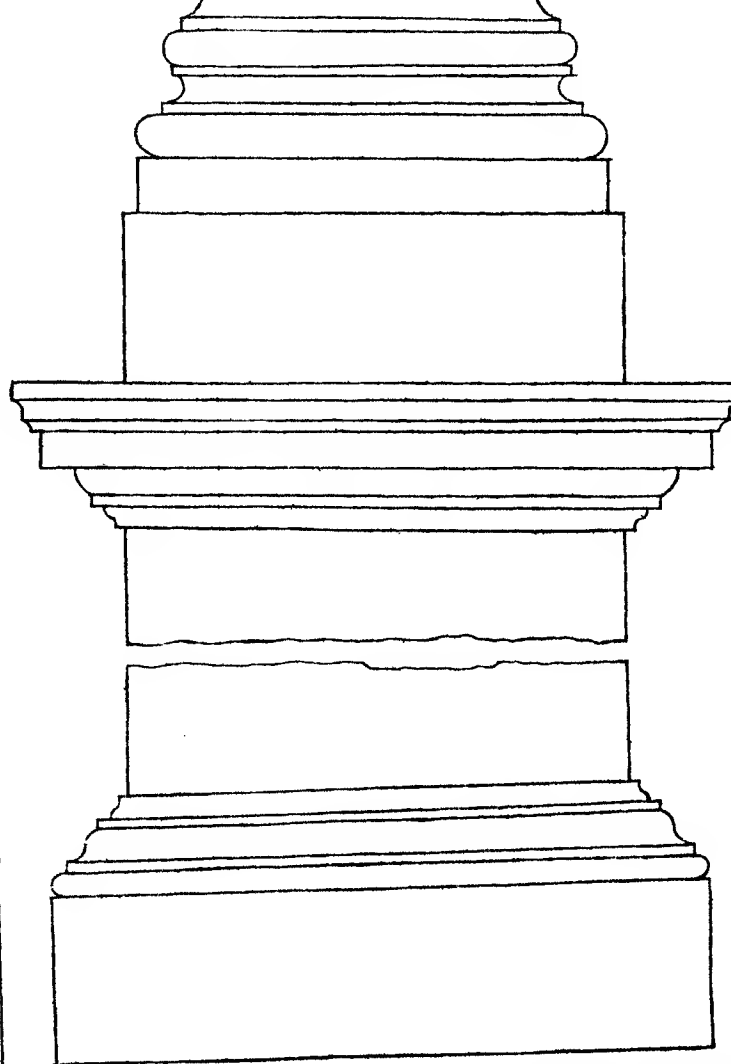
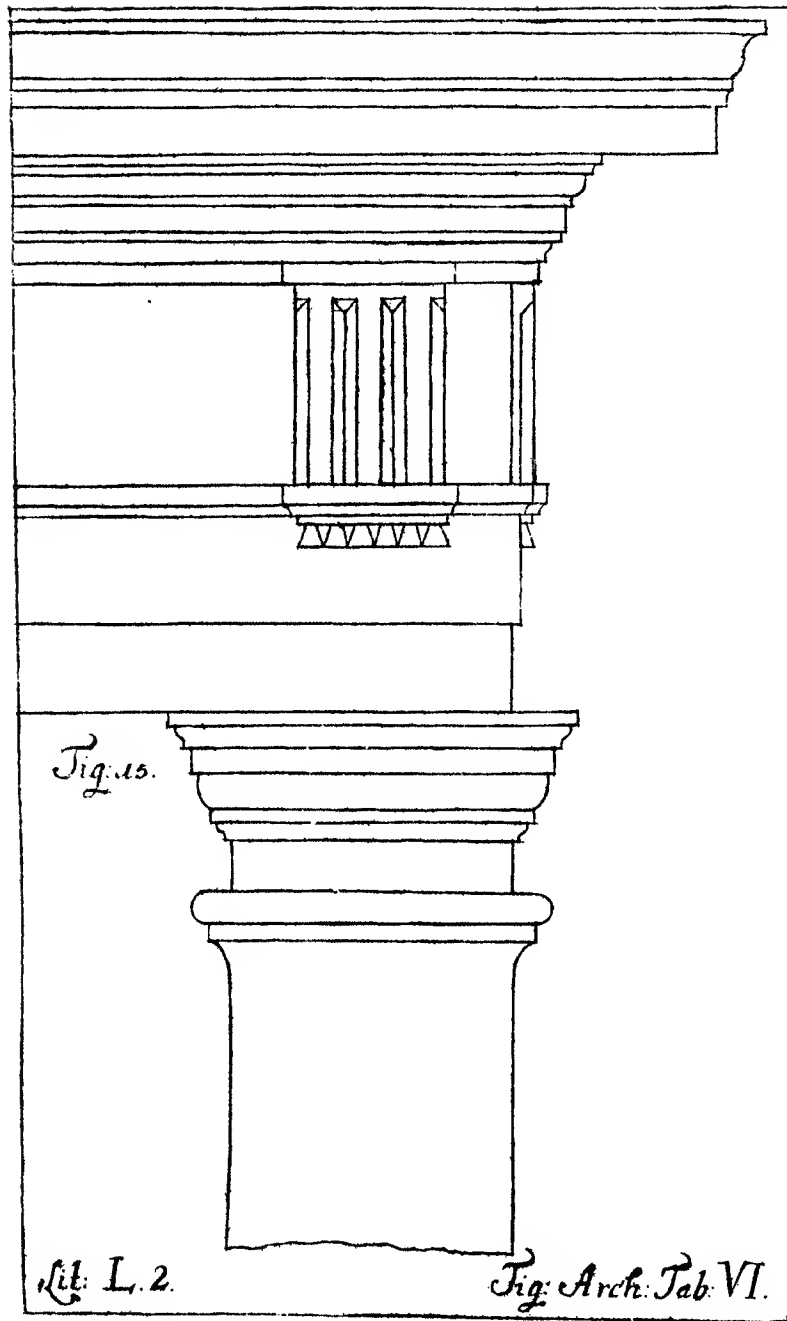


Fig. 15.



lit: K 2.

Fig. Arch: Tab: V.



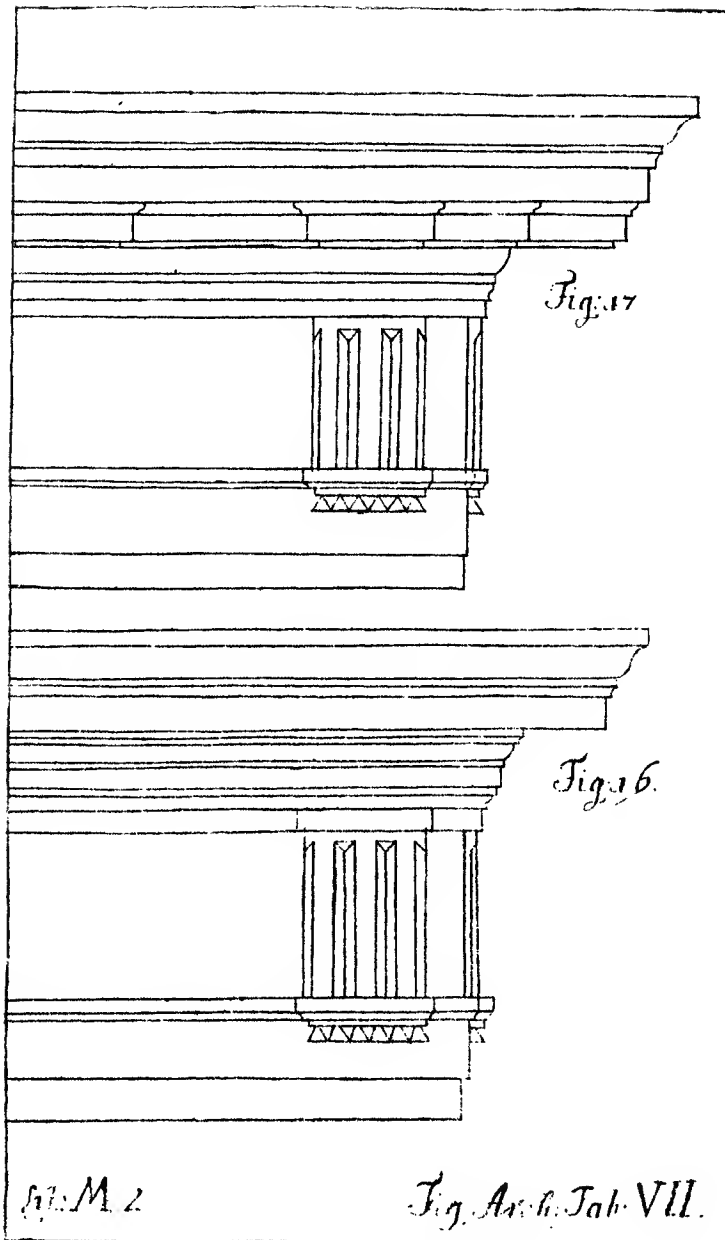
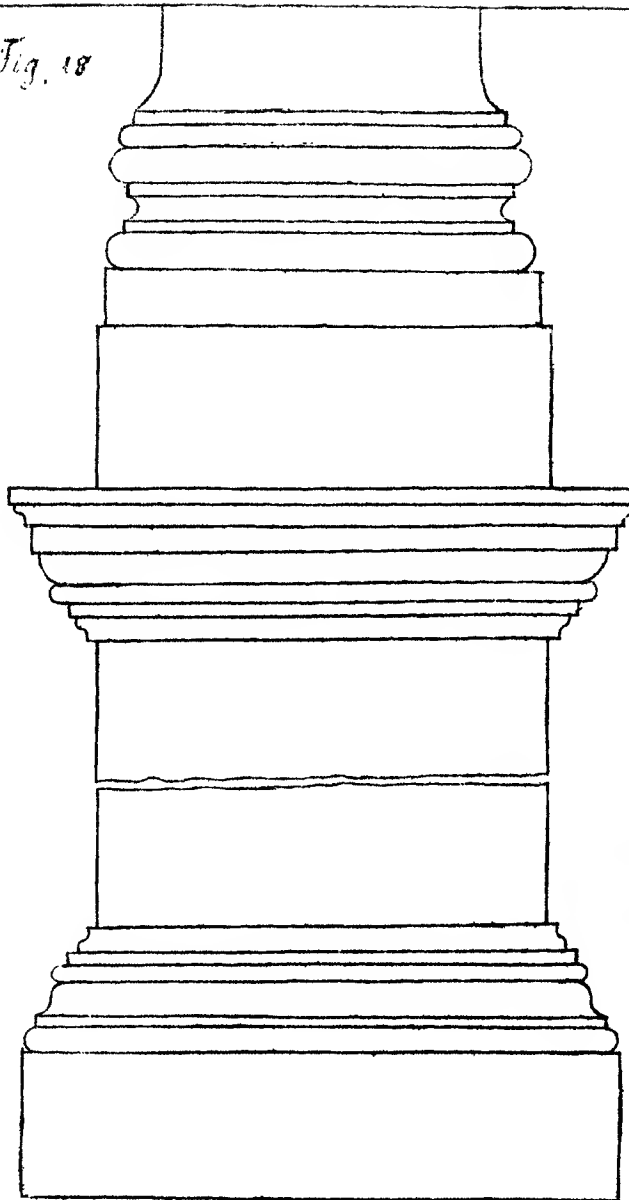


Fig. 18



lit. N. 2.

Fig. Arch. Tab VIII

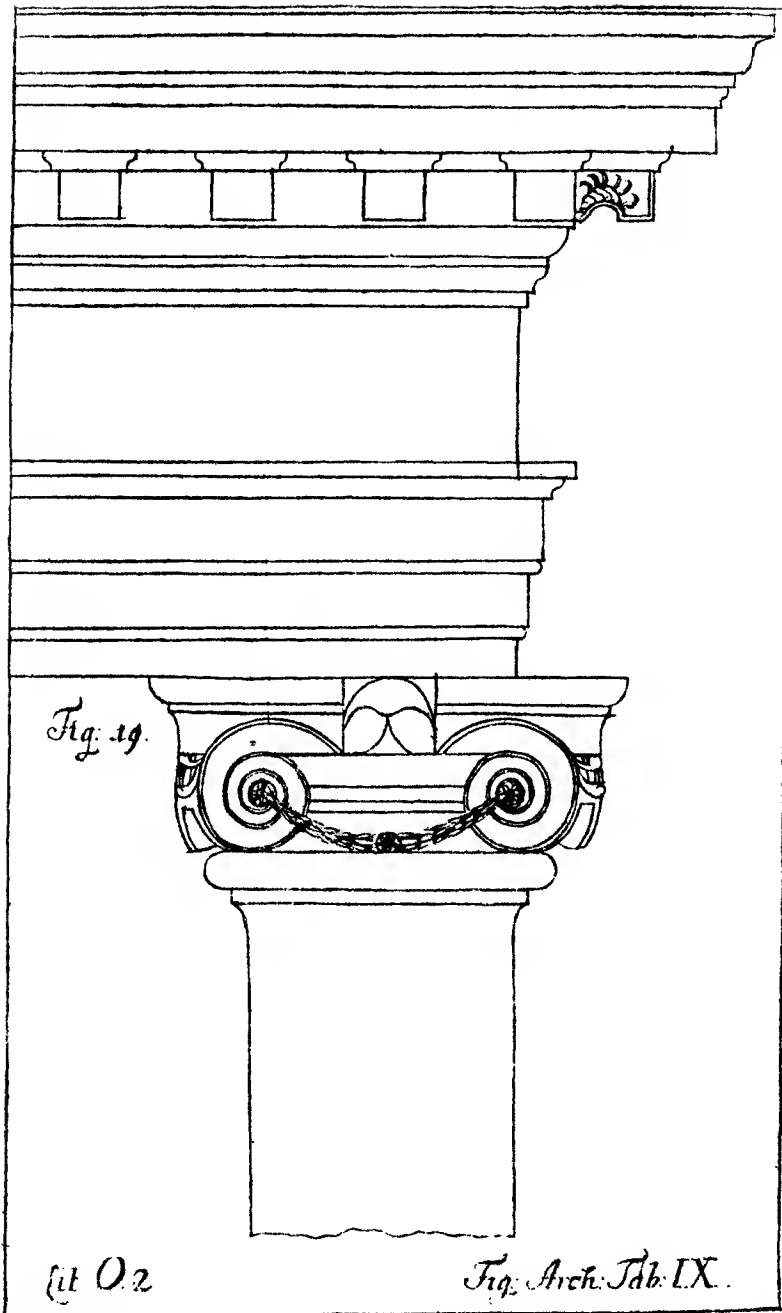
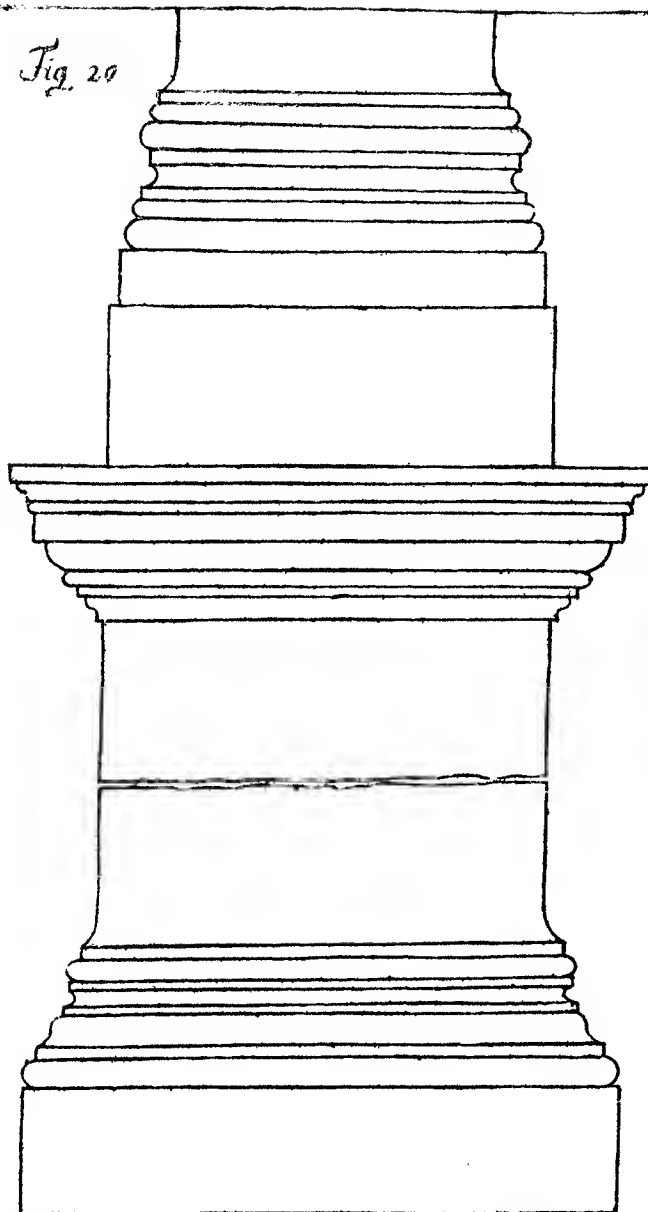


Fig. 20



lit. P 2.

Fig. Arch. Tab. X.

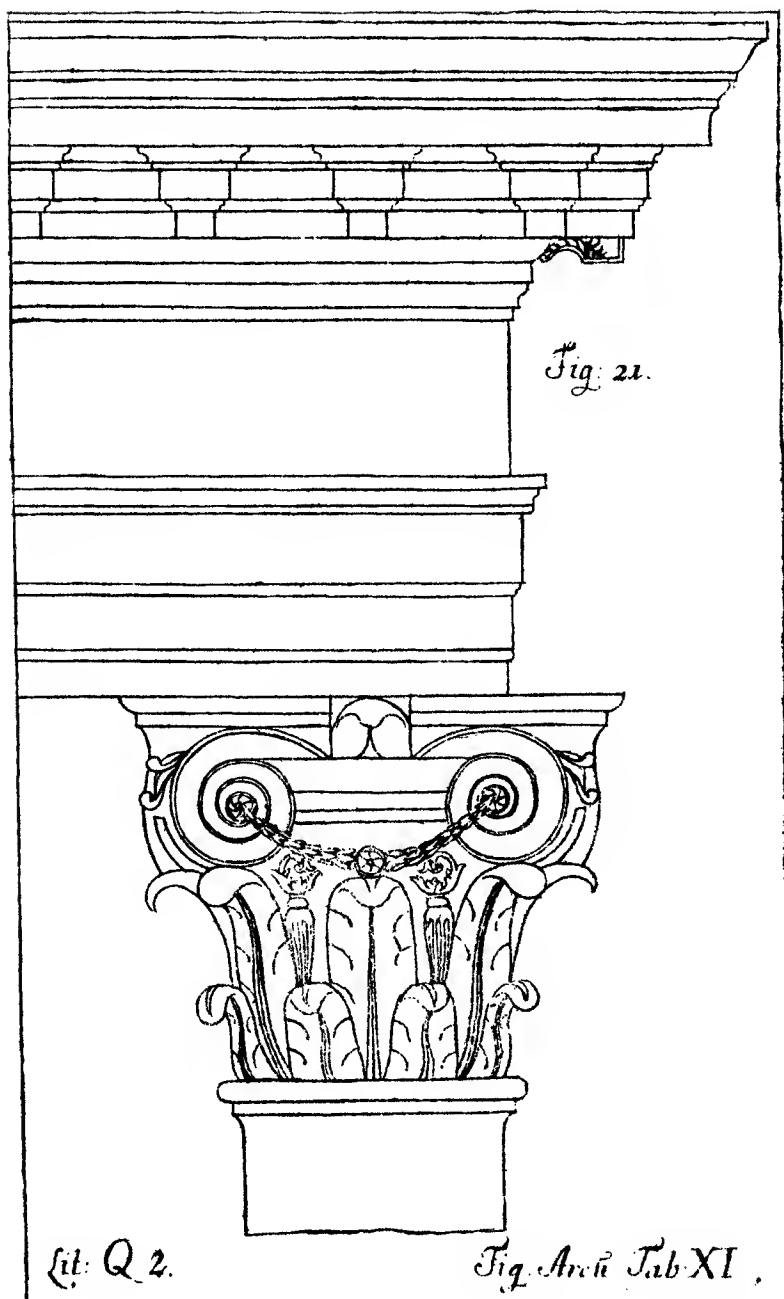
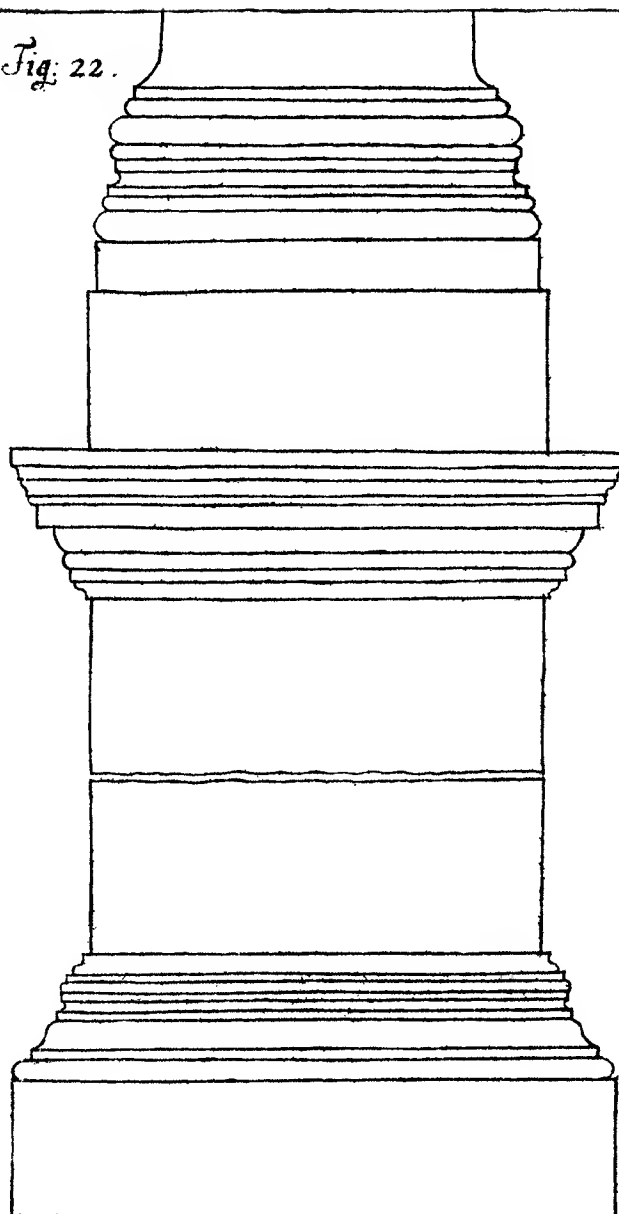


Fig. 21.

Lit. Q 2.

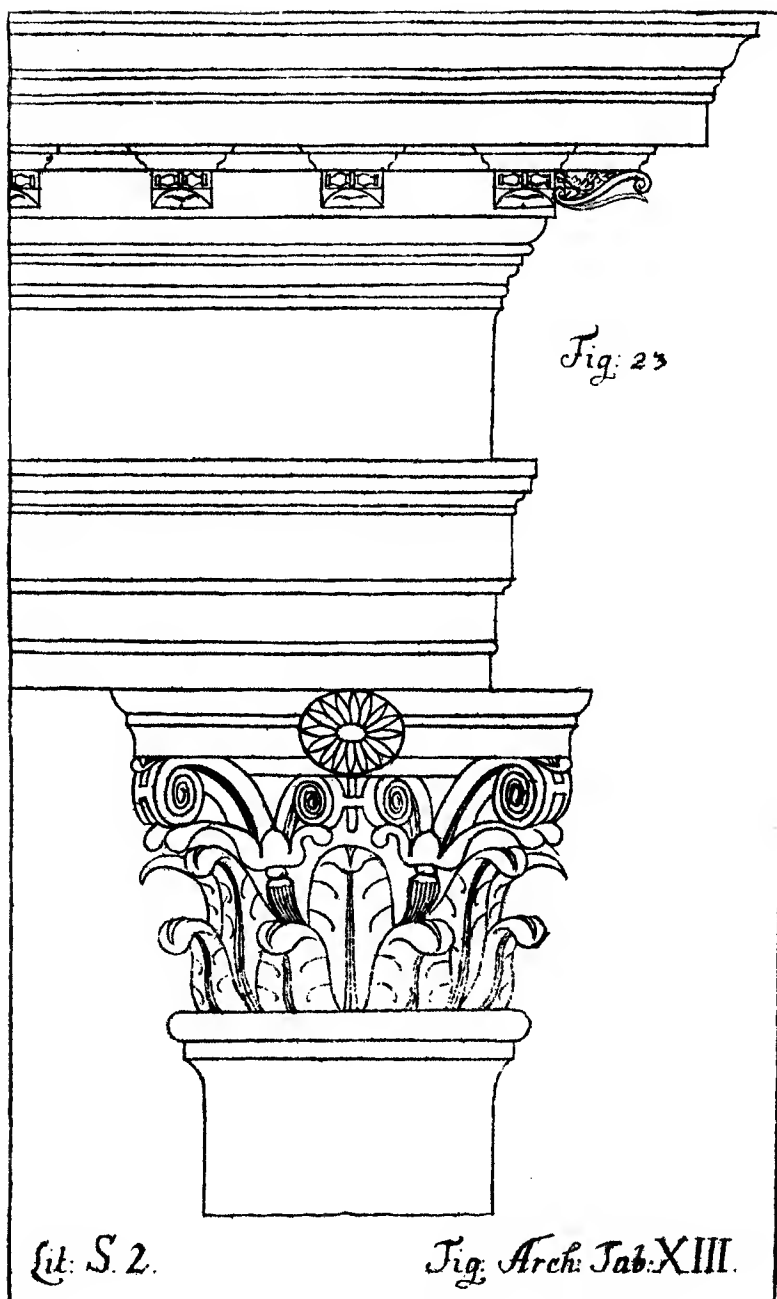
Fig. Arch. Tab. XI.

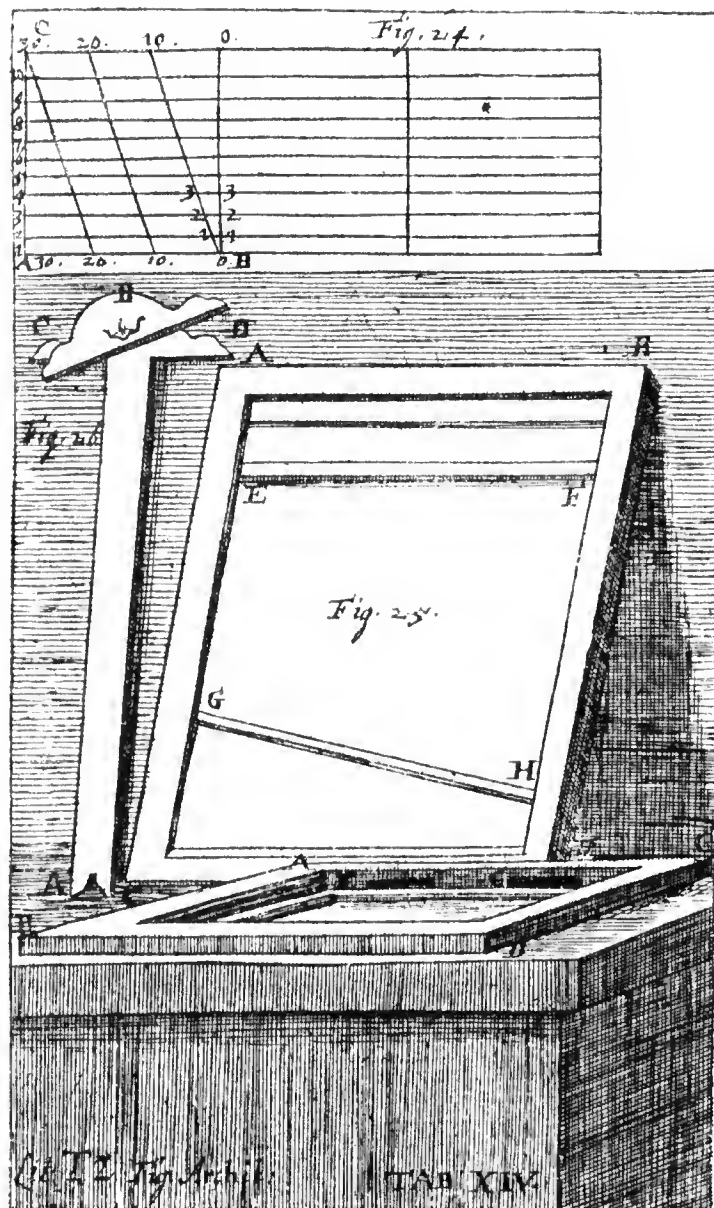
Fig: 22.

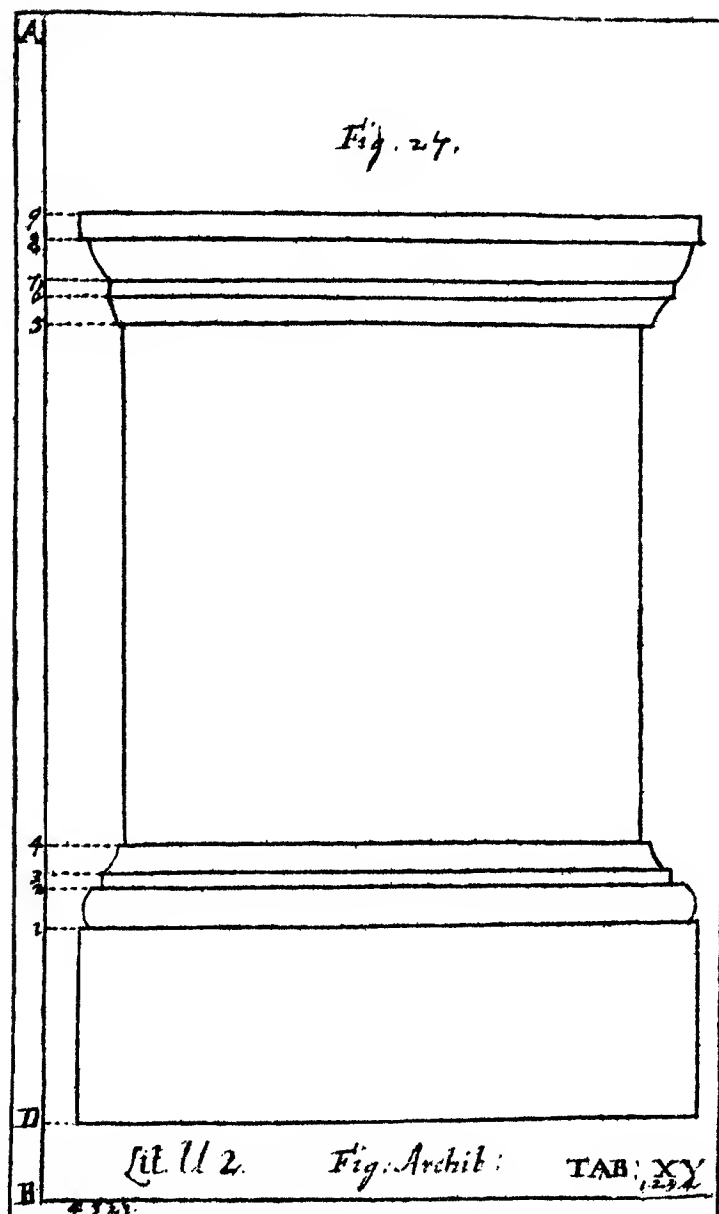


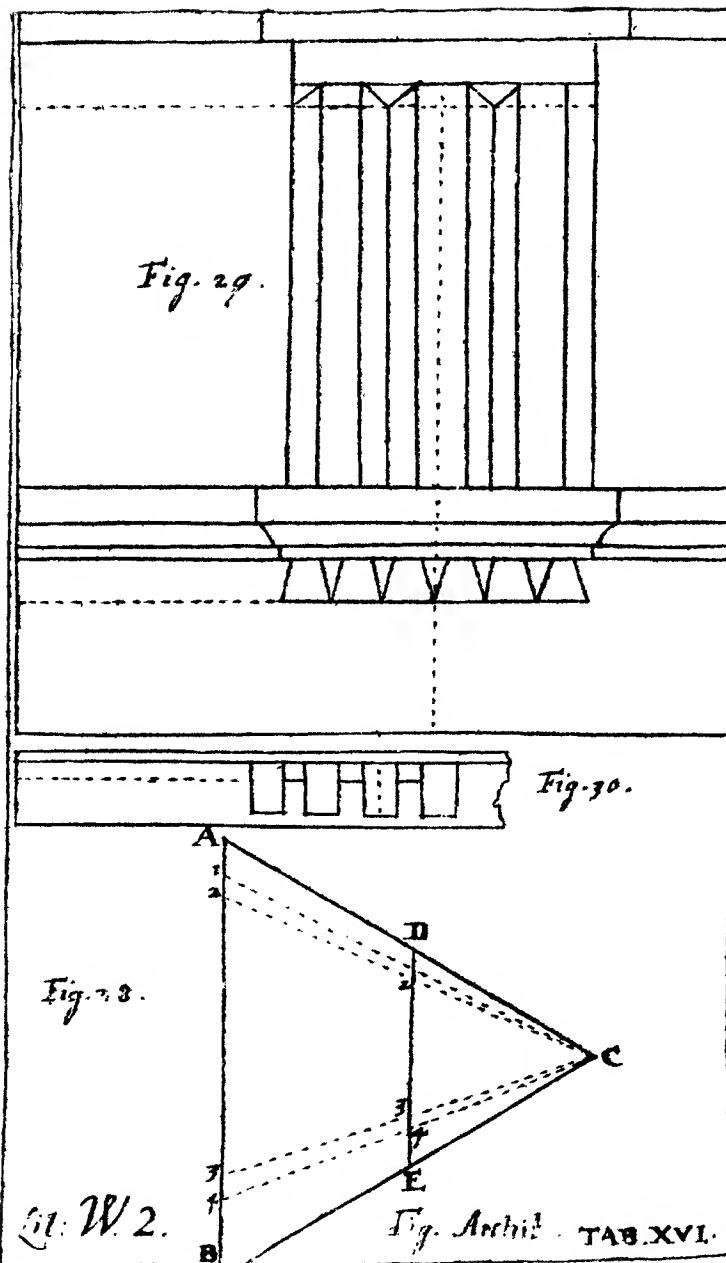
Pl: R.2.

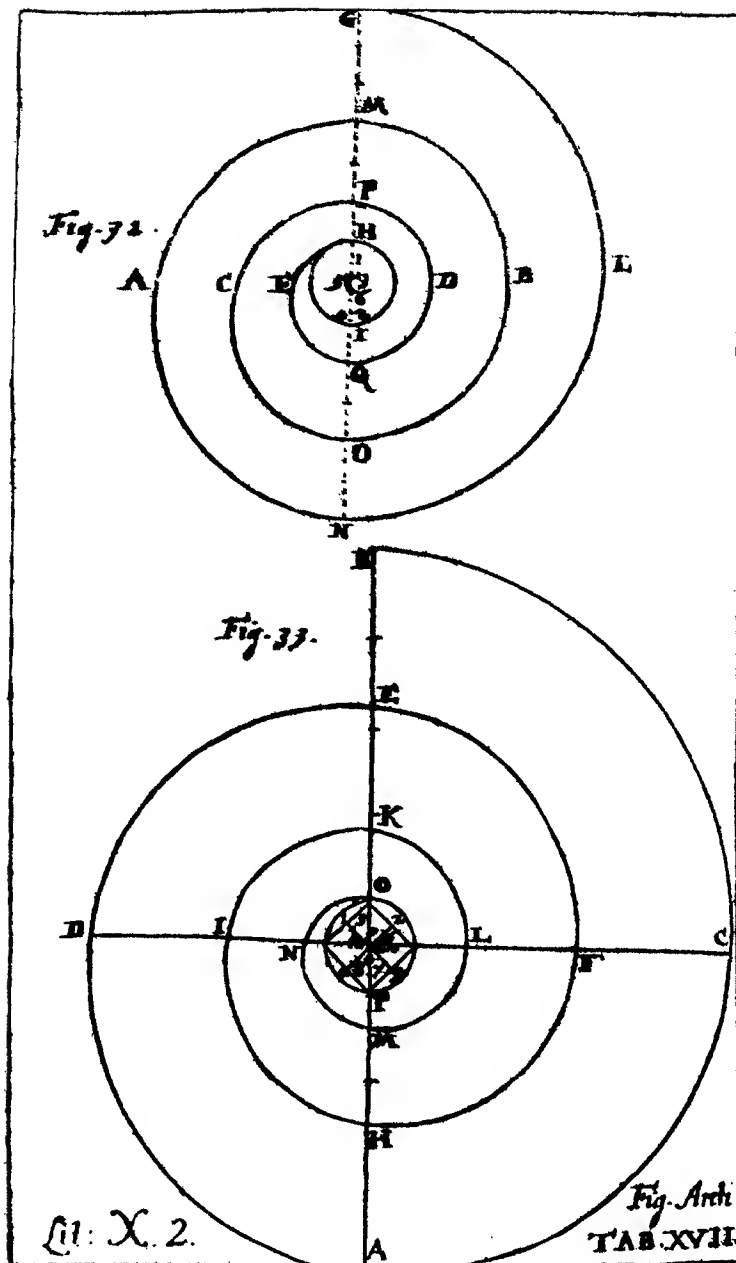
Fig: Arch Tab XII.











Pl. X. 2.

Fig. Arch.
TAB. XVII.

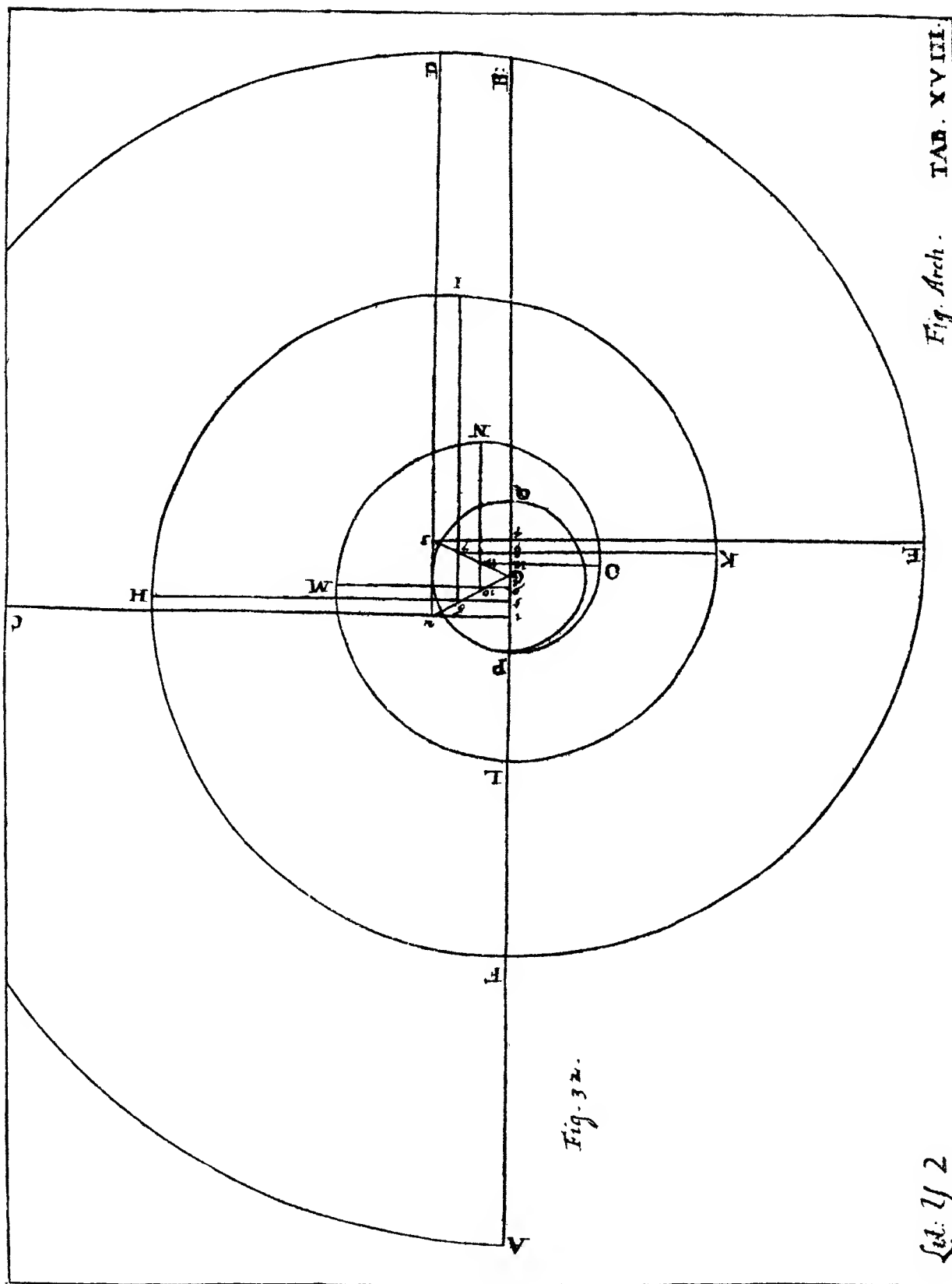


Fig. 32.

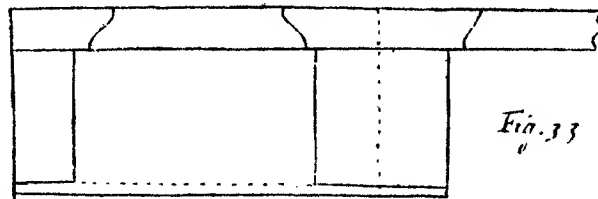


Fig. 33

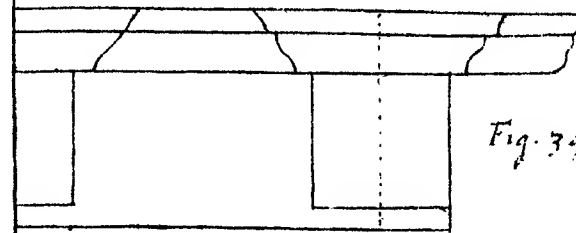


Fig. 34.

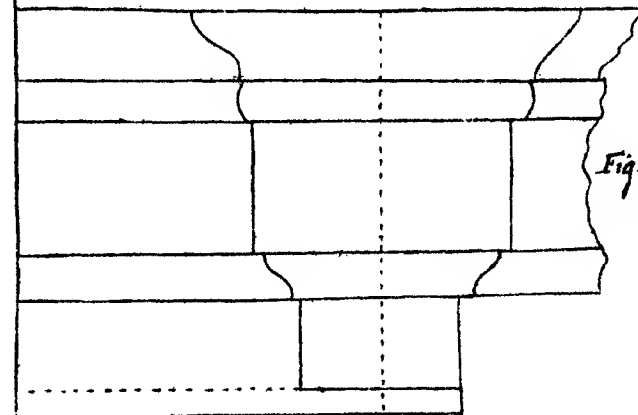


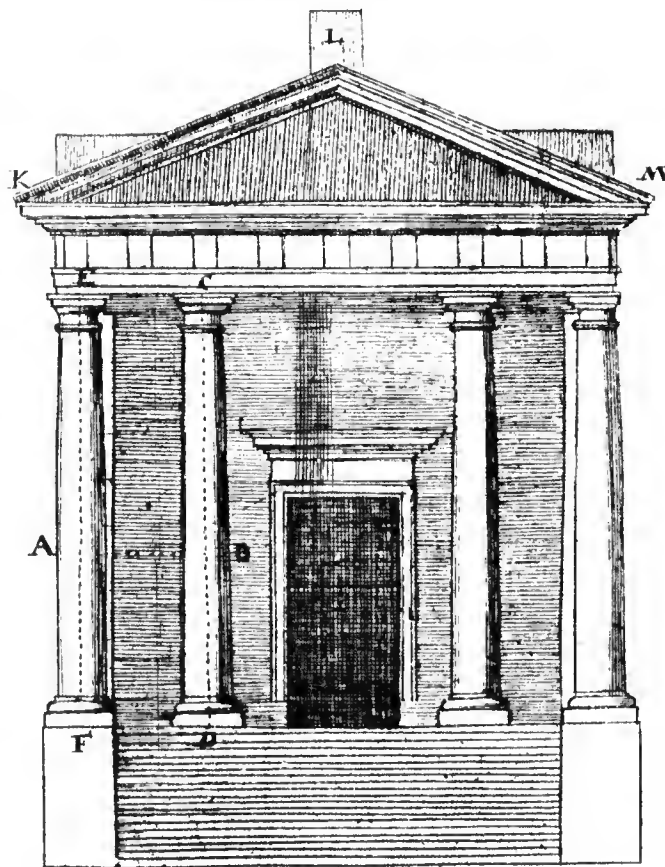
Fig. 35.

Pl. 2.

Fig. Arch.

TAB. XIX

Fig. 36.

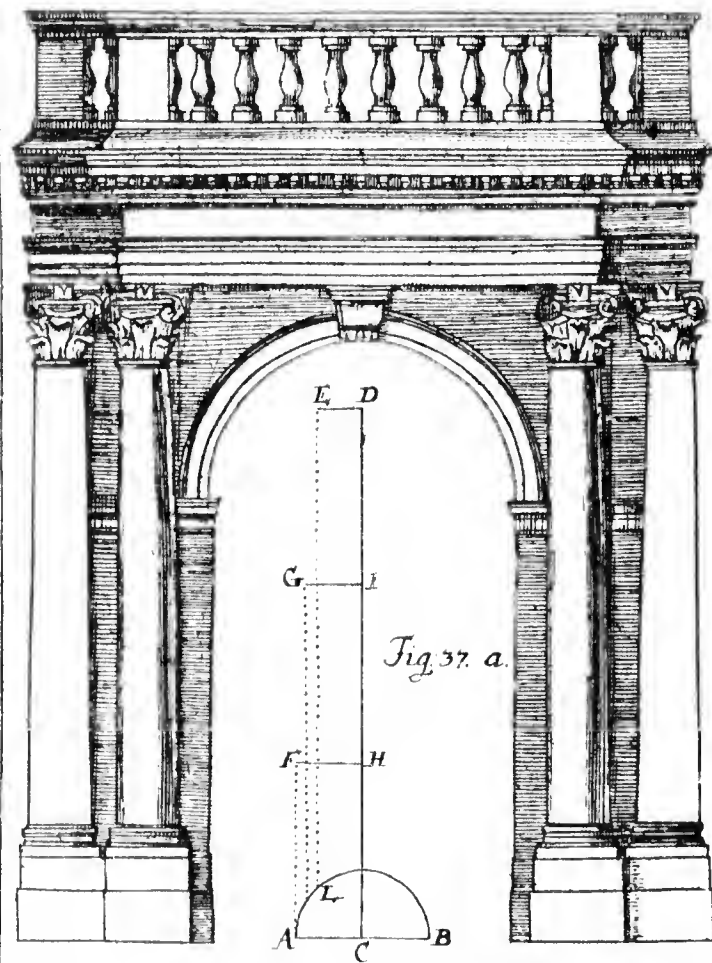


Pl. A. 3.

Fig. Arch.

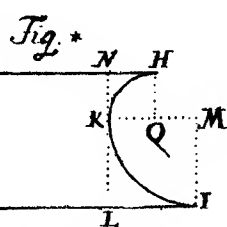
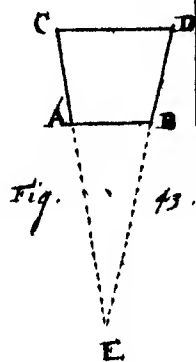
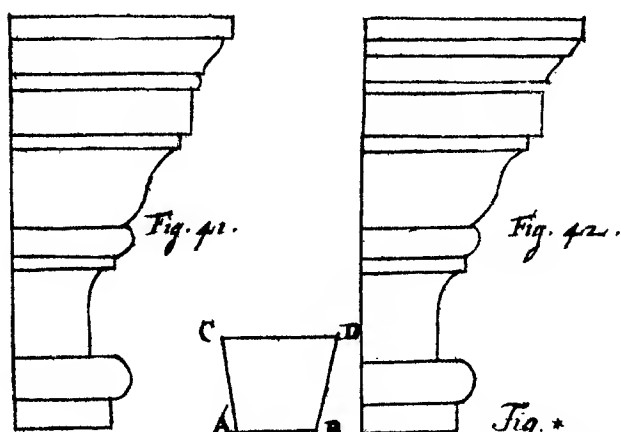
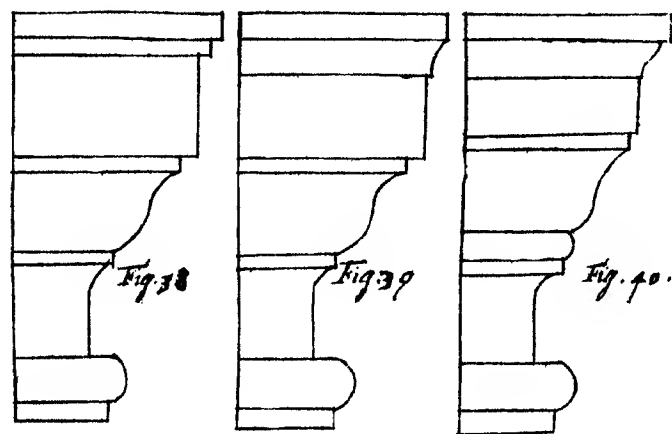
TAB. XX.

Fig. 37. b



Pl. B 3

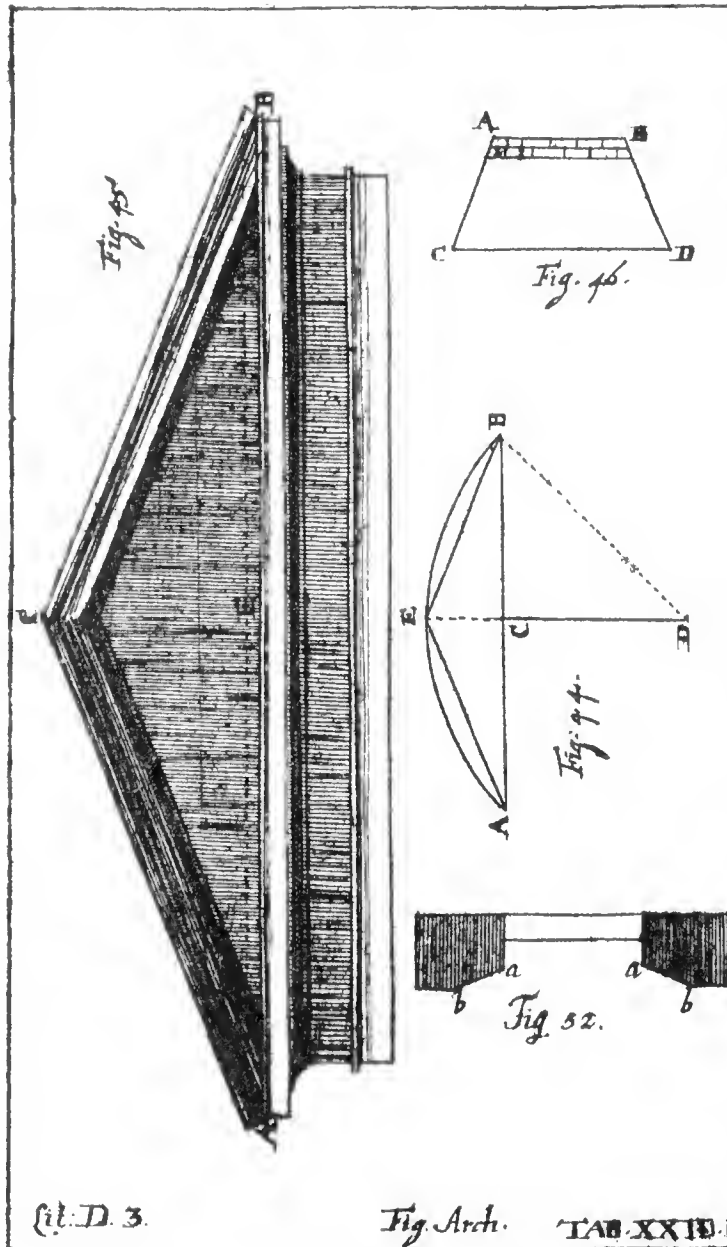
Fig. Arch. TAB. XXI.



lit. C 3.

Fig. Arch.

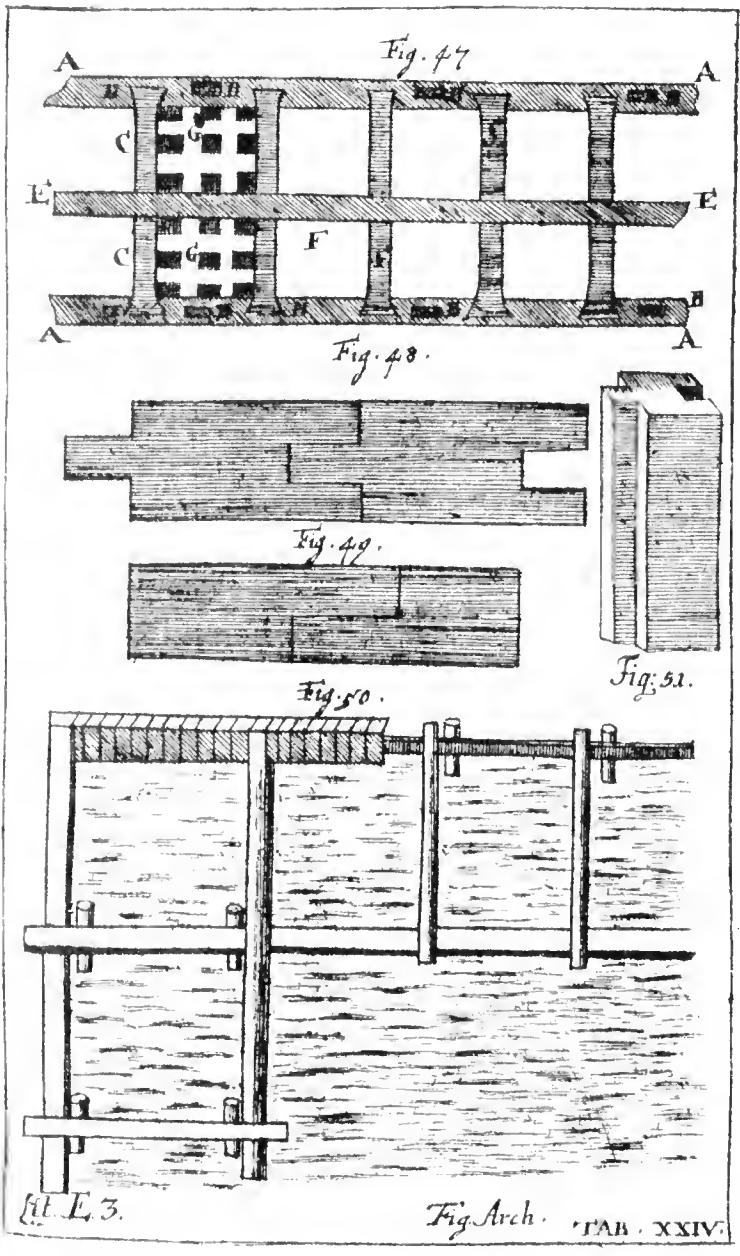
TAB. XXII



Pl. D. 3.

Fig. Arch.

TAB. XXIX.



Pl. E. 3.

Fig. Arch. TAB. XXIV.